ЯФ, 1969, т. 9, в. 3, с. 611-615

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

2 - 3939

М. Мусаханов

РАСПАД $K^* \to K\gamma$ И РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ К β-РАСПАДУ К-МЕЗОНОВ

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

1968

2 - 3939

7455/3 гр.

М. Мусаханов

РАСПАД $K^* \to K\gamma$ И РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ К β-РАСПАДУ К-МЕЗОНОВ

1. В работе[1] в предположении, что расходимость в радиационной поправке низшего порядка к векторному току в β -распаде π -мезона компенсируется расходимостью в матричном элементе аксиального тока[x], появляющемся при учёте радиационной поправки, получено правило сумм, включающее электромагнитные и слабые переходы π -мезона.

Вычисленные на основе этих правил ширины распадов

$$\Gamma_{\pi \to 2\gamma} (= 8{,}3 \text{ эв}) \quad \text{и} \quad \Gamma_{\omega \to \pi\gamma} (= 1{,}1 \text{ Мэв})$$

хорошо согласуются с экспериментальными данными $(7{,}5 \pm 1{,}5)$ эв и $(1{,}15 \pm 0{,}2)$ Мэв.

Предположение работы[1] основано на теореме, доказанной Бйоркеном[2], Аберсом и др.[3], согласно которой матричный элемент векторного тока $(\Delta S = 0)$ с учётом радиационной поправки в низшем порядке в пределе нулевого импульса лептонов $(\ell = 0)$ имеет вид:

$$M^{V} = \frac{G_{\mu} \cos\theta}{\sqrt{2}} V \left(1 - \frac{3}{2} \frac{i e^{2}}{(2\pi)^{4}} \int \frac{d^{4} q}{q^{4}}\right) < \pi^{0} | V_{\mu}^{+} | \pi^{-} > \ell_{\mu} , \qquad (1)$$

---

[x] *Как отметил В.И.Огиевецкий, в рамках лагранжева метода Швингера (или алгебры полей) по соображениям G – чётности в данном случае отсутствует вклад аксиального тока.*

где ток с $\Delta S = 0$ $I_\mu(\Delta S = 0) = \cos\theta_V V_\mu^+ + \cos\theta_A A_\mu^+$ в октетных обозначениях $V_\mu^+ = V_{\mu 1}^2$, q -импульс виртуального фотона,

$$\ell_\mu = \bar{u}_e(p_1)\gamma_\mu(1+\gamma_5)u_\nu(p_2), \quad \ell = p_1 + p_2 .$$

Другими словами, доказано, что расходящаяся часть радиационной поправки к векторному току не зависит от динамики сильных взаимодействий (при $\ell = 0$).

2. Распространим предположение работы [1] на β - распад K -мезона. Матричный элемент векторного тока (рис. 1) с учётом радиационной поправки имеет вид:

$$M^V = \frac{G_\mu \cos\theta_V}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{3}{2}\,\frac{i e^2}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 q}{q^4}\right) \langle K^+ | V_\mu^+ | K^0 \rangle \ell_\mu . \tag{2}$$

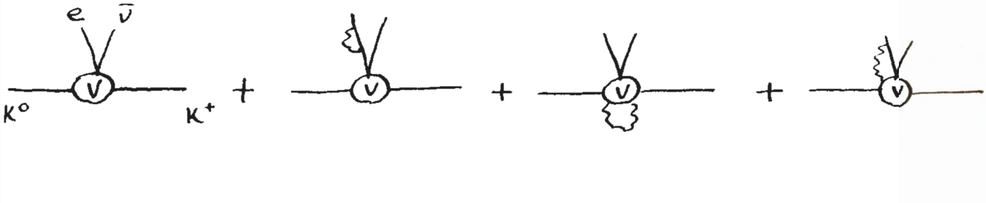

Рис. 1.

x/ В работе [1] $G_\mu \cos\theta_V = G_\mu \cos\theta_A = G$.

Матричный элемент аксиального тока (рис. 2), появляющийся при учёте радиационной поправки, имеет вид:

$$M^{A} = \frac{G_{\mu}\cos\theta_{A}}{\sqrt{2}} \frac{ie^{2}}{(2\pi)^{4}} \bar{u}_{e} \int \frac{d^{4}q}{q^{2}} \gamma_{\mu} \frac{1}{m_{e} - (\hat{q} + \hat{p}_{1})} \gamma_{\nu} M^{A}_{\mu\nu} (1+\gamma_{5}) u_{\nu} , \qquad (3)$$

где

$$M^{A}_{\mu\nu} = \int d^{4}x \, e^{iqx} \langle K^{+} | T\{ j^{em}_{\mu}(x) A^{+}_{\nu}(0) \} | K^{0} \rangle = \qquad (4)$$

$$= \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \, q_{\rho} (K^{+} + K^{0})_{\sigma} \, \Phi^{(k)}(q^{2}, qK)$$

$\Phi^{(k)}$ – неизвестная скалярная функция.

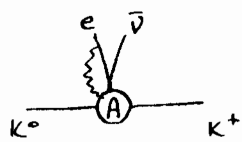

Рис. 2.

В пренебрежении m_{e} и импульсами лептонов выражение (3) можно привести к следующему виду:

$$M^{A} = \frac{G_{\mu}\cos\theta_{A}}{\sqrt{2}} \frac{3}{2} \frac{ie^{2}}{(2\pi)^{4}} \int \frac{d^{4}q}{q^{2}} \Phi^{(k)}(q^{2}, qK) \, (K^{+} + K^{0})_{\mu} \, \ell_{\mu} . \qquad (5)$$

Сравнивая (5) и (2), легко убедиться, что радиационная поправка к β-распаду K-мезона будет конечной, если:

$$\Phi^{(k)} \underset{q\to\infty}{\approx} \frac{1}{q^2}\,\frac{\cos\theta_V}{\cos\theta_A}\quad . \tag{6}$$

Учитывая, что выражение (2) линейно по импульсу K -мезона, а также имея в виду (5), приходим к выводу, что зависимостью $\Phi^{(k)}$ от (qK) нужно пренебречь (т.е. положить $K = 0$). Условие (6) приводит к правилу сумм, представляющему собой аналог правила сумм работы /1/. Заметим, что условие (6) можно получить, используя технику Бйоркена /2/ и результаты работы /1/.

Положим $\vec{q} = 0$ $q_o \to \infty$. Пренебрегаем зависимостью $\Phi^{(k)}$ от (qK). Тогда

$$M^A_{\mu\nu} = \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\, q_\rho\,(K^+ + K^0)_\sigma\;\Phi^{(k)}(q_0^2) \underset{q_0\to\infty}{\to} \frac{i}{q_o}\int d^3x\, \langle K^+ | [\, j^{em}_\mu(0,\vec{x})\, A^+_\nu(0)\,] | K^0 \rangle\;. \tag{7}$$

Матричный элемент в правой части (7) можно вычислить, воспользовавшись одним из результатов работы /1/:

$$\Phi^{(\pi)}(q^2) \underset{q\to\infty}{\approx} \frac{\sqrt{2}}{q^2}\,\frac{\cos\theta_V}{\cos\theta_A}\;. \tag{8}$$

Аналогично (7) аксиальный матричный элемент β -распада π -мезона при $\vec{q} = 0$ $q_o \to \infty$ имеет вид:

$$\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \; q_\rho (\pi^0 + \pi^-)_\sigma \; \Phi^{(\pi)}(q_0^2) \underset{q_0 \to \infty}{\to} \qquad (9)$$

$$\to \frac{i}{q_0} \int d^3 x < \pi^0 \,|\, [\, j_\mu^{em}(0, \vec{x}\,)\, A_\nu^+(0)\,] \,|\, \pi^- > .$$

Сравнивая (8) и (9), получим:

$$\frac{\cos\theta_A}{\cos\theta_V} < \pi^0 | [\, j_i^{em}(0,\vec{x}) A_j^+(0)] | \pi^- > = - i \epsilon_{ijk} < \pi^0 \,|\, V_k^+(0) \,|\, \pi^- > \delta^3(\vec{x}) . \qquad (10)$$

Если предположить, что условие (10) выполняется и для K -мезонных матричных элементов:

$$\frac{\cos\theta_A}{\cos\theta_V} < K^+ \,|\, [\, j_i^{em}(0,\vec{x}) A_j^+(0)] \,|\, K^0 > = - i\epsilon_{ijk} < K^+ \,|\, V_k^+(0) \,|\, K^0 > \delta^3(\vec{x}) , \qquad (11)$$

то из (11) и (7) получим условие (6).

3. Рассмотрим (4), ограничиваясь одним промежуточным состоянием $K^*(890)$ (рис. 3). Тогда

$$M_{\mu\nu}^A = g_{k^{*+} k^+ \gamma}(Kq, q^2)\, g_{k^{*+} k^0}(\ell K, \ell^2) \frac{1}{m_{k^*}^2 - (K^+ + q)^2} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \, q_\rho K_\sigma^+ +$$

$$g_{K^{*0}K^0\gamma}(Kq,q^2)\,g_{K^{*0}K^+}(\ell K,\ell^2)\,\frac{1}{m^2_{k^*}-(K^0-q)^2}\,\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\,q_\rho K^0_\sigma+ \tag{12}$$

$$+\;\ldots.^{*)}$$

$\ell = p_1 + p_2$ $\langle K\,|\,j^{em}_\mu\,|\,K^*\rangle = g_{k^*k\gamma}\,\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\,K^*_\nu q_\rho K_\sigma$,

K^*_ν – вектор поляризации $\langle K^+\,|\,A^+_\nu\,|\,K^{*0}\rangle = g_{k^*k}\,K^*_\nu + \ldots$ x/.

Условие (6) определяет поведение $M^A_{\mu\nu}$ при $\ell = 0$, $q \to \infty$, $K = 0$ в форм-факторах (12).

Сравнивая (6) и (12), получаем:

$$-\frac{1}{2}\left[\,g_{k^*\;k^+\gamma}(0,\text{“}\infty\text{”}) + g_{k^{*0}\,k^0\gamma}(0,\text{“}\infty\text{”})\right]g_{k^*k}(0,0) = \frac{\cos\theta_V}{\cos\theta_A}. \tag{13}$$

Отметим, что выражение в квадратных скобках левой части (13) представляет собой изоскалярный форм-фактор $K^*\to K\gamma$ распада.

Используя редукционную технику, гипотезу о частичном сохранении аксиального тока с $\Delta S = 1$ и алгебру токов xx/, получим:

$$g_{k^*k}(0,0) = \frac{2f_{k^{*+}}(0)}{F_k}, \tag{14}$$

где $\langle 0\,|\,V^1_{\mu 8}\,|\,K^{*+}\rangle = f_{k^{*+}}K^*_\mu$ $\langle 0\,|\,A^1_{\mu 8}\,|\,K^+\rangle = F_k K^+_\mu$.

---

x/ *Нас не интересуют выражения, обращающиеся в нуль в результате предельного перехода* $K\to 0$ *в* $\Phi^{(k)}$.

xx/ *Полный обзор этих методов содержится в* /4/.

Таким образом:

$$g_{k^{*+}k^{+}\gamma}(0,\text{''}\infty\text{''}) + g_{k^{*0}k^{0}\gamma}(0,\text{''}\infty\text{''}) = -\frac{\cos\theta_V}{\cos\theta_A}\;\frac{F_k}{f_{k^{*+}}(0)}\;. \qquad (15)$$

Используя результат алгебры токов $f^2_{\rho+} = 2m^2_\rho F^2_\pi$ и правило сумм для спектральной функции $f^2_{\rho+}/m^2_\rho = f^2_{k^*+}/m^2_{k^*}$ /5/, получим из (15):

$$|g_{k^{*+}k^{+}\gamma}(0,\text{''}\infty\text{''}) + g_{k^{*0}k^{0}\gamma}(0,\text{''}\infty\text{''})| = \frac{\cos\theta_V}{\cos\theta_A}\;\frac{F_k}{F_\pi}\;\frac{1}{\sqrt{2}\,m_{k^*}}. \qquad (16)$$

Один из результатов работы /1/ в наших обозначениях выглядит следующим образом:

$$g_{\rho\pi\gamma}(0,\text{''}\infty\text{''}) = \frac{\cos\theta_V}{\cos\theta_A}\;\frac{F_\pi}{f_{\rho+}(0)}\;. \qquad (17)$$

В работе /1/ используется написанное выше соотношение $f^2_{\rho+} = 2m^2_\rho F^2_\pi$. Это приводит к следующему выражению:

$$|g_{\rho\pi\gamma}(0,\text{''}\infty\text{''})| = \frac{\cos\theta_V}{\cos\theta_A}\;\frac{1}{\sqrt{2}\,m_\rho}\;. \qquad (18)$$

Отметим, что в обозначения работы /1/:

$$g_{\rho\pi\gamma} \to 2\,g_{\rho\pi\gamma}\,, \qquad f_{\rho+} \to \sqrt{2}\,\frac{m^2_\rho}{f_\rho}\,, \qquad \frac{\cos\theta_V}{\cos\theta_A} \to 1\,.$$

4. Вычисленные в работе [1] ширины распадов $\Gamma_{\pi\to 2\gamma}$ и $\Gamma_{\omega\to\pi\gamma}$ хорошо согласуются с экспериментальными значениями. Это происходит несмотря на то, что при вычислениях в работе [1] использовалось значение форм-фактора при $Kq = 0$, $q^2\to\infty$, тогда как, к примеру, в реальном случае распада $\omega\to\pi\gamma$ $Kq = \dfrac{m_\omega^2 - m_\pi^2}{2}$ $q^2 = 0$.

Опираясь на это замечание, можно предположить, что форм-факторы радиационных распадов векторных мезонов, во-первых, слабо зависят от масс частиц, входящих в реакцию, во-вторых, слабо зависят от q^2. С этой точки зрения можно было бы проверить соотношение (16), сравнивая его с экспериментом. К сожалению, отсутствие экспериментальных данных не позволяет это сделать. С другой стороны, можно сравнить (15) с (17) и (16) с (18).

При справедливости SU(3) – симметрии $F_k = F_\pi$, $f_{k^{*+}} = f_{\rho^+}$, $m_{k^*} = m_\rho$. Тогда:

$$g_{\rho\pi\gamma} = -(g_{k^{*+}k^+\gamma} + g_{k^{*0}k^0\gamma}), \qquad (19)$$

что не противоречит SU(3) – соотношению:

$$g_{\rho\pi\gamma} = g_{k^{*+}k^+\gamma} = -\frac{1}{2}\,g_{k^{*0}k^0\gamma}.$$

Интересно отметить, что если $F_k/F_\pi = m_{k^*}/m_\rho = 1{,}14$, то соотношение (19) сохраняется в нарушенной SU(3).

Сравним (18) с результатом точной SU(6) – симметрии:

$$g_{\rho\pi\gamma} = \frac{2}{3}\,\frac{M_p}{e} \approx \frac{1}{m_p} \quad (q^2 = 0). \qquad (20)$$

Правые части (18) и (20) при $\cos\theta_V = \cos\theta_A$ совпадают в пределах 15% несмотря на то, что в (18) $q^2 \to \infty$, а в (20) $q^2 = 0$. Этот факт говорит в пользу сделанного выше предположения о слабой зависимости форм-факторов от q^2.

Отметим, что если соотношение

$$g_{k^{*+}k^+\gamma} = -\frac{1}{2} g_{k^{*0}k^0\gamma} \tag{21}$$

сохраняется в нарушенной SU(3) – симметрии, то из (16) получаем:

$$|g_{k^{*+}k^+\gamma}| = \frac{\cos\theta_V}{\cos\theta_A} \frac{F_k}{F_\pi} \frac{1}{\sqrt{2}\, m_{k^*}} . \tag{22}$$

Ширины распадов $K^{*+} \to K^+\gamma$ и $K^{*0} \to K^0\gamma$ в этом случае равны соответственно

$$\Gamma_{k^{*+}\to k^+\gamma} = 75 \text{ кэв} \qquad \Gamma_{k^{*0}\to k^0\gamma} = 294 \text{ кэв} \tag{23}$$

при $\cos\theta_V / \cos\theta_A = 1 \qquad F_k / F_\pi = 1{,}14.$

Используя (21) и (15), можно также вычислить векторный форм-фактор в распаде $K \to e\nu\gamma$.

В обозначениях работы /6/ получаем:

$$|\mathcal{F}(\nu)| = \frac{F_k}{m^2_{k^*} - m^2_k + 2\nu} \quad \text{при} \quad \frac{\cos\theta_V}{\cos\theta_A} = 1 . \tag{24}$$

Автор благодарен Л.И.Лапидусу за поддержку и интерес к работе, а также признателен В.И.Огиевецкому и А.В.Тарасову за полезные обсуждения.

Литература

1. 1. N.Cabbibo, L.Maiani, C.Preparata Phys. Lett., 25B, 31, 1967.
2. J.D.Bjorken Ph. Rev., 148, 1467, 1966.
3. E.S.Abers, R.E.Norton, D.A.Dicus. Ph.Rev.Lett., 18, 676, 1967.
4. N.Cabbibo. Proceedings of the XIII International Conference on High Energy Physics. 1966. Berkeley.
5. T.Das, V.S.Mathur, S.Okubo Ph. Rev.Lett., 18, 761, 1967.
6. T.Das, V.S.Mathur, S.Okubo Ph. Rev. Lett., 19, 859 , 1967

Рукопись поступила в издательский отдел
20 июня 1968 года.

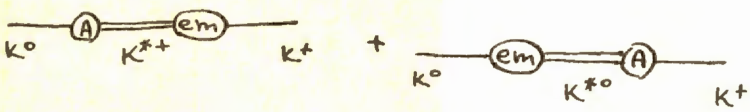

Рис. 3.