Щ-61

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

2-2007-1

На правах рукописи
УДК 51-7:530.145

ЩЕРБАКОВ
Андрей Валерьевич

НЕЛИНЕЙНЫЕ $N = 4{,}8$ СУПЕРМУЛЬТИПЛЕТЫ В НИЗШИХ ИЗМЕРЕНИЯХ

Специальность: 01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

323б

Дубна 2007

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук

А. А. КАПУСТНИКОВ

доктор физико-математических наук

С. О. КРИВОНОС

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук

А. П. ИСАЕВ (ЛТФ, ОИЯИ)

доктор физико-математических наук

Р. Р. МЕЦАЕВ (ФИАН, Москва)

Ведущая организация:

Математический институт им. В.А.Стеклова РАН, г. Москва.

Защита диссертации состоится "28" февраля 2007 г. в $15^{\underline{00}}$ на заседании диссертационного совета К 720.001.01 при Лаборатории теоретической физики им. Н.Н.Боголюбова Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Объединенного института ядерных исследований.

Автореферат разослан "23" января 2007 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета С. И. ФЕДОТОВ

Актуальность темы. Суперсимметричная квантовая механика находит широкий спектр применения при изучении физических явлений, которые так или иначе связаны с непертурбативными эффектами и которым пока что не дано полного и исчерпывающего описания в рамках квантовой теории поля. Так, например, суперсимметричная квантовая механика применяется при описании одномерного варианта известного AdS/CFT соответствия, при рассмотрении моделей со спонтанно нарушенной суперсимметрией, при описании динамики движения частиц вблизи горизонта событий черных дыр в суперсимметричных теориях, при описании пространства модулей суперсимметричных монополей и черных дыр и в других областях физики.

Конечно же, одномерные суперсимметричные модели анализировать проще, чем их многомерные аналоги. И, казалось бы, можно было бы провести размерную редукцию некоторой теории, чтоб получить ее одномерный аналог. Однако размерная редукция суперсимметричных действий, определенных в $d > 1$, не воспроизводит все возможные действия в $d = 1$, поскольку в многомерном случае правила отбора, связанные с группой Лоренца, накладывают дополнительные ограничения, которых, естественно, нет в $d = 1$. Отсутствие группы Лоренца сказывается и на таком фундаментальном свойстве суперсимметрии, как равенство числа бозонных и фермионных степеней свободы на массовой поверхности, которое не обязано выполняться в $d = 1$. Эти факты говорят о том, что предпочтительнее рассматривать одномерные суперсимметричные модели, основываясь на алгебре суперсимметрии в $d = 1$, не прибегая к размерной редукции.

Алгебра $d = 1$ суперсимметрии с N вещественными суперзарядами имеет вид

$$\{Q^i, Q^j\} = \delta^{ij} P, \qquad [Q^i, P] = 0, \qquad i, j = 1, \ldots, N.$$

Линейные представления этой алгебры могут быть реализованы на супермультиплетах, содержащих бозонные и фермионные поля. Требования, чтобы, во-первых, преобразования этих полей реализовывали алгебру суперсимметрии, и, во-вторых, оставляли инвариантным свободное действие, приводят к ограничениям на число бозонных и фермионных полей в зависимости от количества суперсимметрий. В $d=1$, рассматривая алгебры суперсимметрии с N суперзарядами, удобно ввести обозначение

$$(\mathbf{n}, \mathbf{N}, \mathbf{N}-\mathbf{n})$$

для представления, содержащего n физических бозонов, $N-n$ вспомогательных бозонов и N физических фермионов, число которых равно числу генераторов суперсимметрий.

Несмотря на большой интерес к моделям с четырьмя и восемью генераторами суперсимметрией, систематическое суперполевое исследование структуры соответствующих супермультиплетов отсутствовало. Лишь недавно были проклассифицированы все возможные представления наиболее общей в одномерии $N=4$ конформной супералгебры $D(2,1;\alpha)$ с четырьмя нечетными генераторами, соответствующими Пуанкаре суперсимметрии. Используя метод нелинейной реализации в применении к супералгебре $D(2,1;\alpha)$, помимо известных представлений были найдены два новых – нелинейный киральный $(\mathbf{2},\mathbf{4},\mathbf{2})$ и нелинейный тензорный $(\mathbf{3},\mathbf{4},\mathbf{1})$ супермультиплеты. Компонентный состав этих представлений не отличается от их линейных аналогов, однако с геометрической точки зрения эти представления являются совершенно различными, поскольку физические бозонные поля соответствующих супермультиплетов являются, в нелинейном случае, координатами на сферах S^2 и S^3 для кирального и тензорного мультиплетов соответственно, тогда как в линейном случае – на плоскости R^2 и R^3.

Для одномерных моделей расширенная суперсимметрия накладывает более слабые условия на геометрию их сигма-модельного многообразия, чем в случае многомерных моделей с тем же числом суперсимметрий, поэтому можно ожи-

дать наличие более широкого класса допустимых сигма-модельных геометрий. В случае $d=4$ ответ на вопрос о взаимосвязи геометрии суперсимметричных моделей и числа суперсимметрий был известен и заключался в том, что геометрии могут быть *кэлеровыми*, *гипер-кэлеровыми* или *кватернион-кэлеровыми*.

Аналогичный вопрос изучался и для $d=1$ суперсимметричных моделей. Было показано, что для $N=4$ сигма-модельное многообразие является гипер-кэлеровым с кручением (hyper-Kähler with torsion, HKT), а для $N=8$ – октонион-кэлеровой с кручением (octonion-Kähler with torsion, OKT).

Проблема заключается в том, что наиболее общее суперсимметричное действие, построенное для $d=1$ $N=4$ супермультиплета, скажем, с четырьмя бозонными полями, которые мы обозначим q^i, имеет вид

$$S=\int \mathrm{d}t\Big[G(q)\,\dot{q}^i(t)\dot{q}^i(t)+\text{фермионы}\Big], \qquad i=1,\ldots,4.$$

С точки зрения сигма-модельного подхода функции $q^i(t)$ задают отображение одномерного пространства на некоторое четырехмерное сигма-модельное многообразие $\mathcal{M}$. Поэтому они могут интерпретироваться как координаты на $\mathcal{M}$ с метрикой

$$\mathrm{d}s^2=G(q)\,\mathrm{d}q^i\mathrm{d}q^i,$$

которая, очевидно, является конформно плоской. И это свойство является общим для всех $N=4$ суперсимметричных действий независимо от того, мультиплет с каким числом физических полей рассматривается. Заметим, что это построение совершенно не использовало размерную редукцию и, казалось бы, должно быть максимально общим, поскольку с самого начала было применено для одномерного случая, который, как уже говорилось, допускает более широкий класс сигма-модельных геометрий. Тем не менее, все, что можно получить – только лишь конформно плоские многообразия.

Проблема “конформной плоскостности” не является спецификой $N=4$ алгебры суперсимметрии и имеет место и в случае $N=8$. Действия, построенные для какого-либо представления из этих супергрупп, например, $(\mathbf{8},\mathbf{8},\mathbf{0})$, будут иметь такой же вид, что и выписанные выше для $(\mathbf{4},\mathbf{4},\mathbf{0})$, т.е. и в этом случае сигма-модельное многообразие будет конформно плоским.

Таким образом, возникает вопрос: можно ли для представлений алгебры суперсимметрии в $d=1$ получить сигма-модельные многообразия с отличной от конформно плоской геометрией?

Ключевым для ответа на этот вопрос является существование нелинейных представлений алгебры суперсимметрии. Как оказалось, нелинейные супермультиплеты играют важную роль в построении сигма-моделей с нетривиальной геометрией.

Замечательным фактом является существование нелинейных супермультиплетов и в пространствах с $d>1$. Такие мультиплеты использовались для построения $N=2$ суперсимметричной теории гравитации и сигма-моделей. Предложенный в диссертации $N=4$ $d=3$ нелинейный векторный супермультиплет содержит среди своих компонент тензор напряженности электромагнитного поля и обладает тем же составом, что и линейный векторный супермультиплет. Поэтому действие, построенное на его основе, описывает нелинейную суперсимметричную электродинамику. Соответствующее ему сигма-модельное многообразие является искривленным трехмерным пространством. Это значит, что предложенный вариант нелинейной электродинамики может служить альтернативой теории Борна-Инфельда, некоммутативным теориям в ряду нелинейных обобщений теории электромагнитного поля.

Важность нелинейных супермультиплетов ярко проявляется и при изучении теорий со спонтанным нарушением суперсимметрии. Так, будучи изначально линейными, законы преобразования компонент супермультиплета становятся нелинейными при наложении подходящих условий, описывающих частичное спонтанное нарушение суперсимметрии.

Появление неоднородного члена, пропорционального масштабу спонтанного

нарушения, в законах преобразования является принципиальным для возникновения нелинейного супермультиплета. В этом случае, в отличие от упомянутых выше, компоненты супермультиплета приобретают нелинейности только при преобразованиях относительно части суперсимметрий – относительно спонтанно нарушенных.

Отличительной особенностью моделей с частично нарушенной суперсимметрией является то, что лагранжиан становится одной из компонент супермультиплета. Его зависимость от других компонент уменьшает число независимых компонент супермультиплета, что и делает его нелинейным.

Как уже говорилось выше, одномерные модели обладают более широкими свойствами. Поэтому помимо того, что лагранжиан системы со спонтанно нарушенной суперсимметрией является одной из компонент супермультиплета, в одномерии обнаружен интересный факт, связанный с тем, что имеется некое универсальное суперсимметричное действие, которое не имеет бозонного предела, однако из него можно получить действия, бозонные пределы которых описывают свободные суперсимметричные релятивистские частицы.

Целью работы является построение нелинейных представлений суперсимметрии для исследования суперсимметричных моделей с сигма-модельными многообразиями, отличными от конформно плоских, и теорий со спонтанно нарушенной суперсимметрией.

Научная новизна и практическая ценность. Построен новый нелинейный $N=4$ $d=1$ супермультиплет $(\mathbf{4},\mathbf{4},\mathbf{0})$ с законами преобразования, определенными вне массовой оболочки. Построено соответствующее ему сигма-модельное многообразие, которое не является конформно плоским, а при определенных условиях становится гипер-кэлеровым.

Дано описание нелинейного представления $N=4$ $d=1$ суперсимметрии в гармоническом суперпространстве и построено суперсимметричное действие на основе этого представления. Показано, что сигма-модельное многообразие является гипер-кэлеровым многообразием Егучи–Хансона.

Построен лагранжев и гамильтонов формализм суперсимметричной механики с восемью суперзарядами, основанной на линейном и нелинейном киральном супермультиплете с двумя физическими бозонами. Изучены геометрии их сигма-модельных многообразий. Построены суперзаряды и найдена алгебра суперзарядов. Показано, что подходящая дуализация вспомогательных компонент приводит к гипер-кэлеровым многообразиям.

Построен новый нелинейный $N = 4$ $d = 3$ векторный супермультиплет. Показано, что среди его компонент содержится тензор напряженности электромагнитного поля. Построено инвариантное суперсимметричное действие, описывающее нелинейную $d = 3$ электродинамику с восемью суперзарядами. Найдено, что дуализация тождеств Бьянки приводит к гипер-кэлеровому многообразию с одной изометрией.

Построено бесконечномерное матричное представление расширенной $N = 2$ $d = 4$ суперсимметрии, спонтанно нарушенной до $N = 1$ $d = 4$. Показано, что лагранжиан суперсимметричной 3-браны является одной из компонент этого представления. Найдены явные выражения для всех компонент этого представления в терминах младшей компоненты.

Построено универсальное действие с $N = 8$ $d = 1$ суперсимметрией, спонтанно нарушенной до $N = 4$. Показано, что различный выбор связи между голдстоуновскими бозонами и фермионами приводит к суперсимметричным действиям свободной релятивистской частицы в пространствах, размерности от единицы до четырех.

Апробация работы. Результаты, которые представлены в диссертации, докладывались и обсуждались на научных семинарах лаборатории теоретической физики им. Н.Н.Боголюбова Объединенного института ядерных исследований (ОИЯИ), отделения теоретической физики Физического института им. П.Н.Лебедева (ФИАН), отдела теоретической физики Математического института им. В.А.Стеклова (МИАН), докладывались на международных семинарах “Интегрируемые системы и квантовые системы” (Прага, 2005, 2006), на зимней школе по суперсимметричной механике (INFN, Фраскати, Италия, 2005), на международной конференции “Квантовая электродинамика и статистическая физика” (Харьков, Украина, 2001).

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 12 работ.

Объем и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения общим объемом 112 страниц, включая список цитированной литературы из 104 наименований.

Содержание работы

Во введении обсуждается структура алгебры расширенной суперсимметрии в одном измерении и ее представления, излагаются мотивировки проведенных в диссертации исследований, а также дается краткое содержание диссертации по главам.

В первой главе рассматриваются способы построения сигма-модельных многообразий с геометриями, отличными о конформно плоских, для суперсимметричных моделей с четырьмя суперсимметриями. В первом параграфе рассматривается тензорный супермультиплет, содержащий три бозонных физических поля, четыре фермионных и одно вспомогательное поле. Данное представление является линейным. Соответствующее ему сигма-модельное многообразие является трехмерным и конформно плоским. Исходя из законов преобразования компонент тензорного супермультиплета, описывается процедура превращения вспомогательного поля в физическое, которая называется дуализацией. Показано, что при этом мультиплет превращается в линейный мультиплет с составом $(4, 4, 0)$, что отвечает гипермультиплету. Показано также, что процедура дуализации превращает сигма-модельное многообразие из трехмерного в четырехмерное с одной изометрией, но, по-прежнему, конформно плоское.

Анализируя законы преобразования и процедуру дуализации, ставится вопрос о том, является ли вспомогательная компонента тензорного суперполя уникальной и не существует ли другое поле B, построенное из компонент тензорного супермультиплета, которое имеет такую же размерность, что и вспомогательное поле тензорного супермультиплета, и которое обладает аналогичными трансформационными свойствами при преобразованиях суперсимметрии. Из размерных соображений для этого поля выбирается наиболее общий анзац, который линеен по вспомогательному полю тензорного супермультиплета и несингулярен по производным от полей. Найдено наиболее общее решение на коэффициенты, определяющие поле B. Показано, что вспомогательное поле тензорного супермультиплета является частным случаем поля B. Найденная величина допускает дуализацию, что приводит к супермультиплету с составом $(4,4,0)$, однако его законы преобразования являются нелинейными и содержат функциональный произвол.

Поскольку поле B линейно по вспомогательному полю тензорного супермультиплета, это позволяет переписать исходное суперсимметричное действие в терминах поля B. Дуализация последнего в действии приводит к сигма-модельному многообразию, которое не является конформно плоским. Соответствующий тензор Вейля отличен от нуля. Более того, накладывая определенные условия на функции, определяющие метрику сигма-модельного многообразия, можно убедиться, что она становится риччи-плоской. Вид метрики совпадает с метрикой Гиббонса–Хокинга для гипер-кэлеровых многообразий с одной триголоморфной изометрией.

Во втором параграфе рассматривается $N = 4$ тензорный супермультиплет в формализме $N = 2$ суперполей. Рассмотрено представление тензорного супермультиплета в виде двух $N = 2$ суперполей: вещественного и кирального. Построено общее суперполевое сигма-модельное действие для тензорного суперполя, представленного в этом виде. Показано, что к нему может быть добавлено потенциальное слагаемое в виде суперполевого интеграла по $N = 2$ суперпространству. Найдены условия, чтобы сделать это слагаемое $N = 4$ инвариантным. Поскольку интегралы по $N = 4$ и $N = 2$ суперпространствам имеют различную размерность, введена размерная константа, которая имеет смысл константы связи. Построенное действие также обладает конформно плоским сигма-модельным многообразием.

Показано, что интерпретация постоянства константы связи, как динамического условия, т.е. как уравнения движения, следующего из действия, приводит к тому, что “константа связи” становится вспомогательным полем и может быть исключена. Лагранжев множитель становится новой – четвертой – координатой сигма-модельного многообразия, которое, как и в предыдущем случае, не является конформно плоским и при определенных условиях становится гипер-кэлеровым.

В третьем параграфе построено нелинейное представление суперсимметрии для гипермультиплета в гармоническом суперпространстве и соответствующее ему действие. Исследованы калибровочные симметрии, которыми обладает данное действие. Фиксацией калибровки показана его эквивалентность действию Егучи–Хансона в ω-формулировке. Выбор калибровки Весса–Зумино позволяет решить суперполевые условия в гармоническом суперпространстве. Показано, что после интегрирования по грассмановым переменным и по гармоникам, возникает четырехмерное сигма-модельное многообразие гипер-кэлерового типа. Также исследован вопрос о связи калибровочных полей с членами Файе–Илиопулоса.

Во второй главе диссертации рассматриваются модели с восемью суперзарядами. Первые три параграфа посвящены построению сигма-модельных многообразий для одномерных теорий, четвертый – построению суперсимметричной модели на основе нелинейного векторного супермультиплета в трехмерном пространстве.

В первом параграфе строится линейное представление суперсимметрии, которое описывается одним комплексным киральным $N = 8$ суперполем, удовлетворяющим суперполевому тождеству Бьянки. Показано, что представление содержит два физических бозона, шесть вспомогательных бозонных и восемь физических фермионных полей. Среди компонент суперполевого тождества Бьянки содержатся, в частности, дифференциальные уравнения на вспомогательные компоненты кирального $N = 8$ суперполя, которые могут быть либо разрешены, либо введены в действие с множителями Лагранжа. Построено наиболее общее суперсимметричное действие, содержащее как сигма-модельные слагаемые, так и члены Файе–Илиопулоса. Исключение вспомогательных полей приводит к теории с двумерным бозонным многообразием, геометрия которого является специальной кэлеровой. Обнаружено, что теория инвариантна относительно дискретных преобразований, которые являются аналогом преобразований *S-дуальности*. Найдены законы преобразования компонент супермультиплета относительно суперсимметрии и сохраняющиеся величины. Наличие связей второго рода приводит к необходимости перехода от скобок Пуассона к скобкам Дирака в гамильтоновом формализме. Полученные скобки Дирака для канонических переменных позволяют найти алгебру сохраняющихся величин – суперзарядов. Эта алгебра содержит центральные заряды, которые представляют собой билинейные комбинации констант Файе–Илиопулоса и констант, определяющих вакуумные средние вспомогательных компонент супермультиплета. Исследованы различные способы дуализации вспомогательных компонент супермультиплета, которые приводят к четырехмерным сигма-модельным многообразиям. Найдено, что единственным вариантом, приводящим к сигма-модельному многообразию с не конформно плоской метрикой, является тот, когда одно из двух дифференциальных условий на вспомогательные компоненты дуализуется, а оставшееся добавляется в действие с лагранжевым множителем. После исключения вспомогательных полей возникает действие с четырехмерным сигма-модельным многообразием, которое является гипер-кэлеровым с двумя изометриями.

Во втором параграфе представлено нелинейное обобщение супермультиплета, рассмотренного ранее. Найдено, что его состав такой же, как и в линейном случае. Построено наиболее общее суперсимметричное действие для нелинейного супермультиплета. Показано, что геометрия двумерного сигма-модельного многообразия по-прежнему является кэлеровой, однако уже не специального вида. Во-вторых, показано, что нелинейность законов преобразования компонент относительно суперсимметрии уменьшает число вариантов допустимых членов Файе–Илиопулоса, в связи с чем в алгебре суперзарядов не возникает центральных зарядов. В-третьих, нелинейность не позволяет проводить некоторые дуализации, возможные в линейном случае. Тем не менее, допустимые варианты приводят к четырехмерному гипер-кэлерову многообразию с одной изометрией.

В третьем параграфе рассматривается дуализация константы связи. В данном случае этот способ применен к супермультиплету $(\mathbf{3}, \mathbf{8}, \mathbf{5})$, содержащему три физических поля, восемь фермионов и пять вспомогательных компонент и которое описывается двумя $N = 4$ суперполями – одним вещественным $(\mathbf{1}, \mathbf{4}, \mathbf{3})$ и одним киральным комплексным суперполем $(\mathbf{2}, \mathbf{4}, \mathbf{2})$. Построено наиболее общее $N = 4$ суперсимметричное действие и найдены условия, при котором оно будет инвариантным относительно $N = 8$ суперсимметрии. В разложении супермультиплета $(\mathbf{1}, \mathbf{4}, \mathbf{3})$ по грассмановым переменным присутствует "своя" константа, тогда как в случае с $N = 4$ супермультиплетом, рассмотренным в первой главе, константа возникала из размерных соображений при построении наиболее общего суперсимметричного действия. Показано, что исключение вспомогательных полей, согласно их уравнениям движения, и дуализация константы приводит к четырехмерному сигма-модельному гипер-кэлеровому многообразию с метрикой Гиббонса–Хокинга с одной изометрией. Показано, что дуализация вспомогательных компонент допустима, однако возникающее таким образом сигма-модельное многообразие будет конформно плоским.

В четвертом параграфе построено нелинейное представление $N = 4$ $d = 3$ алгебры суперсимметрии. Показано, что в состав его физических полей входит одно скалярное комплексное поле, одно вещественное скалярное, одно векторное и восемь фермионных. Показано, что векторное поле подчинено тождеству Бьянки. Это позволяет интерпретировать его как тензор напряженности электромагнитного поля. Построено действие, отвечающее нелинейному векторному супермультиплету. Доказана его инвариантность относительно преобразований суперсимметрии и найден его бозонный предел. Показано, что компонентное действие описывает нелинейную теорию электромагнитного поля, взаимодействующую с тремя скалярными полями. Соответствующее ему сигма-модельное многообразие является искривленным трехмерным пространством. Показано, что после дуализации тождеств Бьянки оно становится четырехмерным гиперкэлеровым многообразием с метрикой Гиббонса–Хокинга с одной триголоморфной изометрией.

В третьей главе рассматриваются теории со спонтанным нарушением суперсимметрии, при котором четыре из восьми суперсимметрий реализованы явным образом, оставшиеся – неявным.

В первом параграфе рассматривается спонтанное нарушение $N = 2$ $D = 4$ суперсимметрии, расширенной двумя центральными зарядами, что эквивалентно $N = 1$ $D = 6$, до $N = 1$ $D = 4$. Голдстоуновский фермион, соответствующий спонтанному нарушению суперсимметрии, является компонентой векторного супермультиплета. Приведены суперполевые условия, описывающие $N = 2$ $D = 4$ векторный супермультиплет и его законы преобразования относительно преобразований спонтанно нарушенной суперсимметрии. Найдено решение тождеств Бьянки, согласующееся с суперсимметрией. Для этого введены новые спинорные суперполя, которые обеспечивают замыкание преобразований

суперсимметрии вне массовой оболочки. Найден полный набор полей, образующих расширенный векторный супермультиплет. Предложен набор суперполевых условий, связывающий компоненты расширенного векторного супермультиплета и исследован вопрос их совместности с преобразованиями суперсимметрии. Одним из этих условий является рекуррентное соотношение на лагранжиан суперсимметричной три-браны. Найдено решение этого соотношения. Построено суперсимметричное действие и показано, что оно описывает динамику суперсимметричной три-браны. Было найдено, что набор соотношений на компоненты расширенного векторного супермультиплета приводит к существованию *линейного* бесконечно-мерного матричного представления суперсимметрии $N = 2$ $D = 4$, реализованного на бозонных полях, элементы которого нелинейным образом выражаются через два младших суперполя этого матричного представления, являющиеся координатами супер-три-браны.

Во втором параграфе рассматривается спонтанное нарушение суперсимметрии для одномерной теории. Найдено представление суперсимметрии на двух супермультиплетах с составом $(\mathbf{0},\mathbf{4},\mathbf{4})$ и $(\mathbf{2},\mathbf{4},\mathbf{2})$, на которых может быть реализовано спонтанное нарушение суперсимметрии. Голдстоуновский фермион является младшей спинорной компонентой суперполя $(\mathbf{0},\mathbf{4},\mathbf{4})$. Показано, что суперполе $(\mathbf{2},\mathbf{4},\mathbf{2})$ может быть использовано для построения суперсимметричного действия. Найдены и решены ковариантные условия, которые необходимо наложить на суперполе $(\mathbf{2},\mathbf{4},\mathbf{2})$, чтобы соответствующее действие описывало нетривиальную динамику. Показано, что можно перейти от голдстоуновского фермиона к голдстоуновскому бозону, причем имеется несколько возможных вариантов такого перехода. Исследованы все варианты таких переходов, найдены реализации преобразований суперсимметрий на суперполе $(\mathbf{2},\mathbf{4},\mathbf{2})$ и голдстоуновском суперполе. Показано, что бозонные пределы соответствующих действий описывают свободную релятивистскую частицу в плоском пространстве-времени размерности от двух до пяти.

В заключении перечислены основные результаты, выносимые на защиту.

На защиту выдвигаются следующие результаты.

1. Построен нелинейный $N = 4$ $d = 1$ супермультиплет, определенный вне массовой оболочки и имеющий компонентный состав $(4, 4, 0)$. Построено соответствующее ему суперсимметричное действие. Показано, что его сигма-модельное многообразие не является конформно плоским и при определенных условиях становится гипер-кэлеровым.

2. Дано описание нелинейного представления $N = 4$ $d = 1$ суперсимметрии в гармоническом суперпространстве и построено суперсимметричное действие на основе этого представления. Показано, что бозонное сигма-модельное многообразие является гипер-кэлеровым многообразием Егучи–Хансона.

3. Построен лагранжев и гамильтонов формализм суперсимметричной механики с восемью суперзарядами, основанной на линейном и нелинейном киральном супермультиплете с двумя физическими бозонами. Изучены геометрии их сигма-модельных многообразий. Построены суперзаряды и найдена алгебра суперзарядов. Показано, что подходящая дуализация вспомогательных компонент приводит к гипер-кэлеровым многообразиям.

4. Построен новый нелинейный $N = 4$ $d = 3$ векторный супермультиплет. Показано, что среди его компонент содержится тензор напряженности электромагнитного поля. Построено инвариантное суперсимметричное действие, которое описывает нелинейную $d = 3$ электродинамику с восемью суперзарядами. Найдено, что дуализация тождеств Бьянки приводит к гипер-кэлеровому многообразию с одной изометрией.

5. Построено бесконечномерное матричное представление $N = 2$ $d = 4$ суперсимметрии, спонтанно нарушенной до $N = 1$ $d = 4$. Показано, что лагранжиан суперсимметричной 3-браны является одной из компонент этого представления. Найдены явные выражения для всех компонент этого представления в терминах младшей компоненты.

6. Построено универсальное действие с $N = 8$ $d = 1$ суперсимметрией, спонтанно нарушенной до $N = 4$. Показано, что различный выбор связи между голдстоуновскими бозонами и фермионами приводит к суперсимметричным действиям свободной релятивистской частицы в D-мерном пространстве, $D = 1, \dots, 4$.

По теме диссертации опубликованы следующие работы:

1. С. Кривонос, А. Щербаков, *"Гипер-кэлеровы многообразия и нелинейные супермультиплеты"*, **Письма в ЭЧАЯ** 4, №1(137) (2007) 91–98.

2. S. Bellucci, S. Krivonos, A. Shcherbakov, *"$N = 4$ $d = 3$ Nonlinear Electrodynamics"*, **Phys. Rev. D** 74 (2006) 065016.

3. S. Bellucci, S. Krivonos, A. Shcherbakov, *"Hyper-Kähler Geometry and Dualization"*, **Phys. Rev. D** 73 (2006) 085014.

4. S. Bellucci, S. Krivonos, A. Shcherbakov, *"Universal Superfield Action for $N = 8 \to N = 4$ Partial Breaking of Global Supersymmetry in D=1"*, **Phys. Lett. B** 638 (2006) 526-530.

5. S. Krivonos, A. Shcherbakov, *"$N = 4$, $d = 1$ Tensor Multiplet and Hyper-Kähler σ-models"*, **Phys. Lett. B** 637 (2006) 119–122.

6. S. Bellucci, A. Beylin, S. Krivonos, A. Shcherbakov, *"N=8 Nonlinear Supersymmetric Mechanics"*, **Phys. Lett. B** 633 (2006) 382–388.

7. Č. Burdík, S. Krivonos, A. Shcherbakov, *"$N = 4$ Supersymmetric Eguchi-Hanson Sigma Model in $d = 1$"*, **Czechoslovak Journal of Physics** 55, №11 (2005) 1357–1364.

8. S. Bellucci, S. Krivonos, A. Shcherbakov, *"Two-dimensional $N = 8$ Supersymmetric Mechanics in Superspace"*, **Phys. Lett. B** 612 (2005) 283-292.

9. S. Bellucci, S. Krivonos, A. Nersessian, A. Shcherbakov, *"2k-dimensional $N = 8$ Supersymmetric Quantum Mechanics"*, Proceedings of the "XI International Conference on Symmetry Methods in Physics," Prague, Czech Republic, 2004, hep-th/0410073.

10. A. Kapustnikov, A. Shcherbakov, *"Matrix Supermultiplet of $N = 2$, $D = 4$ Supersymmetry and Supersymmetric 3-Brane"*, **Phys. Lett. B** 552 (2003) 273–279.

11. A. Kapustnikov, A. Shcherbakov, *"Supersymmetric 3-brane from Extended Goldstone–Maxwell Supermultiplet"*, **Problems of Atomic Science and Technology, (Ukraine)** 6(1) (2001) 49.

12. A. Kapustnikov, A. Shcherbakov, *"Linear and Nonlinear Realizations of Superbranes"*, **Nucl.Phys.Proc.Suppl.** 102 (2001) 42–49.

Получено 9 января 2007 г.