

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

с 324

3-173

2 - 5436

Р. П. Зайков

**НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ
ТЕОРИИ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ ПОЛЕЙ**

Специальность 041 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание учёной
степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1970

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики
Объединенного института ядерных исследований.

Научные руководители:

член-корреспондент АН СССР, профессор Д.И. Блохинцев
член-корреспондент Болгарской АН, профессор И.Т. Тодоров

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор Я.А. Смородинский
кандидат физико-математических наук В.И. Фушич

Ведущее научно-исследовательское учреждение:

Институт физики высоких энергий.

Автореферат разослан 1970 года.

Защита диссертации состоится 1970 года
на заседании Ученого совета Лаборатории теоретической физики
ОИЯИ.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Учёный секретарь Совета

Р.А. Асанов

2 - 5436

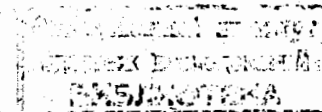
Р.П. Зайков

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ
ТЕОРИИ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ ПОЛЕЙ

Специальность 041 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание учёной
степени кандидата физико-математических наук

429769



Интерес к теориям, описывающим частицы со спинами, большими единицы, в настоящее время возрос в связи с экспериментальным обнаружением таких частиц^{/1/}. Еще до этого подобные теории рассматривались рядом авторов^{/2-5/}, однако они имели чисто академический характер. За исключением пионерской работы Майораны^{/2/} и работы Гельфанда-Яглома^{/6/} рассматривались только конечнокомпонентные поля, т.е. поля, которые преобразуются по конечномерным (неунитарным) представлениям группы $SL(2, C)$.

В последние годы в связи с объединением внутренних $SU(6)$ и пространственно-временных симметрий началось интенсивное исследование бесконечнокомпонентных полей, т.е. полей, которые преобразуются по бесконечномерным, в том числе и унитарным, представлениям группы $SL(2, C)$ ^{/7/}. В дальнейшем такие поля применялись в связи с динамическими симметриями^{/8/}; в программе Гелл-Манна для насыщения матричных элементов коммутаторов алгебры токов одночастичными состояниями^{/9/}; и, наконец, в модели Венециано^{/10/}.

Теория бесконечнокомпонентных полей, независимо от своей привлекательности (она описывает частицы со всеми целыми либо полуцелыми спинами) не лишена трудностей. Еще Маойрана^{/12/} показал, что его бесконечнокомпонентные уравнения имеют нефизические решения. В работе^{/6/} впервые отмечено, что теорема о связи спина со статистикой может быть нарушена (см. также^{/7/}). Гродским и Стритером^{/11/} была доказана теорема, которая утверждает, что условие локальности бесконечнокомпонентного поля и требование о нетривиальности его массового спектра несовместимы.

Настоящая диссертация посвящена квантовой теории свободных полей, описывающих частицы произвольного спина. Рассматривается как тот случай, когда это осуществляется конечнокомпонентными полями, так и случай бесконечнокомпонентных полей.

Диссертация основана на работах /12-16/. Дальнейшее развитие теории получила в ряде работ, из которых мы упоминаем /17-19/.

Во введении сделан обзор работ, связанных с рассматриваемой задачей, и подробно рассматриваются особенности и трудности, с которыми встречаемся, когда имеем дело с многокомпонентными полями.

В первой главе рассматривается двухточечная функция (вакуумное ожидание произведения двух операторов поля) для полей, которые преобразуются по произвольному неприводимому представлению группы $SL(2, C)$. Рассмотрен также пример поля, преобразующегося по некоторому неприводимому представлению группы $Sp(4) \supset SL(2, C)$. В отличие от полей, описывающих частицы с определенным спином, здесь необходимо разложить двухточечную функцию, не только по полной массе, но также и по спину (т.е. по второму из операторов Казимира группы Пуанкаре). Используя полученное в этой главе представление для двухточечной функции, исследуются локальность и СРТ-инвариантность теорий.

При нахождении представления двухточечной функции существенно используется формализм однородных функций двух комплексных переменных (вместо тензорного формализма) для описания неприводимых представлений группы Лоренца /20/.

В первом параграфе исследуется двухточечная функция:

$$F_{\phi\psi}(x-y; z, w) = \langle 0 | \phi(x, z) \psi(y; w) | 0 \rangle, \quad (1)$$

удовлетворяющая условиям спектральности, ковариантности и положительности. Здесь ϕ и ψ преобразуются по произвольным неприводимым представлениям $[\ell_\sigma, \ell_1]$ и $[\ell'_\sigma, \ell'_1]$ группы $SL(2, C)$, т.е. они являются однородными функциями переменных z и w со степенью однородности:

$$\nu_1 = \ell_1 + \ell_0 - 1, \quad \nu_2 = \ell_1 - \ell_0 - 1,$$

и

$$\nu'_1 = \ell'_1 + \ell'_0 - 1, \quad \nu'_2 = \ell'_1 - \ell'_0 - 1, \quad (2)$$

соответственно. Здесь z и w — комплексные $SL(2, C)$ спиноры.

Удобно выразить условие спектральности в импульсном представлении:

$$F(x; z, w) = \int d^4 p e^{-ipx} \Theta(p) K(p; z, w), \quad (3)$$

где $\Theta(p) = \theta(p^0) \theta(p^2)$ и $p = p_\mu \sigma^\mu$.

Условие инвариантности двухточечной функции при преобразовании всех ее аргументов накладывает на ядро K фурье-преобразования (3) требование:

$$K(A_p A^*; z A^{-1}, w A^{-1}) = K(p; z, w), \quad (4)$$

где $A \in SL(2, C)$. Кроме того, ядро K должно быть однородной функцией переменных z и w степени однородности ν_1, ν_2 и ν'_1, ν'_2 , соответственно.

Из условия инвариантности (4), спектральности и однородности находим общий вид для ядра K :

$$K(\underline{p}; z, w) = (z \epsilon w)^{\ell_0 + \ell'_0} (z \underline{p} \bar{w})^{\ell_0 - \ell'_0} (z \underline{p} \bar{z})^{\ell_1 - \ell_0 - 1} (w \underline{p} \bar{w})^{\ell'_1 - \ell_0 - 1} \times (5)$$

$$\times h(\underline{p}^2; \cos \theta),$$

где

$$\cos \theta = 1 - \frac{p^2(z \sigma_\mu \bar{z})(w \sigma^\mu \bar{w})}{(z \underline{p} \bar{z})(w \underline{p} \bar{w})}, \quad \epsilon = i \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

а h - произвольная функция.

В случае, когда $\ell_0 > |\ell'_0|$, ядро K , заданное через (5), является однозначной и регулярной функцией в области интегрирования в (3), однако это не является ограничением.

Во втором параграфе ядро K разложено по собственным функциям оператора квадрата спина:

$$\hat{S}^2 = \frac{1}{2} M_{\mu\nu} M^{\mu\nu} - \frac{1}{2} M_{\mu\sigma} M^{\nu\sigma} p^\mu p_\nu, \quad (7)$$

где $M_{\mu\nu}$ - генераторы группы $SL(2, C)$ в представлении $[\ell_0, \ell_1]$ или $[\ell'_0, \ell'_1]$.

Поскольку мы интересуемся лоренц-инвариантными решениями (в форме (6)) уравнения:

$$[\hat{S}^2 - s(s+1)] K_s(\underline{p}; z, w) = 0, \quad (8)$$

удобно перейти в систему покоя ($\vec{p} = 0$), для которой имеем:

$$\hat{S}^2(\vec{p} = 0) = \vec{M}^2 = \frac{1}{2} M_{ij} M^{ij} = \frac{1}{4} (z \sigma_i \frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \sigma_i z)^2. \quad (9)$$

Подставляя (6) и (7) в (8), получаем следующее уравнение для h_s :

$$\left\{ \sin^2 \theta \frac{d^2}{d(\cos \theta)^2} - 2[\ell'_0 + (\ell_0 + 1) \cos \theta] \frac{d}{d \cos \theta} + s(s+1) - \ell_0(\ell_0 + 1) \right\} h_s = 0. \quad (10)$$

Общее решение уравнения (10), регулярное при $\cos^2 \theta = 1$, имеет вид:

$$h_s(\underline{p}^2, \cos \theta) = \rho_s(\underline{p}^2) P^{(\ell_0 + \ell'_0, \ell_0 - \ell'_0)}(\cos \theta), \quad (11)$$

где $P_u^{(\alpha, \beta)}(x)$ - полиномы Якоби ($\ell_0 \geq |\ell'_0|$).

Мы получим тот же самый результат, если используем выражение для \hat{S}^2 , в котором $M^{\mu\nu}$ заданы посредством w и $\frac{\partial}{\partial w}$ (что является следствием сохранения спина).

В общем случае, $h(\underline{p}^2, \cos \theta)$ - суперпозиция собственных функций оператора (7), причём s принимает конечное число значений, если по крайней мере одно из представлений $[\ell_0, \ell_1]$ и $[\ell'_0, \ell'_1]$ является конечномерным, и бесконечное число значений - во всех остальных случаях.

Если $\psi = \phi^*$ (т.е. $\ell_0 = -\ell'_0 > 0$ и $\ell'_1 = \bar{\ell}_1$), имеем:

$$K(\underline{p}; z, w) = (z \underline{p} \bar{w})^{2\ell_0} (z \underline{p} \bar{z})^{\ell_1 - \ell_0 - 1} (w \underline{p} \bar{w})^{\ell'_1 - \ell_0 - 1} \times (12)$$

$$\times \sum_{s \geq \ell_0} \rho_s(\underline{p}^2) P_{s - \ell_0}^{(0, 2\ell_0)}(\cos \theta).$$

Для конечномерных представлений группы $SL(2, C)$, $\ell_1 - \ell_0$ есть целое положительное число и K_{ℓ_1} - полином относительно p . В этом случае условие (слабой) локальности для двухточечной функции эквивалентно СРТ-инвариантности.

$$\langle 0 | \phi(x; z) \phi(y; w) | 0 \rangle = \langle 0 | \phi(x; w) \phi(y; z) | 0 \rangle, \quad (13)$$

Для четырехвекторного поля из (12) получаем:

$$K_{\Lambda \Lambda'}(\underline{p}; z, w) = [\rho_0(p^2) p^\mu p^\nu + \rho_1(p^2)(p^\mu p^\nu - p^2 g^{\mu\nu})] \times \\ \times (z^\sigma \mu \bar{z})(w^\sigma \nu \bar{w}). \quad (14)$$

Для бесконечнокомпонентных полей локальность двухточечной функции будет исключением. Для этого необходимо, чтобы K являлось полиномом относительно $z p \bar{z}$, $w p \bar{w}$ и $z p \bar{w}$ ($w p \bar{z}$). Для поля $\psi(x; z)$, описывающего частицы массы m и преобразующегося по некоторому унитарному представлению $[\ell_0, i\sigma]$ (главная серия), имеем:

$$K_{\psi\psi^*}(\underline{p}; z, w) = \left(\frac{z\bar{w}}{w\bar{z}}\right)^{\ell_0} \left(\frac{z\bar{z}}{w\bar{w}}\right)^{i\sigma} \delta(z\epsilon w) \delta(p^2 - m^2). \quad (15)$$

Для действительных самосопряженных представлений ($\ell_0 = 0$ и $\ell_1 = \bar{\ell}_1$) свободному локальному полю с массой m соответствует:

$$K_{\phi\phi^*}(\underline{p}; z, w) = [z p \bar{z} w p \bar{w}]^{\ell_1 - 1} \delta(p^2 - m^2). \quad (16)$$

Эти примеры подтверждают теорему, доказанную в работе. /11/

В третьем параграфе указан класс примеров обобщенных свободных нелокальных бесконечнокомпонентных полей с растущим массовым спектром, для которых можно провести суммирование относительно s .

Для этого предполагаем, что:

$$\rho_s(p^2) = \frac{N C^{s - \ell_0}}{m^{\ell_1 + \ell_1}} \delta(p^2 - m_s^2), \quad (17)$$

где

$$m_s = m_0 + a(s - \ell_0), N > 0, 0 < C < 1.$$

Из (3), (12) и (17) получаем:

$$F_{\phi\phi^*}(x; z, w) = N 2^{2\ell_0} \int Q e^{-im(nx)} \frac{(R + C e^{-ia(nx)})}{R} \frac{d^3 n}{2n^0} = \\ = F_{\phi^*\phi}(x; w, z), \quad (18)$$

где

$$R = \{1 - 2C \cos \theta e^{-ia(nx)} + C^2 \exp(-2ia(nx))\}^{1/2},$$

$$Q = (z n w)^{2\ell_0} (z n \bar{z})^{\ell_1 - \ell_0 - 1} (w n \bar{w})^{\ell_1 - \ell_0 - 1},$$

здесь обозначили $\underline{p} = \sqrt{p^2} \underline{n}$.

Из (18) следует, что двухточечная функция, как и в случае обычной теории конечнокомпонентных полей, стремится к нулю, как $r^\lambda e^{-m_0 r}$ (с некоторым действительным λ) для $r = -(x-y)^2 \rightarrow \infty$.

В четвертом параграфе дан пример бесконечнокомпонентного локального (в смысле Джаффе) поля, преобразующегося по неприводимым представлениям группы $Sp(4)$, для которого представление подгруппы $SL(2, C)$ приводимо и распадается на бесконечную прямую сумму конечномерных представлений.

Двухточечную функцию для такого поля можно представить в виде:

$$F_{\psi\psi^*}(x; z, w) = \sum_{n, n'} F^{(l_0, |l_0|+n+1, |l'_0, n+|l'_0|+1)}(x; z, w), \quad (19)$$

где $F^{(r, r')}$ - двухточечная функция для полей, которые преобразуются по неприводимым представлениям r и r' группы $SL(2, C)$.

Для свободного поля предположим:

$$\rho_s^{nn'}(p^2) = C_s^{nn'} \delta(p^2 - m_s^2). \quad (20)$$

Оказывается, что для достаточно большого p , и если постоянные $C_s^{nn'}$ выбраны так, что выполнено неравенство

$$C_s^{nn'} < \frac{1}{s(s!)^3 (2s)!(n+n'+1)!}, \quad (21)$$

двухточечная функция (19) является локальной в смысле Джаффе. При этом массовый спектр можно задавать произвольно.

Во второй главе диссертации рассматривается "двухточечная" функция биллокального поля.

В пятом параграфе построен общий вид инвариантной "двухточечной" функции биллокального поля:

$$\mathcal{F}_{\phi\Phi}(x_1, x_2; y_1, y_2) = \langle 0 | \phi(x_1, x_2) \Phi(y_1, y_2) | 0 \rangle, \quad (22)$$

где поля $\phi(x_1, x_2)$ и $\Phi(y_1, y_2)$ можно рассматривать, как описывающие объекты, составленные из бесспиновых частиц.

Условие спектральности позволяет нам записать "двухточечную" функцию в виде:

$$\mathcal{F}(X-Y; x, y) = \int d^4 P d^4 p d^4 q e^{-iP(X-Y) - ipx - iqy} \Theta(P) K(P, p, q), \quad (23)$$

где

$$\begin{aligned} X &= \frac{1}{2}(x_1 + x_2), \quad Y = \frac{1}{2}(y_1 + y_2) \\ x &= \frac{1}{2}(x_1 - x_2), \quad y = \frac{1}{2}(y_1 - y_2), \end{aligned} \quad (24)$$

а P , p и q - соответствующие импульсы:

$$\begin{aligned} P &= p_1 + p_2 = q_1 + q_2, \\ p &= p_1 - p_2, \quad q = q_1 - q_2. \end{aligned} \quad (25)$$

По относительным переменным ядро K можно рассматривать и в x -представлении.

Условие релятивистской инвариантности требует, чтобы ядро являлось функцией только от независимых инвариантов, которые могут быть построены из четырех-векторов P , p и q .

Инвариантный оператор квадрата углового момента для двух-частичной системы имеет вид:

$$\hat{S}^2 = -\frac{1}{p^2} w_\mu w^\mu = \frac{1}{2} M_{\mu\nu} M^{\mu\nu} - \frac{1}{p^2} M_{\mu\sigma} M^{\nu\sigma} P^\mu P_\nu, \quad (26)$$

где

$$w_\mu = \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\sigma\rho} M^{\nu\sigma} P^\rho. \quad (27)$$

Из (27) следует, что в (26) дают вклад только генераторы $M_{\mu\nu}$ группы Лоренца, действующие на относительные импульсы. Поэтому здесь относительные импульсы (или координаты) соответствуют "спиновым" переменным z и w , которые применялись в первой главе диссертации.

В шестом параграфе "двухточечная" функция разлагается по унитарным неприводимым представлениям группы Лоренца, которая действует на относительные переменные. Для этой цели используются преобразования Шапиро-Гельфанда-Граева. Тем самым получено формальное разложение "двухточечной" функции бислокального поля по двухточечным функциям полей, которые преобразуются по унитарным неприводимым представлениям группы Лоренца.

"Двухточечную" функцию бислокального поля можно разложить по собственным функциям оператора квадрата "спина" (26) и операторов Казимира группы Лоренца и $0(4,1)(0(3,2))$, действующим на относительные переменные, не применяя преобразования Шапиро-Гельфанда-Граева. Это делается в седьмом, восьмом и девятом параграфах.

Вид разложений зависит от того, являются ли p^2 и q^2 $>/< 0$ соответственно. В случае, когда $p^2 > 0$ и $q^2 > 0$, имеем:

$$\begin{aligned} K(P, p, q) &= \int_{\beta=-\infty}^{\infty} d\beta (p^2)^{-3/2+1\beta} \int_{\beta'=-\infty}^{\infty} d\beta' (q^2)^{-3/2+1\beta'} \times \\ &\times \sum_{\ell=0}^{\infty} \int_{\rho=-\infty}^{\infty} d\rho P^{-(-\frac{1}{2}+\ell)}_{-1/2+1\rho} \left(\frac{P_p}{\sqrt{P^2 p^2}} \right) \int_{\rho'=-\infty}^{\infty} d\rho' P^{-(-\frac{1}{2}+\ell)}_{-1/2+1\rho'} \left(\frac{P_q}{\sqrt{P^2 q^2}} \right) \times \\ &\times \sigma_{\ell}^{\beta, \beta', \rho, \rho'} (P^2) P_{\ell}(\cos \theta), \end{aligned} \quad (28)$$

где

$$\cos \theta = \frac{P_p P_q - P^2 p q}{\sqrt{[(P_p)^2 - P^2 p^2][(P_q)^2 - P^2 q^2]}}. \quad (29)$$

Здесь β и ρ характеризуют неприводимые представления группы $0(4,1)$ и Лоренца соответственно; P_{ν}^{μ} - функции Лежандра, а P_{ℓ} - полиномы Лежандра. В случае, когда $p^2 < 0$ или $q^2 < 0$, разложение для K получается из (28) путем аналитического продолжения. В последнем случае необходимо учесть и унитарные представления из дискретной серии. Для этой цели в (28) необходимо заменить $P_{\nu}^{\mu} \rightarrow q_{\mu}^{\ell}$, где

$$\begin{aligned} q_{\mu}^{\ell} &= \frac{\sqrt{\pi}}{2^{1/2+2m}} \frac{\Gamma(1+\ell+2m)}{\Gamma(1+2m)} \left(\frac{P_p}{P^2 p^2} - 1 \right)^{-1/4+2m} \times \\ &\times F\left(\frac{2m-\ell}{2}, \frac{1+2m-\ell}{2}; 1+2m; \frac{P^2 p^2}{P^2 p^2 - (P_p)^2} \right) \end{aligned} \quad (30)$$

(здесь m - целое неотрицательное число), и интегрирование по ρ заменить суммированием по m .

Необходимо отметить, что при разложении ядра K мы ограничились только унитарными представлениями.

Инвариантное ядро K можно рассматривать и как некоторую амплитуду упругого рассеяния двух скалярных частиц вне массовой поверхности. Переход на массовую поверхность, например, в случае равных масс, можно осуществить, если подставить в (28)

$$P_p = P_q = 0, \quad p^2 = q^2 = 4m^2 - s, \quad (31)$$

$$\cos \theta = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{2t}{4m^2 - s} \right),$$

где s и t являются переменными Мандельштама, а θ - угол между относительными импульсами входящих и выходящих частиц в системе центра масс.

Легко проверить, что двухточечная функция четырехвекторного поля, которая получается из (12) подстановкой, $\ell_0 = \ell'_0 = 0$ и $\ell_1 = \ell'_1 = 2$, удовлетворяет всем аксиомам теории поля, в том числе и условию спектральности, без наложения на компоненты поля дополнительных условий. То же самое относится и к произвольному тензорному полю. Поэтому представляет интерес попытаться получить этот результат и из лагранжевого формализма. Этому вопросу посвящена третья глава диссертации.

В десятом параграфе вводятся операторы проектирования на состояния с определенным спином для тензорного поля произвольного ранга. Для этой цели используются ядра K_s двухточечной функции тензорного поля. Посредством этих операторов можно получить поле с определенным спином:

$$V_{(s)}^{\mu_1 \dots \mu_n}(x) = \Pi_{(s)\nu_1 \dots \nu_n}^{\mu_1 \dots \mu_n} \left(\frac{\partial}{\partial x} \right) \Phi^{\mu_1 \dots \mu_n}(x). \quad (32)$$

Операторы проектирования $\Pi_{(s)}$ являются нелокальными.

В одиннадцатом параграфе рассмотрен лагранжев формализм свободного эрмитового тензорного поля. Если исходить из лагранжиана:

$$\mathcal{L}(x) = \sum_{s=0}^n (-1)^s \mathcal{L}_s(x), \quad (33)$$

где

$$\mathcal{L}_s(x) = \frac{1}{2} : \frac{\partial V_{(s)}^{\mu_1 \dots \mu_n}(x)}{\partial x^\lambda} \frac{\partial V_{(s)\mu_1 \dots \mu_n}}{\partial x^\lambda} : - \frac{m_s^2}{2} : V_{(s)}^{\mu_1 \dots \mu_n}(x) \times \\ \times V_{(s)\mu_1 \dots \mu_n}(x) :,$$

для оператора энергии получаем выражение:

$$P^0 = \sum_{s=0}^n \sum_{\zeta=-s}^s \int d^3p \, a_s^* \zeta(p) a_s \zeta(p), \quad (35)$$

спектр которого является положительно определенным. Здесь $a_s^* \zeta$ и $a_s \zeta$ - операторы рождения и уничтожения частицы с массой m_s , спином s и его третьей проекции ζ .

Канонически сопряженные импульсы полей $V_{(s)}$ имеют вид:

$$\pi_s^{\mu_1 \dots \mu_n}(x) = (-1)^s \frac{\partial V_{(s)}^{\mu_1 \dots \mu_n}(x)}{\partial x^0}. \quad (36)$$

Они удовлетворяют следующим коммутационным соотношениям с полями $V_{(s)}$:

$$[\pi_s^{\mu_1 \dots \mu_n}(x), V_{(s')\nu_1 \dots \nu_n}(y)] = -i \delta_{ss'} \Pi_{(s)}^{\mu_1 \dots \mu_n, \nu_1 \dots \nu_n} (p^2 = m_s^2) \times \\ \times \frac{\partial}{\partial x^0} \Delta(x-y; m_s^2). \quad (37)$$

Если $x_0 = y_0$, в правой части (37) получаем пространственную δ -функцию и ее производные конечного порядка с ограниченными коэффициентами. Следовательно, формализм является каноническим.

И, наконец, в двенадцатом параграфе обсуждается возможность описания взаимодействия между тензорным полем и электромагнитным или скалярным полем. Показано, что при взаимодействии с несохраняющимся тензорным током уравнения для полей определенного спина зацепляются. К этому случаю относятся рассматриваемые взаимодействия с электромагнитным и скалярным полями.

В целях построения диаграмм Фейнмана даны функции пространства для произвольного тензорного поля, из которых следует, что теория является неперенормируемой.

Литература

1. A.H. Rosenfeld et al. Rev.Mod.Phys., 42, 87 (1970).
2. E. Majorana. Nuovo Cimento., 9, 335 (1932); D.M. Fradkin. Am.Jorn.Phys., 34, 314 (1966).
3. P.A.M. Dirac. Proc.Roy.Soc., A155, 447 (1935).
4. M. Fierz. Helv.Phys.Acta, 12, 3 (1939).
5. M. Fierz and W. Pauli. Proc.Roy.Soc., A173, 211 (1939).
6. И.М. Гельфанд, А.М. Яглом. ЖЭТФ, 18, 703 (1948); 18, 1096, (1948); 18, 1105 (1948).
7. D. Tz. Stoynanov and I.T. Todorov. Journ.Math.Phys., 9, 2146 (1968).
8. A. Böhm, in Lectures in Theoretical Physics, XB, Gordon and Breach. N.Y. (1968).
9. M. Gell-Mann, D. Horn and J. Weyers. In Proceedings of the International Conference on Elementary Particles, Heidelberg (1967), North-Holland Publishing Company-Amsterdam.
10. A.N. Tavkhelidze et al. Communication JINR, E2-5182, Dubna (1970); I.T. Grodsky. Preprint Clev.Univ. (1970).
11. I.T. Grodsky and R.F. Streater. Phys.Rev.Lett., 20, 695 (1968).

12. I.T. Todorov and R.P. Zaikov. Journ.Math.Phys., 10, 2014 (1969).
13. Р.П. Зайков, Ч.Д. Палев. Сообщение ОИЯИ P2-5305, Дубна (1970).
14. Д.И. Блохинцев, Р.П. Зайков. ТМФ, 3, 168 (1970).
15. Д.И. Блохинцев, Р.П. Зайков. Сообщение ОИЯИ P2-5304, Дубна (1970).
16. Р.П. Зайков. Сообщение ОИЯИ, P2-4301, Дубна (1969).
17. A.I. Oksak and I.T. Todorov. Commun. math.Phys., 14, 271 (1969).
18. А.И. Оксак, И.Т. Тодоров. Сообщение ОИЯИ P2-4812, Дубна (1969).
19. H. Leutwyler. Phys.Letters, 31B, 214 (1970).
20. И.М. Гельфанд, М.И. Граев, Н.Я. Виленкин. Интегральная геометрия и связанные с ней вопросы теории представлений, Москва (1962).

Рукопись поступила в издательский отдел
28 октября 1970 года.