

С 329

E-924



**ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**  
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

2 - 5096

**А.В. Ефремов**

**АСИМПТОТИКА ГРАФОВ ФЕЙНМАНА**

**Специальность 041 - теоретическая физика**

Автореферат диссертации на соискание учёной  
степени доктора физико-математических наук

Дубна 1970

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики  
Объединенного института ядерных исследований.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор Д.В. Волков,  
доктор физико-математических наук, профессор Б.В. Медведев,  
доктор физико-математических наук, профессор Н.А. Черников.

Ведущее научно-исследовательское учреждение: Институт  
физики высоких энергий, Серпухов.

Автореферат разослан " " 1970 года

Защита диссертации состоится " " 1970 года на за-  
седании Учёного совета Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Учёный секретарь Совета

Р.А. Асанов

2 - 5096

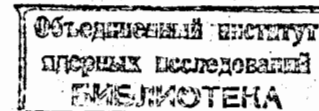
А.В. Ефремов

## АСИМПТОТИКА ГРАФОВ ФЕЙНМАНА

Специальность 041 - теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание учёной  
степени доктора физико-математических наук

6.9.13 бр



Теория возмущений до сих пор является единственным регулярным методом в теории поля и не только в электродинамике, где она прекрасно зарекомендовала себя, но и в сильных взаимодействиях, несмотря ни на большую величину константы взаимодействия, ни на асимптотический, по-видимому, характер ряда. Почти каждая из идей в теории сильных взаимодействий либо родилась из экспериментов в "лаборатории графов Фейнмана", либо, прежде чем завоевать доверие, должна была пройти проверку в ней. Яркий пример тому - представление Мандельстама, попытки доказательства которого в сущности возродили теорию возмущений в сильных взаимодействиях. Реджизм - эта господствующая сейчас идеология как в области высоких энергий, так и в области резонансов-частиц - также не мог бы столь успешно проникнуть в эти области, не пройдя проверку на графах Фейнмана <sup>/1,2/</sup>. Теория возмущений лежит в основе и квазипотенциального подхода <sup>/3/</sup>, и реджиевских ветвлений <sup>/4/</sup>.

Все это свидетельствует об огромной эвристической ценности теории возмущений и о роли, которую играет оснащение лаборатории графов более совершенным аппаратом.

Более того, выход в область сверхвысоких энергий (S), связанный с развитием ускорительной техники, привел к осознанию ценности теории возмущений как полукачественного и даже количественного аппарата, ибо в этой области возникают новые параметры типа  $m^2/S$ ,  $t/S$  (  $m$  и  $t$  - масса частиц и квадрат передачи импульса), а теория возмущений настолько

упрощается, что в определенных случаях удается просуммировать все асимптотически старшие члены (со степенной точностью) всех графов<sup>/5/</sup>. Такое суммирование, однако, немислимо без предварительной разработки эффективного метода, который бы связывал асимптотику графа с достаточно общими чертами его топологического строения, такими как наличие определенного сорта подграфов определенной структуры. (Заметим, что распространенная ныне техника Судакова<sup>/6/</sup>, несмотря на простоту, страдает именно отсутствием такой общности). Настоящая диссертация целиком посвящена последовательному изложению решения этой проблемы. Основу ее содержания составили как работы автора<sup>/7-15/</sup>, так и работы<sup>/16-19/</sup>.

Главным объектом рассмотрения является экспоненциальная форма известного  $\alpha$ -представления Чисольма для вклада графа рассеяния  $G$

$$T_G = \int_0^{\ell} \frac{d\alpha}{D^2(\alpha)} \exp \{ i A(\alpha) S + J(\alpha, t, m) \}, \quad (1)$$

где  $S = \frac{s-u}{2}$ , а  $J(\alpha, t, m)$  - линейная функция по  $t$  и  $m^2$  ( $s, t, u$  - обычные мандельштамовские переменные (см. рис. 1)). Ясно, что поведение функции  $T_G$  при  $S \rightarrow \infty$  определяется характером обращения в нуль  $A(\alpha)$  в некоторой области интегрирования по  $\alpha$  и поведением  $D(\alpha)$  в

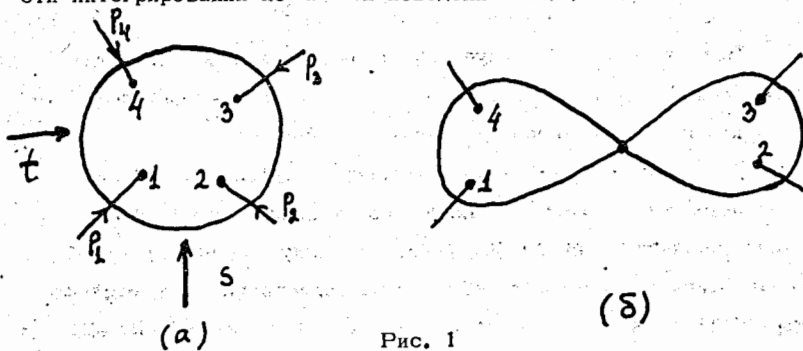


Рис. 1

этой области, которые, в свою очередь, связаны с топологией графа. Первая глава диссертации посвящена выяснению этой связи<sup>/7/</sup>. Оказалось, что  $D(\alpha)$  является суммой всевозможных произведений параметров  $\alpha$ , соответствующих линиям, которые нужно снять, чтобы сделать из  $G$  дерево, т.е. разорвать все циклы, не нарушив связности вершин, так что в каждое из произведений входит по одному представителю от всех  $c$  независимых циклов. Для коэффициента

$$D^{-1}(\alpha) A(\alpha) = A(12/34) - A(13/24) = A_{(14;23)} \quad (2)$$

каждый из членов, скажем  $A(12/34)$ , является суммой всевозможных произведений  $\alpha$ , соответствующих линиям, снятие которых делает из  $G - 2$  дерево с вершинами  $\{1,2\}$  в одной компоненте и  $\{3,4\}$  - в другой, т.е. для образования каждого слагаемого, входящего в  $A(12/34)$ , нужно путем снятия линий разорвать граф на две связные части, отделив вершины 1,2 от 3,4 (эту операцию назовем s-сечением), и каждую из частей превратить в дерево. Отсюда следуют важные свойства  $A$  и  $D$ .

- I. При  $\alpha > 0$   $D(\alpha) > 0$  и  $A(ik/\ell m) > 0$
- II. Если  $V$ -подграф  $G$ , то при замене  $\alpha_\nu \rightarrow \lambda \alpha_\nu$  для  $\nu \in V$  в пределе  $\lambda \rightarrow 0$

$$D(\alpha) \rightarrow \lambda^{c_V} D_V(\alpha) D_G(\alpha); A(\alpha) \rightarrow \lambda^q A'(\alpha); J_G \rightarrow J_{G'}. \quad (3)$$

где  $c_V$  - число независимых циклов  $V$ ,  $G'$  - получается из  $G$  стягиванием  $V$  в точку  $a$ ,  $q-1$  - минимальное число компонент, на которое разрывается  $V$  при любом  $S$ -сечении (т.е.  $s$ -или  $u$ -сечении). В частности, если хотя бы одно из  $S$ -сечений не затрагивает  $V$ , то  $q = 0$ , а если любое  $S$ -се-

чение разрывает  $V$  и хотя бы одно из них разрывает  $V$  на две части, то  $q = 1$ . В последнем случае подграф  $V$  называется 1-подграфом. Стыгивание его в точку превращает  $G$  в слабосвязанный, не зависящий от  $i$  граф  $G'$  типа рис. 16.

В разделе 1.3 рассмотрены расходящиеся графы и показано, что для любого сорта расходимостей регуляризованный вклад отличается от (1) заменой в подынтегральном выражении  $a_\nu \rightarrow \rho_{i_1} \dots \rho_{i_p} a_\nu$ , если линия  $\nu$  входит в расходящиеся подграфы  $\Gamma_{i_1} \dots \Gamma_{i_p}$ , и действием на него оператора

$$\int_0^1 \prod_{i=1}^p \rho_{i_1}^{l_i} (1-\rho_{i_1})^{\omega_i} \left( \frac{\partial}{\partial \rho_{i_1}} \right)^{\omega_i+1} \rho_{i_1}^{c_i} d\rho_{i_1},$$

где  $c_i$  и  $l_i$  - число циклов и линий расходящегося подграфа  $\Gamma_{i_1}$ , а  $\omega_i = 2c_i - l_i$  - индекс  $\Gamma_{i_1}$  ( $\omega_i \geq 0$ ). (В работе /17/, методу которой мы в основном следовали, это было доказано только для непересекающихся и целиком содержащихся друг в друге подграфов).

Вторая глава диссертации основана на работах /7,8,9,16/ и посвящена асимптотике графов рассеяния при  $S \rightarrow \infty$ , точнее, ведущим особенностям меллиновского образа вклада графа

$$\Phi_G^\pm(j, t) \sim \int_0^\infty \frac{\prod da_\nu}{\Pi^2(a)} |\Lambda|^j (\theta(\Lambda)_+ \theta(-\Lambda)_-) e^{j(a, t, m)} \quad (4)$$

и связанного с  $T(S, t)$  формулой

$$T_G^\pm(S, t) = -\frac{1}{4i} \int_{\delta-i\infty}^{\delta+i\infty} \frac{(-S)^j \pm (S)^j}{\sin \pi j \Gamma(j+1)} \Phi_G^\pm(j, t) d_j \quad (5)$$

(Тщательный переход к меллиновскому образу требует разделения четной и нечетной при замене  $S \rightarrow -S$  частей  $T_G^\pm$ , т.е. выделения сигнатуры). Ясно, что ведущие особенности  $\Phi^\pm(j, t)/\Gamma(j+1)$  совпадают с ведущими особенностями парциальной амплитуды в плоскости комплексного углового момента.

Из выражения (2), свойства 1 и формулы (4) следует, что особенностями  $\Phi^\pm(j, t)$  являются полюса, возникающие из области интегрирования по  $a$ , где  $\Lambda(a) = 0$ . По способу обращения  $\Lambda$  в нуль их можно разделить на:

1) краевые, когда  $\Lambda(a)$  обращается в нуль вместе с некоторым набором параметров  $a$ . (На краю области интегрирования);

2) неплоские, когда  $\Lambda(a) = 0$  за счёт сокращения слагаемых в (2) с разными знаками. Они свойственны только неплоским графам, которые нельзя нарисовать без перекрещивания линий, не меняя расположения вершин 1,4 (не считая внутренних собственно-энергетических и вершинных частей).

В разделе II.2 доказано, что положение краевой ведущей особенности определяется 1-подграфом  $V$  с максимальным индексом  $\omega = 2c_\nu - l = \Omega$ . Ею оказывается полюс при  $j = \Omega$ , порядок которого равен максимальному числу независимых подграфов с индексом  $\Omega$ , т.е. таких, что ни один из них нельзя построить из линий последующих. Этот результат можно понять, если учесть, что замена

$$a_\nu \rightarrow \lambda a_\nu, \quad \Pi da_\nu \rightarrow \lambda^{l_\nu-1} d\lambda \Pi da_\nu \delta(1 - \sum a_\nu \in V) \quad (6)$$

при учёте свойства  $\Pi$  дает

$$\begin{aligned} \Phi(j, t) &\sim \int_0^\infty \frac{d\lambda}{\lambda} \lambda^{j-\Omega} \int_0^\infty \Pi da_\nu \delta(1 - \sum a_\nu \in V) \phi(\lambda, a, t, j) \sim \\ &\sim \frac{1}{j-\Omega} \int \Pi da_\nu \delta(1 - \sum a_\nu \in V) \phi(0, a, t, \Omega), \end{aligned} \quad (7)$$

т.е. вычет в полюсе определяется графом  $G'$  (рис. 16). Повторяя ту же процедуру для какого-то другого 1-подграфа с индексом  $\Omega$ , получим полюс второго порядка и т.д. Нарастание порядка полюса обрывается либо исчерпыванием всех 1-подграфов с ин-



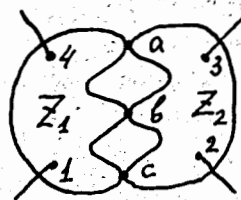
дексом  $\Omega$ , либо тем, что новые  $\lambda$  не смогут обратиться в нуль из-за появившихся ранее  $\delta$ -функций типа  $\delta(1-\Sigma a)$  (зависимый  $\Gamma$ -подграф).

Младшие порядки ведущего полюса возникают из-за "неасимптотического" режима одного или нескольких из указанных  $\Gamma$ -подграфов, который можно определить как вычитание подинтегральной функции типа  $\phi$  в (7) по соответствующим  $\lambda$  в нуле. Эта методика учёта младших особенностей проведена здесь впервые.

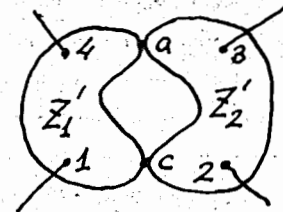
Рассмотрение расходящихся частей показывает<sup>/8,17/</sup>, что наличие в  $\Gamma$ -подграфе  $\Gamma$  внутренних независимых расходящихся частей  $\Gamma_1, \dots, \Gamma_r$  увеличивает порядок обусловленного им полюса на  $r$  (за некоторым исключением), ибо наряду с обращением в нуль при  $\{a_\nu \in V\} \rightarrow 0$ ,  $\Lambda(a)$  обращается в нуль, например, и при  $\{a_\nu \in V - \Gamma_1, \rho_1\} \rightarrow 0$ . Таких дополнительных наборов можно ввести  $r$  штук. Замечательно, что асимптотика вклада  $\Gamma$ -подграфа, содержащего расходимости (или его производной по  $\ln S$  при  $\Omega \geq 0$ ) факторизуется из асимптотики непересекающихся расходящихся частей и асимптотики  $\Gamma$ -подграфа, у которого все они стянуты в точки. Это указывает на возможную наблюдаемость констант перенормировок заряда и волновых функций (в которые собираются вклады расходимостей) при высоких энергиях, ибо после суммирования они войдут в выражения для асимптотик амплитуд.

Неплоские особенности (раздел II.5) связаны с более сложным строением графа. Частично они были рассмотрены в работе<sup>/19/</sup>, но столь полный анализ их дается впервые. Здесь, как оказалось, работают два конкурирующих механизма.

Первый из них связан с чисто внутренней частью области интегрирования по  $a$ . Положение особенностей этого типа определяется  $S$ -связностью графа, т.е. минимальным числом вершин  $(k-1)$ , снятие которых лишает граф зависимости от  $S$  (сохраняя его связность), причем снятие любых  $k-2$  вершин (например,  $b$  на рис. 2а) не разрушает неплоскости частей



(а)



(б)

Рис. 2

$Z_1'$  и  $Z_2'$ . Соответствующий такому строению неплоскости полюс в положительно-сигнатурной части оказывается в точке  $j = -k(k-1)2^{k-3}$ , т.е. с возрастом  $k$  довольно быстро движется влево и уже при  $k=3$  оказывается в точке  $j = -6$  (что соответствует убыванию  $S^{-6}$ ). Такие особенности (за исключением, быть может,  $k=2$ , т.е. графов типа рис. 2б, для которых  $D^{-1}\Lambda(a) = (D^{-1}\Lambda)_{Z_1}$ ,  $(D^{-1}\Lambda)_{Z_2}$  и полюс, кратность которого равна числу неплоских звеньев типа  $Z'$ , расположен при  $j = -1$ ), по-видимому, не играют существенной роли в высокоэнергетическом поведении. В отрицательно-сигнатурную часть они вклада не дают.

Более интересными оказываются "полукраевые" особенности, которые обусловлены превращением графа в двусвязный (типа рис. 2б) после стягивания в точку некоторых подграфов с индексом  $\omega$ . Этот механизм приводит к кратному полюсу в точке  $\omega - 1$ , причем порядок его определяется как числом стягиваемых подграфов, так и числом образовавшихся после их стягивания звеньев типа  $Z_1', Z_2'$ . Именно этот тип сингулярностей превращается при суммировании некоторого типа графов в теории  $\phi^3$  в движущийся мандельштамовский разрез<sup>/20/</sup>, из которого сейчас выросло целое направление в физике высоких энергий<sup>/21/</sup>.

Изложенные в первых двух главах идеи и методы распространяются в гл. III на случай графов со спиновыми линиями. Все рассмотрение проводится для случая мезодинамики

$$\mathcal{L}_{int} = g \bar{\psi} \gamma_5 \psi \phi + h \phi^4$$

- единственной конформно-инвариантной

в пределе нулевых масс теории пионов и нуклонов. (В фунда-  
ментальности этого принципа нас убеждают исследования<sup>/22/</sup>).

Наличие числителя в пропагаторах спинорных частиц при-  
водит<sup>/10/</sup> к появлению в выражении для вклада графа (1) пред-  
экспоненциального множителя  $G(a, p)$  (или множителя  $g(a, j, t)$   
в выражении типа (4) для меллиновского образа обычных<sup>/23/</sup>  
инвариантных амплитуд  $\pi N$ - и  $NN$ -рассеяния), который  
имеет вид:

$$G(a, p_i) = \prod_{\sigma < \sigma'} (1 + R_{\sigma\sigma'}) Y(\hat{f}_{\sigma_1} \hat{f}_{\sigma_2} \dots \hat{f}_{\sigma_\mu}),$$

где каждой спинорной линии  $\sigma$  соответствует множитель

$$\hat{f}_\sigma = a_\sigma(\alpha)\hat{p} + b_\sigma(\alpha)\hat{q} + c_\sigma(\alpha)\hat{r} + m_\sigma \quad (\text{где } p = \frac{1}{2}(p_1 - p_2),$$

$$q = \frac{1}{2}(p_2 - p_3), \quad r = \frac{1}{2}(p_2 + p_3), \quad \text{а } 2(p \cdot q) = S - \text{единственное больш-}$$

шое скалярное произведение этих векторов), оператор  $Y$  уста-  
навливает правильный порядок  $\gamma$ -матриц, а оператор "спарива-  
ния"  $R_{\sigma\sigma'}$  заменяет  $\dots \hat{f}_{\sigma'} \dots \hat{f}_\sigma$  на  $\dots \gamma_{\mu\mu'} \dots \gamma_{\sigma\sigma'}(\alpha)$ . Далее  
устанавливается<sup>/10/</sup> связь коэффициентов  $a, b, c$ , соответствую-  
щих спинорной линии  $\sigma$ , соединяющей точки  $n$  и  $k$  ("начало"  
и "конец") с топологией графа (см. (2))

$$a_\sigma = \frac{\Lambda_-(k, n; 1, 4)}{\sigma D(a)}; \quad b_\sigma = \frac{\Lambda_-(k, n; 2, 3)}{\sigma D(a)}; \quad c_\sigma = \frac{\Lambda_-(k, n; 2, 1) + \Lambda_-(k; 3, 4)}{\Lambda_\sigma D(a)}$$

и коэффициента  $r_{\sigma\sigma'}$  соответствующего спариванию линий  $\sigma$  и  $\sigma'$

$$r_{\sigma\sigma'} = \frac{\Lambda_-(k, n; k', n')}{2i a_\sigma a_{\sigma'}}.$$

Из полиномиальной зависимости  $g(a, t, j)$  от  $j$  следует,  
что особенности  $\Phi(j, t)$ , как и для скалярных графов, возникают  
только из области  $\Lambda = 0$ , поэтому вся классификация особеннос-  
тей остается той же, что и для скалярных графов. Однако

зависимость  $g$  от  $a$  может смещать эти особенности вправо  
или влево. В частности, каждое спаривание спинорных линий  
одного  $t$ -подграфа или последовательная расстановка на них  
векторов  $a_\sigma \hat{p}$  и  $b_{\sigma'} \hat{q}$  из  $\hat{f}_\sigma$  может сместить определяе-  
мую им особенность на единицу вправо, а каждая пара внутренних  
или внешних спинорных линий, примыкающая к  $t$ -подграфу сле-  
ва (справа), может приносить один вектор  $a_\sigma \hat{p}$  ( $b_{\sigma'} \hat{q}$ ) и сме-  
щать особенность вправо на  $1/2$ .

Эти сведения позволяют оценить сверху положение осо-  
бенности, даваемой любым  $t$ -подграфом, и показать<sup>/11,12/</sup>, что  
 $\omega_{\max} = \Omega \leq 0$ , что соответствует росту  $(\ell_n S)^H$  (при нормировке  
инвариантных амплитуд на первый борновский член). При этом  
оказывается, что за такую особенность могут быть ответственны  
только  $t$ -подграфы с четырьмя внешними линиями, которые  
названы ядрами (если они не делятся в  $t$ -канале по двум лини-  
ям) или объединениям ядер (если делятся). Ясно, что любой  
граф рассеяния является либо ядром, либо объединением ядер.

Далее доказывается, что верхняя граница  $\Omega = 0$  достижима  
для ядер типа рис. 3 (а-д) (т.е. для ядер с целым переданным  
угловым моментом) и недостижима для ядер 3е (с полуцелым

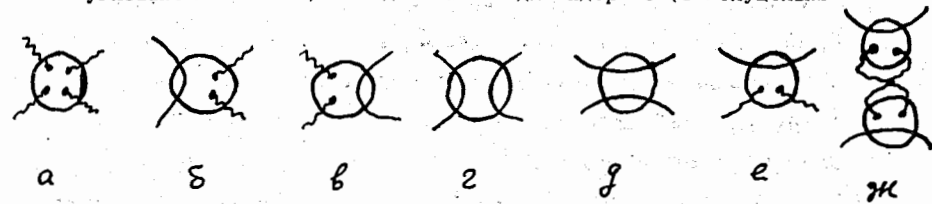


Рис. 3

моментом), у которых  $\Omega$  оказывается равным  $-1/2$ , и ядер 3ж с  
 $\Omega = -1$ . (Это соответствует более низкому расположению  
на графике Чу-Фраучи, чем бозонных).

Степень полюса при  $\Omega = 0$  зависит от числа "работающих"  
ядер и объединений, которое связано с  $G$ -чётностью в  $t$ -канале.  
Для графов с  $G \neq -1$  (они составлены из ядер типа 3 а-д, при-  
чем в ядрах 3г число промежуточных мезонов чётно) могут "рабо-

тат" (т.е. давать полюс при  $j = 0$ ) все ядра, кроме  $3j$ , и все их непересекающиеся объединения, т.е. всего  $2n - 1 + x$  объект ( $n$  - общее число ядер,  $x$  - число ядер  $3j$ ). Графы с  $G = -1$  состоят из ядер рис. 3д и 3г с нечетным числом промежуточных пионов. Такие ядра не могут работать вместе с объединением, в которое они входят, поэтому число работающих объектов оказывается  $2n - h - n_T + x$ , где  $n_T$  - общее число ядер типа  $3j$ , а  $h$  - число групп ядер 3д.

Наличие в работающих ядрах и объединениях внутренних расходимостей приводит к увеличению порядка полюса. Результат их учета не отличается от результата для скалярных графов (см. выше).

В разделе III.5 мы переходим к изучению неплоских особенностей в мезодинамике<sup>/12,18/</sup>. Имея в виду, что любой граф рассеяния в мезодинамике, как видно из вышеизложенного, обладает краевой особенностью при  $j=0$ , мы интересуемся только неплоскими особенностями при  $\text{Re } j \geq 0$ . Прежде всего доказывается, что "неплоские" полюса при  $\text{Re } j \geq 0$  полностью компенсируются нулями  $g(a, j, t)$  в этих точках, а полюса при  $j = 0$  возникают лишь от неплоских звеньев типа  $Z'_1$  и  $Z'_2$  на рис. 2б, сквозь которые проходит хотя бы одна спинорная цепь. В отличие от скалярных графов неплоские особенности в мезодинамике могут давать вклад только в отрицательно-сингулярную часть амплитуды.

Зависимость предэкспоненты  $g$  от  $j$  может в некоторых случаях приводить к компенсации некоторого порядка полюсов при  $j = 0$  (как плоских, так и краевых), т.е.  $g(a, j, t) \approx j^a g'(a, j, t)$ , причем число  $a$  оказывается равным половине числа звеньев (заметим, что ядро также является звеном!), через которое проходит одна нуклонная цепь плюс четверть числа внешних нуклонных линий графа. Отсюда следует, что для любого графа  $\pi N$  - и  $NN$  - рассеяния  $a \geq 1$ . Нетрудно понять, что после суммирования особенностей<sup>/24/</sup> этот компенсирующий множитель приводит к пропорциональности вычета полюса Редже его

положению  $a(t)$  и провалам в зависимости дифференциальных сечений этих реакций от передаваемого импульса, когда  $a(t) = 0$ .

Собирая все эти результаты, получаем<sup>/13/</sup>, что порядок полюса при  $j = 0$  для графов рассеяния равен

$$N^- = N^+ + m,$$

где  $m$  - число неплоских звеньев, сквозь которые проходит одна или две спинорные цепи. В свою очередь

$$N_{G \neq -1}^+ = 2n + r + x - a - 1,$$

где  $r$  - число внутренних расходящихся частей, а для графов без собственноэнергетических вставок на межядерных линиях

$$N_{G=-1}^+ = 2n + r + x - n_T - h - 1,$$

где числа  $n, a, n_T$  и  $h$  определены выше. Вычет же в полюсе является произведением вкладов звеньев и некоего комбинаторного множителя, связанного с числом ядер и размещением по ним расходимостей.

Для графов с полувещным моментом нам пока не удалось получить простого рецепта для определения порядка ведущего полюса при  $j = -1/2$ , однако применение разработанного метода к конкретному графу или классу графов немедленно дает его.

Таким образом, основным достижением диссертации является создание мощного топологического метода извлечения старших и младших порядков ведущей сингулярности графов, включающего все изложенные выше результаты; метода, который за исключением некоторых деталей (типа числа и сорта ядер и звеньев) не интересуется внутренним строением графа. (Возможности применения этого метода, разумеется, не ограничиваются рамками мезодинамики).

Простая и ясная топологическая картина ведущих особенностей позволила сразу же после создания метода провести суммирование сначала старших порядков ведущей сингулярности всех



графов рассеяния, а затем и всех ее порядков <sup>/5,24/</sup>, давшее, в результате, наряду с движущимися полюсами Редже и неподвижные корневые точки ветвления (в предположении конечности перенормировок зарядов и волновых функций). Эти особенности обладают всеми привлекательными чертами реджевской картины: универсальность особенностей как для упругих, так и для квазиупругих процессов, (т.е. зависимость их только от переданных квантовых чисел и факторизация вычетов. Эти черты, как показано в Заклучении, проявляются уже на уровне ведущих сингулярностей графов). Однако вопросы суммирования графов требуют отдельного изложения и в диссертацию не включены.

В качестве примера приложения развитого метода в гл. IV рассмотрена асимптотика электромагнитных поправок к амплитуде рассеяния <sup>/15/</sup>, которые имеют большое значение для понимания и интерпретации экспериментальных данных при высоких энергиях. Показано, что теория возмущений дает в каждом порядке для кулоновской интерференции поправку типа  $\Delta T \approx i\alpha c (\ln S + i\pi) T_0$  (где  $T_0$  - асимптотика "ядерной" амплитуды), что существенно отличается от квантовомеханической величины этой поправки <sup>/26/</sup>  $\Delta T = i\alpha T_0$  или совпадающей с ней величины, полученной в теории поля из предположения о достаточно быстром убывании амплитуды при отходе от массовой поверхности <sup>/27/</sup>. Это отличие способно объяснить "нарушение" теоремы Померанчука <sup>/28/</sup>, ибо для рассеяния античастицы поправка ( $\Delta \tilde{T}$ ) имеет противоположный знак, и если при  $S \rightarrow \infty$   $T_0 \approx \tilde{T}_0 \approx iS\sigma_0$ , то  $\sigma_{-} \approx 2\pi \alpha \sigma_0$  ( $\alpha = 1/137$ , а число  $\sigma_{-}$  - порядка нескольких единиц).

## Л и т е р а т у р а

1. Б.А. Арбузов, А.А. Логунов, А.Н. Тавхелидзе, Р.Н. Фаустов. Phys.Lett., 2, 150 (1962).
2. J.C. Polkinghorn, J.Math.Phys., 4, 503 (1963).
3. А.А. Логунов, А.Н. Тавхелидзе. Nuovo Cimento 28(1963)380.
4. J.C. Polkinghorn, J. Math.Phys., 4, 1396 (1963).  
В.Н. Грибов, И.Я. Померанчук, К.А. Тер-Мартirosян. ЯФ, 29, 380 (1963).
5. А.В. Ефремов, И.Ф. Гинзбург, В.Г. Сербо. Препринт ОИЯИ, Е2-3917, Дубна, 1968.
6. В.В. Судаков. ЖЭТФ 30 86 (1956).
7. А.В. Ефремов. Препринт ОИЯИ, Р-1242, Дубна, 1963.
8. А.В. Ефремов. Препринт ОИЯИ, Р-1305, Дубна, 1963.
9. А.В. Ефремов, О.И. Завьялов. Труды XXII Международной конференции по физике высоких энергий, Дубна, 1964 г., стр.360.
10. А.В. Ефремов. Препринт ОИЯИ, Е-2125, Дубна, 1965.
11. И.Ф. Гинзбург, А.В. Ефремов, В.Г. Сербо. ЯФ 9 451(1969).  
(см. также препринт ИМ СО АН СССР ТФ-45).
12. И.Ф. Гинзбург, А.В. Ефремов, В.Г. Сербо, препринт ИМ СО АН СССР, ТФ-46 (1968).
13. И.Ф. Гинзбург, А.В. Ефремов, В.Г. Сербо. Препринт ОИЯИ, Р2-3833, Дубна, 1968.
14. А.В. Ефремов. Сборник "Пионы и нуклоны", Дубна, Р1-3917 (1968) 180.
15. А.В. Ефремов, В.Г. Сербо, А.В. Шелкачев. Сообщение на таллинской сессии отделения ЯФ АН СССР, 1970г.
16. О.И. Завьялов. ЖЭТФ 47 (1964) 1103.
17. О.И. Завьялов, В.М. Степанов, ЯФ 1 (1965) 922.
18. И.Ф. Гинзбург, В.Г. Сербо. ЯФ 9 (1969) 868.
19. G. Tiktopoulos. Phys.Rev., 131, 2373 (1963).
20. S. Mandelstam. Nuovo Cimento, 30, 1113 (1963), 1127, 1143.
21. Proceedings of Regge-Cut Conference. Preprint Univ. of Wisconsin, 1969.

22. N.A. Chernikov, E.A. Tagirov . Ann Inst. H. Poincaré 9, 109 (1968).
23. См., например: Д.В. Волков, В.Н. Грибов. ЖЭТФ 44 (1963) 1088.
24. В. Буднев, И.Ф. Гинзбург. Препринт ИМ СО АН СССР ТФ-52, 1970 (представлено в ЖТМФ).
25. А.В. Ефремов, И.Ф. Гинзбург, В.Г. Сербо. Препринт ОИЯИ, Е2-4572, Дубна, 1969.
26. H.A. Bethe. Ann. of Phys., 3, 190 (1958).
27. G.B. West, D.H. Yennie. Phys.Rev., 172, 1413 (1968).
28. IHEP-CERN-collab. PzPhys.Lett., 30B, 500, 506 (1969).

Рукопись поступила в издательский отдел  
4 мая 1970 года.