ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

2 - 5450

В.Н. Первушин

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ПРИМЕНЕНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ИНТЕГРАЛОВ В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ И КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ

Специальность 041 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1970

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук Б.М. Барбашов

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук Г.В. Ефимов,
доктор физико-математических наук О.А. Хрусталев.

Ведущее научно-исследовательское учреждение: Математический институт им В.А. Стеклова АН СССР.

Автореферат разослан "24" ноября 1970 г.
Защита диссертации состоится "26" декабря 1970 г. на заседании Учёного совета Лаборатории теоретической физики.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Учёный секретарь Совета

Р.А. Асанов

2 - 5450

В.Н. Первушин

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ПРИМЕНЕНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ИНТЕГРАЛОВ В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ И КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ

Специальность 041 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук

В последние годы, в связи с изучением взаимодействия адронов при высоких энергиях, вновь возрос интерес к лагранжевой формулировке квантовой теории поля, чему немало способствовало развитие техники асимптотического суммирования графов Фейнмана, а также методов приближенного вычисления, не связанного с теорией возмущения.

Среди таких методов в квантовой теории поля особое место занимает аппарат функционального интегрирования, впервые введенный в квантовую механику Фейнманом [1] около тридцати лет назад.

Реферируемая диссертация посвящена некоторым вопросам применения методов функционального интегрирования для вычисления амплитуд рассеяния в различных моделях квантовой теории поля и в квантовой механике. Диссертация состоит из введения, трех глав и трех приложений. Во введении дан краткий обзор применения методов функционального интегрирования в квантовой теории и перечислены основные результаты диссертации.

<u>В главе I</u> рассмотрено представление амплитуд рассеяния в квантовой теории поля с помощью континуального интеграла по внешним полям и изучается квазиклассическое приближение в некоторых простых моделях. Указанное континуальное представление для многочастичных функций Грина было получено еще в 1954–55 г.г. независимо многими авторами с помощью решения уравнения Швингера в вариационных производных, а также другими методами [2,3].

В §1 предлагается простой способ представления в замкнутом виде с помощью континуального интеграла непосредственно S -матрицы. Этот метод основан на применении в функциональном пространстве преобразования типа преобразования Вейерштрасса в одномерном случае с целью хронологического упорядочения операторов поля. Полученная S -матрица для скалярного самодействующего поля ϕ имеет вид:

$$S = N \int \delta\Lambda\, e^{iW_0(\Lambda) + W_1(\Lambda + \hat{\phi})} \qquad (1)$$

$$\left(\delta\Lambda = \frac{\prod_x d\Lambda(x)}{\int \prod_x d\Lambda(x)\, e^{iW_0(\Lambda)}}\right),$$

где W_0, W_1 – функционалы свободного действия и взаимодействия соответственно, а N – символ нормального произведения операторов поля $\hat{\phi}$.

Подробно рассмотрен пример квантовой электродинамики. При этом находятся применяемые автором в дальнейшем функциональные соотношения, связывающие многочастичные амплитуды в теории поля $f(p_1 \ldots p_n | q_1 \ldots q_n)$ с амплитудами потенциального рассеяния $f(p_i, q_j | A)$

$$i(2\pi)^4 \delta^4 \left[\sum_{i=1}^{n} (p_i - q_i)\right] f(p_1 \ldots p_n | q_1 \ldots q_n) = \int \delta B\, e^{iW_0(B)} S_0(B) \, \| f(p_i, q_j | B) \|, \qquad (2)$$

где $S_0(B)$ – среднее по вакууму от S -матрицы взаимодействие спинорного поля с классическим полем B, $\|a_{ij}\|$ – детерминант матрицы a_{ij}.

В §2 обсуждается связь полученного представления S -матрицы с производящими функционалами внешних полей и внешних источников Швингера и изучается квазиклассический предел в модели скалярного поля.

Найденное выражение для S -матрицы в квазиклассическом приближении совпадает с результатами работы Намбу[4], показавшего, что такая S -матрица описывает графы-деревья, применяемые в теории феноменологических лагранжианов.

В §3 в квазиклассическом приближении находится амплитуда для процесса рассеяния π^--мезона на нуклоне в простой модели взаимодействия заряженных мезонов со статическим нуклоном. Результатом приближения $\frac{h}{g} \to 0$ (g – константа связи) является выражение для амплитуды, где вклады от мезонов разных знаков равны. Аналогичное выражение было получено в работах Эдвардса[3], Барбашова и Ефимова[5], где использовались другие методы.

В работах Фрадкина[6] и Барбашова[7] были предложены приближенные способы вычисления квантованных функций Грина в рамках метода функционального интегрирования. Эти способы применялись для изучения инфракрасной асимптотики в квантовой электродинамике; они также оказались весьма эффективными для исследования асимптотического поведения амплитуд рассеяния в квантовой теории поля в области высоких энергий и фиксированной передачи импульса[8-12]. С помощью фейнмановской интерпретации амплитуды рассеяния как суммы по путям[7], в работе[10] сформулировано приближение прямолинейных путей. Один из важнейших результатов работ[8-12] состоит в том, что сумма всех диаграмм лестничного и кросслестничного типов асимптотически стремится к эйкональному представлению амплитуды рассеяния, которое впервые было получено в нерелятивистской квантовой механике и сейчас широко используется для анализа экспериментальных данных. Следует отметить, что вывод эйконального представления для двухчастичной амплитуды в теории поля был сделан ранее[14] на основе квазипотенциального уравнения Логунова-Тавхелидзе[15], а применение оптического потенциала и феноменологического эйконального приближения к физике высоких энергий впервые рассмотрено в работах Блохинцева с сотрудниками[16].

II глава диссертации посвящена изучению высокоэнергетического поведения амплитуд потенциального рассеяния скалярных и спинорных частиц с помощью метода функционального интегрирования по траекториям.

В §4 на основе замкнутого решения для функции Грина уравнения Клейна-Гордона во внешнем скалярном поле[7] найдено точное выражение для амплитуды потенциального рассеяния в виде функционального интеграла.

В §5 изучается асимптотика полученного выражения при высоких энергиях. В случае гладких потенциалов доказано, что основной вклад дает траектория движения, которую можно представить отрезками прямых, имеющих направление импульсов частиц до и после рассеяния. При этом уточняется эйкональное представление Шиффа[17] для амплитуды рассеяния на большие углы. При малых углах рассеяния найденное высокоэнергетическое представление для амплитуды:

$$f(\vec{p},\vec{q}) = \frac{1}{4\pi}\int d^3r\, e^{i\vec{r}(\vec{p}-\vec{q})}\int_0^1 d\lambda\, e^{i\lambda\chi_0(r)} \tag{3}$$

$$\chi_0(r) = \int_{-\infty}^{\infty} ds\,\phi(\vec{r}+2\vec{p}\,\theta(s)s+2\vec{q}\,\theta(-s)s)\ ;\quad \theta(s) = \begin{cases}1, & s>0\\ 0, & s<0\end{cases} \tag{4}$$

совпадает с представлением Мольера-Глаубера[13]. В этом параграфе рассматривается также случай рассеяния на потенциале, зависящем от времени, и обсуждаются физические границы справедливости полученных представлений.

В §6 дан вывод эйконального представления амплитуды рассеяния дираковской частицы на произвольном потенциале. При этом для нахождения спинорной функции Грина с помощью функциональных интегралов применяется операция квадрирования уравнения Дирака. Показано, что амплитуды, полученные из обычной и квадрированной функции Грина с помощью перехода на массовую поверхность, совпадают.

В литературе высокоэнергетическое рассеяние дираковских частиц, в основном, рассматривалось для кулоновского поля[17]. Исключением является работа[18], где исследованы скалярный и псевдоскалярный потенциалы. В диссертации изучаются случаи скалярного, псевдоскалярного, векторного, аксиального, тензорного потенциалов. Показано, что при рассеянии высокоэнергетических частиц неисчезающий вклад в спин-флип амплитуду может дать лишь тензорный потенциал. Например, амплитуда рассеяния на кулоновском поле незаряженной частицы с аномальным магнитным моментом μ имеет вид:

$$f(\vec{p},\vec{q}) = \bar{\psi}_p\,[f_0(|\vec{p}-\vec{q}|) + (\vec{\sigma}\,\vec{m})\,f_1(|\vec{p}-\vec{q}|)]\,\psi_q\ , \tag{4}$$

где

$$\vec{m} = \frac{\vec{p}\times\vec{q}}{|\vec{p}\times\vec{q}|}$$

$$f_0(\Delta) = \frac{p_z}{2\pi i}\int_0^{\infty}\rho\, d\rho\, J_0(\rho\Delta)[\operatorname{ch}\chi(\rho)-1] \tag{5}$$

$$f_1(\Delta) = \frac{p_z}{2\pi}\int_0^{\infty}\rho\, d\rho\, J_1(\rho\Delta)\operatorname{sh}\chi(\rho)\ ;\quad \chi = \mu\int_{-\infty}^{\infty}\partial_\rho V(z,\rho)\,dz\ ,$$

а $\bar{\psi}_p$, ψ_q – двухкомпонентные спиноры.

В §7, в рамках нерелятивистского уравнения Шредингера, рассматривается квазиклассическое приближение для амплитуд рассеяния на эффективном потенциале, пропорциональном импульсу частицы в некоторой степени n . Обсуждается зависимость траектории частицы от асимптотического поведения сечения, а также вопрос о справедливости при высоких энергиях борновского и эйконального приближений.

В главе III с помощью результатов двух предыдущих глав изучается асимптотическое поведение амплитуд в некоторых моделях квантовой теории поля.

В §8 получено глауберовское представление для двухчастичной амплитуды рассеяния спинорных частиц с векторным обменом, с помощью функционального усреднения по внешним полям эйкональных амплитуд потенциального рассеяния (см. формулу (2)). На основании результатов §6 показано, что в полевых моделях скалярного обмена с любой связью (скалярной, псевдоскалярной, псевдовекторной) упругое сечение рассеяния частиц со спином 1/2 падает, как $1/s$ при $s \to \infty$.

В §9 находится замкнутое континуальное представление для вершинной функции Грина скалярных и спинорных частиц, взаимодействующих с векторным полем. В приближении прямолинейных путей найденное выражение имеет дважды-логарифмическую асимптотику.

В §10 на примере потенциального рассеяния показывается, что вклады от радиационных поправок в приближении прямолинейных путей факторизуются в виде множителя, совпадающего с вершинной функцией, изученной в предыдущем параграфе. Такой же результат для двухчастичных амплитуд был получен в работах /12/. В рамках рассматриваемого метода учтены процессы тормозного излучения во внешнем поле "мягких" фотонов и продемонстрировано сокращение инфракрасных расходимостей. Показано, что при ограничении условиями "мягкости" как реальных, так и виртуальных фотонов, функциональный метод приводит к распределению Пуассона для числа вторичных частиц.

В приложении А предложен способ вычисления функциональных интегралов по траекториям, который построен по аналогии с хронологическим распутыванием операторов в квантовой теории поля.

В приложении Б рассматривается рассеяние дираковских частиц на векторном потенциале в двухкомпонентном описании.

В приложении В в рамках теории возмущения продемонстрировано равенство амплитуд рассеяния дираковских частиц на произвольном потенциале, полученных с помощью линейной и квадрированной функции Грина уравнения Дирака.

Основные результаты диссертации изложены в работах /9,11,19,20/.
Ряд результатов доложен на семинарах Лаборатории теоретической физики ОИЯИ и международном совещании в Азау (1970) /21/.

Л и т е р а т у р а

1. R.P. Feynman. The principle of least action in quantum mechanics. Ph. D.thesis. Princeton University (1942); Rev.Mod.Phys., 20, 367 (1948).
2. S.F. Edwards, R.E.Peierls. Proc.Soc. A224, 24 (1954).
   Н.Н. Боголюбов, ДАН СССР, 99, 225 (1954).
   Е.С. Фрадкин. ДАН СССР 98, 47 (1954); 100, 897 (1955).
3. S.F. Edwards. Proc.Roy.Soc. A228, 411 (1955).
4. Y. Namby. Phys.Lett., 26B, 626 (1968).
5. Б.М. Барбашов, Г.В. Ефимов. ЖЭТФ 39, 450 (1960).
6. Е.С. Фрадкин. Труды ФИАН СССР 29, 7 (1965).
7. Б.М. Барбашов. ЖЭТФ 48, 607 (1965).
8. Б.М. Барбашов, С.П. Кулешов, В.А. Матвеев, А.Н. Сисакян. ТМФ 3, 342 (1970).
   H.D.I. Abarbanel, C. Itzykson. Phys.Rev.Lett., 23, 53 (1969).
   И.В. Андреев. ЖЭТФ 58, 257(1970).
9. В.Н. Первушин. ТМФ 4, 22 (1970).

10. Б.М. Барбашов, С.П. Кулешов, В.А. Матвеев, В.Н. Первушин, А.Н. Сисакян, А.Н. Тавхелидзе. ТМФ 5, 330 (1970).
11. B.M. Barbashov, S.P. Kuleshov, V.A. Matveev, V.N. Pervushin, A.N. Sissakian. Preprint JINR E2-5329, Dubna (1970).
12. B.M. Barbashov, S.P. Kuleshov, V.A. Matveev, A.N. Sissakian, Preprint JINR E2-4983, Dubna (1970).
E.-J. Chang. Phys.Rev. 1D, 2977 (1970).
Y.-P. Yao. Phys.Rev., 1D, 2316 (1970).
13. G. Moliere. Z. Naturforsch. 2A, 133 (1947).
R.J. Glauber. "Lectures in Theoretical Physics", vol. I, p. 315, N.Y. (1959).
14. V.R. Garsevanishvili, V.A. Matveev, L.A. Slepchenko, A.N. Tavkhelidze. Phys.Lett., 29B, 191 (1969).
15. A.A. Logunov, A.N. Tavkhelidze. Nuovo Cim., 29, 380 (1963).
16. Д.И. Блохинцев, В.С. Барашенков, Б.М. Барбашов. УФН 68, 417 (1969).
D.I. Blokhintsev. Nucl.Phys., 31, 628 (1962); Nuovo Cim., 29, 1094 (1963).
17. L.I. Schiff. Phys.Rev., 103, 443 (1956).
18. С.П. Кулешов, В.А. Матвеев, А.Н. Сисакян. ТМФ 2, 73 (1970).
19. Б.М. Барбашов, В.Н. Первушин. ТМФ 3, 320 (1970).
20. В.Н. Первушин. Препринт ОИЯИ Р2-5150, Дубна (1970).
21. Б.М. Барбашов. Доклад на II Совещании по нелокальной теории поля, Азау, Дубна, 2-5400 (1970).

Рукопись поступила в издательский отдел
10 ноября 1970 года.