С 324
Е-912

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

2 - 3680

Г.В.Ефимов

НЕЛОКАЛЬНАЯ КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ

(041 - теоретическая и математическая физика)

Автореферат диссертации на соискание ученой
степени доктора физико-математических наук

Дубна 1968

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований.

Официальные оппоненты:

Доктор физико-математических наук
старший научный сотрудник

Б.В.Медведев

Доктор физико-математических наук
старший научный сотрудник

И.В.Полубаринов

Доктор физико-математических наук
старший научный сотрудник

Е.С.Фрадкин

Ведущее предприятие:

Институт теоретической и экспериментальной физики, Москва.

Автореферат разослан "________" ___________ 1968 г.

Защита диссертации состоится "______" ___________ 1968 г. на заседании Совета Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, г.Дубна.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ЛТФ.

Ученый секретарь Совета

Р.А.Асанов

2 - 3680

Г.В.Ефимов

5/23 бр

НЕЛОКАЛЬНАЯ КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ

(041 - теоретическая и математическая физика)

Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

Объединенный институт ядерных исследований БИБЛИОТЕКА

Настоящая работа посвящена построению теории квантованного поля с нелокальным и существенно нелинейным взаимодействием.

Проблемы, связанные с наличием ультрафиолетовых расходимостей в квантовой теории поля при локальном взаимодействии, являются основными при формулировке последовательной и замкнутой теории микрочастиц. Успех метода перенормировок не преодолевает основных трудностей теории, а скорее представляет собой успешный путь их обхода, пригодный в тех случаях, когда особо малые масштабы пространства и времени не играют существенной роли. Кроме того, программа перенормировок не прошла для широкого класса так называемых неперенормируемых теорий.

Почти сразу же после того как были обнаружены трудности с ультрафиолетовыми расходимостями, возникло стремление более глубоко видоизменить теорию, исходя из тех или иных физических идей. Среди попыток подобного рода, имеющих уже значительную историю, особо большое место занимают нелокальные и нелинейные теории поля. Ниже мы будем рассматривать лишь то направление в нелокальной и нелинейной квантовой теории поля, когда свободное поле считается локальным, а нелокальность или существенная нелинейность вводится только во взаимодействие.

Всегда считалось, и не без оснований, что нелокальная и нелинейная квантовые теории поля являются одними из наименее последовательных и наиболее далеких от реальности направлений в теории элементарных частиц. Однако в последние годы появился определенный практический интерес к нелокальной квантовой теории поля, связанный с проводимыми экспериментами по проверке применимости дисперсионных соотношений и квантовой электродинамики. С новой энергией стал изучаться вопрос, а так ли непреодолимы трудности, возникающие при формулировке нелокальной квантовой теории поля?

Нам хотелось бы обратить внимание на то существенное обстоятельство, которое столь глубоко разделяет строгую аксиоматическую квантовую теорию поля (например, формулировка Вайтмана или формулировка теории возмущений Боголюбова) и современную, можно сказать, феноменологическую нелокальную теорию поля. В локальной квантовой теории поля существенное место занимает предположение о характере обобщенных функций, каковыми являются функции Вайтмана или коэффициентные функции в разложении S- матрицы по нормальным произведениям операторов поля. Это предположение связано с определением локальных свойств обобщенных функций. Пространство обобщенных функций умеренного роста, ставшее традиционным при рассмотрении квантовой теории поля, было выбрано, как нам кажется, потому, что здесь понятие локальности обобщенной функции вводится столь простым и естественным образом, что даже на этом особенно не заостряется внимание. Это составляет математический фундамент теории. Далее из этого чисто математического требования о характере математического аппарата вытекают важные физические следствия (СРТ-теорема, теорема о локальной коммутативности, связь спина со статистикой и т.д.).

Что же происходит в нелокальной теории, если оставить в стороне разумную физическую идею о возможном нарушении причинности в малом? Грубо говоря, берется ряд теории возмущений для S- матрицы, соответствующий локальному взаимодействию, и делаются попытки подставить в матричные элементы такие формфакторы, которые устранили бы ультрафиолетовые расходимости, сохранили унитарность S- матрицы и имели бы такой вид, который позволил бы дать формфакторам подходящую физическую интерпретацию. При этом полностью отсутствует какая-либо попытка дать определение нелокальной природе теории с чисто математической точки зрения. При таком подходе возникает масса различных трудностей.

Итак, с одной стороны, – строгое математическое определение локальности и введение связанного с этим определением пространства основных функций, на котором строится все здание локальной теории; с другой стороны, – поиски вслепую формфакторов, манипуляции с разложением S- матрицы по теории возмущений, попытки дать какую-либо разумную физическую интерпретацию отдельным матричным элементам. Различие, как видно, огромное.

Настоящая работа представляет собой попытку восполнить именно этот пробел при формулировке нелокальной квантовой теории поля.

В первой главе диссертации изучаются пространства основных и обобщенных функций, которые могут служить основой для построения нелокальной теории поля. Наши дальнейшие построения будут основываться на изучении пространственно-временных свойств релятивистски-инвариантных обобщенных функций вида

$$K(x-x') = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{c_n}{(2n)!} \Box^n \delta^{(4)}(x-x'), \tag{1}$$

где $\Box = -\frac{\partial^2}{\partial x_0^2} + \frac{\partial^2}{\partial \vec{x}^2}$ для различных последовательностей коэффициентов $\{c_n\}_0^\infty$. Различаются следующие возможности

$$c_n = 0 \quad \text{при} \quad n > N \quad (N - \text{некоторое фиксированное число}) \tag{2}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} n \left| \frac{c_n}{(2n)!} \right|^{\frac{1}{n}} < \infty, \tag{3}$$

$$\overline{\lim_{n\to\infty}} \left| c_n \right|^{\frac{1}{n}} = 0, \tag{4}$$

$$\overline{\lim_{n\to\infty}} \left| c_n \right|^{\frac{1}{n}} = \ell^2 < \infty, \tag{5}$$

$$\overline{\lim_{n\to\infty}} \left| \frac{c_n}{(2n)!} \right|^{\frac{1}{n}} = 0, \tag{6}$$

$$\overline{\lim_{n\to\infty}} \left| \frac{c_n}{(2n)!} \right|^{\frac{1}{n}} = a^2 < \infty. \tag{7}$$

Случай (2) хорошо известен, это так называемая квазилокальная функция, принадлежащая к классу обобщенных функций умеренного роста. Здесь изучение пространственно-временных свойств функционалов основывается на очевидном определении, что область $G_F \subset R^4$ является носителем некоторого функционала F, если $(F, \phi) \equiv 0$ для любых $\phi(x)$, равных нулю в области G_F. При этом преполагается, что такие функции $\phi(x)$ содержатся в классе основных функций, и они достаточно хороши, чтобы функционал (F, ϕ) существовал.

Если максимально использовать данное определение носителя функционала, т.е. найти максимальное пространство обобщенных функций так, чтобы пространство основных функций еще содержало бы хоть одну функцию с ограниченным носителем, то мы получим случай (3). Это было сделано Джаффе.

В остальных случаях (4-7) оказывается, что для данных функционалов основные функции уже являются аналитическими, т.е. уже не содержат функций с ограниченным носителем. Поэтому необходимо сформулировать определение носителя аналитического функционала.

Область $G_F \subset C^4$ называется носителем аналитического функционала F, определеннрго на пространстве целых функций f, если он может быть непрерывно расширен на пространство функций, аналитических в замкнутой области G_F.

Исследование свойств обобщенной функции (1) для случаев (4-7) показало, что в случае (4) функционал локален, в случае (5) функционал нелокален, причем его носителем является некоторая ограниченная область в пространстве C^4, 4-объем которой конечен и пропорционален ℓ^4. В случаях (6) и (7), вообще говоря, функционал существенно нелокален, т.е. его носителем является все пространство, однако можно сформулировать понятие приближенной элементарной длины.

В главе второй сформулированы основные аксиомы нелокальной квантовой теории поля. За основу взяты аксиомы Боголюбова, Медведева, Поливанова для локальной квантовой теории поля. Изменения в нелокальной теории по сравнению с локальной сделаны в следующих пунктах. Во-первых, требуется, чтобы S - матрица была унитарной лишь на массовой оболочке. Во-вторых, требуется, чтобы радиационные операторы

$$R^{(n)}(x_1, \ldots, x_n) = \frac{\delta^n S}{\delta\phi(x_1)\ldots\delta\phi(x_n)} S^{-1} \tag{8}$$

были операторно-значными обобщенными функциями на одном из пространств, введенных в первой главе. В-третьих, условие макропричинности записывается в следующем виде

$$\frac{\delta}{\delta\phi(x)}\left(\frac{\delta S}{\delta\phi(y)} S^{-1}\right) = 0 \tag{9}$$

вне областей G и G_ℓ, где

$$x \in G, \qquad x_0 \geq y_0, \ (x-y)^2 \geq 0; \tag{10}$$

$$x \in G_\ell, \qquad -\ell^2 \leq (x-y)^2 \leq \ell^2, \tag{11}$$

причем в области G_ℓ выражение (9) должно быть пропорционально обобщенным функциями вида (1) из подходящего пространства нелокальных обобщенных функций.

Оказывается далее, что в случае построения разложения теории возмущений для S - матрицы по нелокальному лагранжиану взаимодействия происходит увеличение непричинной области от одного порядка теории возмущений к другому. Показано, что это является прямым следствием унитарности S - матрицы. В случае малых констант связи, если принципиально ограничивать себя теорией возмущений, нарушение причинности на больших расстояниях остается в рамках обычно допустимых вариантов нелокальных теорий.

В третьей главе рассматривается один из вариантов введения нелокального взаимодействия для однокомпонентного скалярного мезонного поля. Лагранжиан свободного поля остается неизменным, а в лагранжиан взаимодействия вместо поля $\phi(x)$ вводится поле $\Phi(x)$ согласно

$$\phi(x) \to \Phi(x) = \int d^4x' K(x-x') \phi(x'), \qquad (12)$$

где $K(x-x')$ – обобщенная функция типа (1) из подходящего класса нелокальных обобщенных функций. Тогда S– матрица, построенная по лагранжиану взаимодействия с полем $\Phi(x)$, по структуре будет совпадать с обычным рядом теории возмущений, построенным для поля $\phi(x)$ с единственным отличием, что обычные причинные функции скалярного поля заменятся на функции

$$\Delta(x-x') \to D(x-x') = \frac{1}{(2\pi)^4 i} \int \frac{d^4p [\tilde{K}(p^2)]^2}{p^2 - m^2 + i\epsilon} e^{ip(x-x')}. \qquad (13)$$

Далее показано, что полученная S– матрица конечна в каждом порядке теории возмущений и удовлетворяет всем аксиомам нелокальной теории, сформулированным во второй главе.

В главе четвертой изучается другая возможность введения нелокальности в теорию, а именно, изменение пропагатора свободной частицы. Согласно определению

$$\Delta(x_1 - x_2) = \langle 0 | T(\phi(x_1)\phi(x_2)) | 0 \rangle, \qquad (14)$$

причинная функция не определена при совпадающих аргументах $x_1 = x_2$. Поэтому в правую часть (14) можно добавить любую квазилокальную обобщенную функцию. Если же теория нелокальна, т.е. мы принципиально не можем ничего сказать о поведении частиц внутри некоторой малой пространственно-временной области, то в правую часть (14) можно уже добавить обобщенную функцию вида (1) из подходящего класса нелокальных функций. Имеем поэтому

$$\Delta(x_1-x_2) \to D(x_1-x_2) = \Delta(x_1-x_2) + K(x_1-x_2). \qquad (15)$$

Далее приводятся примеры возможных регуляризаций причиной функции и показывается, что S – матрица, построенная с помощью пропагаторов вида (15), удовлетворяет всем аксиомам второй главы.

В пятой главе рассматривается теория квантового однокомпонентного скалярного поля с существенно нелинейным взаимодействием. Плотность лагранжиана записывается в виде

$$\mathcal{L}(x) = L_0(x) + L_I(x), \qquad (16)$$

где $L_0(x)$– обычный лагранжиан свободного скалярного поля, а

$$L_I(x) = -g V(\phi(x)) = -g \sum_{n=3}^{\infty} \frac{u_n}{n!} \phi^n(x). \qquad (17)$$

Интуитивно могло бы показаться, что трудности квантовой теории поля возникают в области, где поля $\phi(x)$ велики. Действительно, свободное мезонное поле представляет собой совокупность несвязанных между собой осцилляторов, т.е. частиц, движущихся в квадратичной потенциальной яме ϕ^2. Любое взаимодействие, изменяющее на бесконечности по ϕ асимптотику квадратичной ямы (например, ϕ^4) приводит, казалось бы, к тому, что новая система собственных функций в этой измененной яме уже кардинально отличается от собственных функций осциллятора и в пределе бесконечного числа степеней свободы может быть даже ортогональна ей (теорема Хаага). Могло бы показаться, что если взаимодействие выбрать таким образом, что лагранжиан растет с ростом ϕ медленнее ϕ^2, то в такой теории будут отсутствовать трудности, связанные с большими энергиями.

Однако оказалось (это продемонстрировано на модели, описывающей взаимодействие скалярных мезонов с точечным фиксированным нуклоном), что все эти интуитивные соображения ошибочны. Эффект бесконечного числа степеней свободы квантованного поля оказывается существенным. Нельзя говорить о какой-либо возможности разложения стационарных состояний полного гамильтониана по стационарным состояниям свободного H_0. Следовательно, построение по теории возмущений конечной S– матрицы по нелинейному лагранжиану имеет мало общего с идеологией, согласно которой малое возмущение мало изменяет состояние свободного поля.

Поэтому задача ставится следующим образом. Возможно ли существенно нелинейному лагранжиану типа (17) поставить в соответствие унитарную S – матрицу, свободную от ультрафиолетовых расходимостей в каждом порядке теории возмущений? Слова "поставить в соответствие" понимаются в духе методов суммирования расходящихся рядов.

Далее предлагается процедура построения конечной S- матрицы по существенно нелинейному лагранжиану взаимодействия. Идея состоит в следующем. Коэффициентные функции в разложении S - матрицы по нормальным произведениям операторов полей можно представить в виде формальных рядов по причинной функции $\Delta(x)$. Например, во втором порядке теории возмущений по g для лагранжиана взаимодействия (17) коэффициентная функция, связанная с упругим рассеянием частиц, будет равна

$$F_{22}(\Delta(x_1-x_2)) = g^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{u_{n+2}\, u_{n+2}}{n!} \Delta^n (x_1-x_2). \tag{18}$$

Постулируется, что ряд (18) является асимптотическим рядом, представляющим истинную функцию F_{22} в евклидовой области x - пространства, где $(x_1-x_2)^2<0$ и $\Delta(x_1-x_2)$ вещественна и положительна. Процедура регуляризации вводится таким образом, что истинная $F_{22}(\Delta)$ удовлетворяет условиям:

1) функция $F_{22}(\Delta)$ ограничена при $\Delta \to +\infty$;

2) функция $F_{22}(\Delta)$ имеет существенную особенность в комплексной Δ - плоскости в точке $\Delta = 0$;

3) в области малых положительных Δ функция $F_{22}(\Delta)$ представляется в виде асимптотического ряда (18).

Предлагается несколько процедур регуляризации. Построенная S- матрица соответствует нелокальной квантовой теории и удовлетворяет всем аксиомам нелокальной теории поля (глава II).

В работе содержатся четыре приложения, где приведены доказательства некоторых теорем и формул, приведенных в основном тексте.

Основные результаты диссертации докладывались на сессиях Отделения ядерной физики АН СССР, на всесоюзных и международных конференциях по физике высоких энергий и опубликованы в следующих работах:

Литература

1. ЖЭТФ 44, 2107 (1963).
2. Physics Letters 4, 314, 1963.
3. Proceedings of the Sienne international conference on elementary particles, vol. 1, 455, Bologna, 1963.
4. Nuovo Cim. 32, 1046, 1964.
5. ЖЭТФ 47, 1800, 1964 (совместно с М.К.Волковым).
6. ЖЭТФ 48, 598, 1965.
7. Nuclear Physics 74, 657, 1965.
8. ЯФ, 2, 180, 1965.
9. ЯФ, 4, 432, 1966.
10. Commun. math. Phys. 5, 42, 1967.
11. Commun. math. Phys. 7, 138, 1968.
12. Труды Международного совещания по нелокальной квантовой теории поля. Препринт ОИЯИ Р2-3590, Дубна 1967.

Рукопись поступила в издательский отдел
23 января 1968 года.