



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

2-2000-160

На правах рукописи
УДК 530.145.6; 539.128.2

П-224

ПАШНЕВ
Анатолий Ильич

**РАСШИРЕННАЯ СУПЕРСИММЕТРИЧНАЯ
КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА,
ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА РАССЕЯНИЯ И ВЫСШИЕ СПИНЫ**

Специальность: 01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Дубна 2000

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н.Н.Боголюбова Объединённого института ядерных исследований.

Официальные оппоненты:

Доктор физико-математических наук, профессор И.Я. Арефьева
Доктор физико-математических наук, профессор Б.М. Барбашов
Доктор физико-математических наук, профессор М.А. Васильев

Ведущая организация: Институт физики, Санкт-Петербургский университет

Защита диссертации состоится " _____ " _____ 2000 г. на заседании диссертационного совета Д047.01.01 при Лаборатории теоретической физики Объединённого института ядерных исследований, г. Дубна Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Автореферат разослан " _____ " _____ 2000 г.

Учёный секретарь совета
доктор физико-математических наук

С.В. Голоскоков

Актуальность темы.

С момента открытия суперсимметрии, начались многочисленные попытки построения суперсимметричных систем, более простых по сравнению с квантовой теорией поля, но, в то же время хорошо моделирующих ее многие интересные и трудные для непосредственного изучения особенности. Одной из таких моделей является Суперсимметричная Квантовая Механика (СКМ), и особенно ее расширенные варианты, исследованию которых в настоящее время посвящено множество работ. Будучи теорией с конечным числом степеней свободы, СКМ зачастую позволяет решить поставленную задачу до конца, подсказывая тем самым возможные упрощенные подходы в реальных теориях.

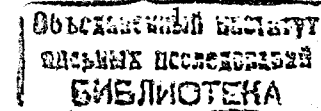
Кроме того, нетривиальная матричная структура СКМ, и особенно ее расширенных вариантов проявляется в ее чрезвычайно тесной связи с такими хорошо известными и широко используемыми в математике и физике методами, как преобразование Дарбу и метод обратной задачи рассеяния.

Вопрос спонтанного (и, в частности, частичного) нарушения суперсимметрии, являющийся в настоящее время одной из фундаментальных проблем в физике частиц, с успехом исследуется, в том числе и в настоящей диссертации в рамках СКМ.

Дополнительным стимулом к активизации исследований в этой области явилась обнаруженная недавно суперконформная инвариантность динамики частиц вблизи горизонта р-бранных решений в суперструнах и в М-теории, что означает применимость к ним суперконформной квантовой механики

Все выше перечисленное несомненно означает актуальность планомерного и всеохватывающего изучения Суперсимметричной Квантовой Механики, предпринятого в настоящей диссертации.

Применение ее методов в описании частиц со спином привело к построению непротиворечивых релятивистских моделей, описывающих высшие спины в пространствах произвольной размерности, а объединение этих методов с альтернативным подходом к описанию релятивистских частиц со спином, каковым является модель дискретной струны, позволяет конструктивным образом строить теоретико-полевые лагранжианы для различных частиц высших спинов,



являющихся неотъемлемыми компонентами современных теорий.

Цель диссертации состоит в построении квантовомеханических систем с расширенной суперсимметрией в пространствах различной размерности, в анализе их свойств, обусловленных суперсимметрией, и в описании моделей физических систем со спином, также проявляющимся как следствие суперсимметрии.

Научная новизна и практическая ценность.

Основное новое направление, открытое этой диссертацией, может быть определено следующим образом: построение и изучение квантовомеханических систем с расширенной суперсимметрией в рамках компонентного и суперполевого подходов и применение предложенных методов к описанию физических систем, и, в первую очередь, частиц со спином, а также к анализу возможных механизмов частичного спонтанного нарушения суперсимметрии.

В диссертации впервые нетривиальные неприводимые представления $N = 2$ и $N = 4$ суперсимметрии в одном измерении были применены к построению СКМ, что позволило проанализировать ее структуру с наибольшей полнотой и установить ее глубинные связи с преобразованием Дарбу и с обратной задачей рассеяния.

Частичное спонтанное нарушение суперсимметрии было также впервые обнаружено в диссертации в СКМ и его возникновение в реальной суперсимметричной теории поля имеет ту же природу и в настоящее время всесторонне изучается.

Впервые была предложена модель суперчастицы в суперпространстве с невырожденной метрикой, сводящаяся при частном выборе метрики к суперчастице Касалбуони-Бринка-Шварца.

Исследование динамики $N = 4$ спиновой частицы, впервые проведенное в диссертации, позволило обнаружить неизвестную до сих пор "реально" – Кэлерову структуру пространств Анти де Ситтера, играющих чрезвычайно важную роль в современной теории в свете гипотезы AdS/CFT соответствия.

Впервые для описания составных релятивистских систем была предложена модель дискретной струны, обладающая по сравнению со струной значительно более простым спектром и приводящая к непротиворечивому описанию полей высших спинов.

Впервые БРСТ подход применен к описанию частиц с высшими

спинами в пространстве 4 измерений и в более общей ситуации неприводимых представлений группы Пуанкаре в пространстве-времени произвольной размерности. Разработанный в диссертации метод учета связей второго рода позволяет конструктивно строить теоретико-полевые лагранжианы, в которых основные физические и вспомогательные поля а также параметры калибровочной группы с самого начала не подчинены никаким ограничениям. Этот факт является чрезвычайно важным в проведении последовательного квантования многих современных калибровочных теорий.

На защиту выдвигаются следующие результаты:

1. Развита суперполевого подход к расширенной суперсимметричной, в том числе и суперконформной, квантовой механике в терминах $N = 2$ и $N = 4$ неприводимых суперполей.
2. В компонентном подходе построена суперсимметричная квантовая механика с произвольным расширением N , изучена структура ее гамильтониана и суперзарядов.
3. Обнаружен эффект частичного спонтанного нарушения $N = 4$ суперсимметрии до $N = 2$ в одномерной и до $N = 3$, $N = 1$ в многомерной суперсимметричной квантовой механике.
4. Установлена связь преобразований Дарбу с преобразованиями суперсимметрии в $N = 2$ суперсимметричной квантовой механике и обнаружена и исследована тесная связь $N = 4$ суперсимметричной квантовой механики с обратной задачей рассеяния.
5. В суперполевого подходе построена $N = 4$ спиновая частица, описывающая в четырехмерии частицы спина 2 и 0. Получено обобщение на случай искривленного пространства, позволившее обнаружить неизвестную до этого "реально" – Кэлерову структуру пространств де Ситтера.
6. Впервые получена твистороподобная формулировка бозонной струны и суперструны типа II с гетеротической $(1,0)$, $(2,0)$ и $(4,0)$ суперсимметрией.

7. Предложена модель дискретной струны для описания релятивистских составных систем, изучен ее спектр в случае двухточечной и трехточечной систем.
8. В пространстве произвольной размерности с использованием БРСТ подхода построена локальная свободная теория для безмассовых частиц, описываемых неприводимым представлением группы Пуанкаре, а также для траектории Редже с линейной зависимостью массы от спина.

Апробация работы.

Результаты, представленные в диссертации, докладывались на семинарах в Лаборатории теоретической физики им Н.Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований (Дубна), в Харьковском физико-техническом институте, в Математическом институте Академии Наук (Москва), в Физическом институте Академии Наук (Москва), в Институте физики высоких энергий (Протвино), в Институте теоретической физики (Вроцлав), в Институте физики (Прага), в Национальной Физической Лаборатории (Фраскати), в Харьковском Университете, в Днепропетровском Университете, в Боннском Университете, в Гумбольдтском Университете (Берлин), в Университете г. Падуа, в Техническом Университете г. Прага, в Университете П г. Рим, в Университете г. Сан Пауло, в Международном центре теоретической физики (Триест), а также на Международном совещании по теоретико-групповым методам в физике, Звенигород, 1982 г.; на VII Международном совещании по нелокальным теориям поля, Алушта, 1984 г.; на Международной конференции "Суперсимметрия 85", Харьков, 1985; на Международных семинарах "Суперсимметрии и квантовые симметрии", Дубна, 1993, 1994, 1995, 1996, 1997, 1998, 1999 гг.; на VI Летней школе памяти И.А. Свика, Бразилия, 1990; на X Международной конференции "Проблемы квантовой теории поля", Алушта, 1996 г.; на Международной конференции "Суперсимметрия и квантовая теория поля", Харьков, 1997 г.; на Международном совещании "Квантовая теория поля и физика высоких энергий", Москва, 1999 г.; на XIV Симпозиуме "Новые симметрии и интегрируемые системы", Карпач, Польша, 1999 г.

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 27 работ.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения, и списка литературы. Она содержит 186 страниц машинописного текста. Список литературы включает 140 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дан обзор современного состояния и сформулированы основные проблемы возникающие в системах с расширенной суперсимметрией. Обоснована насущная необходимость поиска более простых систем с расширенной суперсимметрией, представляющих возможность детального исследования этих проблем и позволяющих выработать подходы к ним в реальной физике.

Глава 1 посвящена построению расширенной СКМ как в пространстве одного измерения, так и в пространствах двух, трех и более измерений. Основной акцент сделан на использовании нетривиальных неприводимых представлений алгебры расширенной суперсимметрии

$$\{Q_\alpha, Q_\beta\} = 2\delta_{\alpha\beta}H, \quad [Q_\alpha, H] = 0, \quad \alpha, \beta = 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

что позволяет проводить суперсимметризацию соответствующих квантовомеханических задач наиболее компактным образом.

В Разделе 1.1 рассмотрение начато с простейшего случая $N = 2$ СКМ в котором, наряду с вещественными суперполями, введены, как простейшие неприводимые представления киральные суперполя на суперпространстве $(1, 2)$ и строится наиболее общий лагранжиан, описывающий движение суперсимметричной системы в гравитационном, электромагнитном и дополнительном потенциальном полях.

Развитая техника применена к описанию суперсимметричных квантовомеханических моделей с группами симметрий $O(3)$, $O(2, 1)$ (в пространстве размерности 3), а также $SU(n + 1)$ (в пространстве CP^n). Здесь же отмечена возможность инвариантного подключения электромагнитного поля в рамках этих групп симметрии. Проведено квантование $O(3)$ и $O(1, 2)$ суперсимметричных моделей. Предложен рецепт устранения трудностей при квантовании, связанных с упорядочением некоммутирующих операторов. Обнаружен эффект спонтанного нарушения суперсимметрии на квантовом уровне за счет имеющейся неопределенности в упорядочении операторов.

Использование киральных суперполей позволило в разделе 1.2 впервые построить расширенную СКМ с произвольным N в терминах $N = 2$ суперполей.

Для этого в рамках $N = 2$ суперполевого подхода построены наиболее общий лагранжиан и, соответственно, гамильтониан с требуемым числом бозонных и фермионных степеней свободы. Изучаются требования, при которых возникает расширенная $N = 2$ суперсимметрия. Возникающая при этом прозрачная связь с $N = 2$ СКМ позволяет провести обобщение одномерной СКМ на произвольные N .

Таким образом гамильтониан N - расширенной одномерной СКМ получен в рамках $N = 2$ суперполевого подхода и показано, что инвариантность теории относительно расширенных преобразований суперсимметрии имеет место только при некоторых соотношениях между различными суперпотенциалами, входящими в этот гамильтониан.

Более подробному изучению конкретного значения $N = 4$ расширенной СКМ посвящены последующие разделы Главы 1. В Разделе 1.3 с использованием суперпространственного подхода введены основные суперполевые конструкции и описаны фундаментальные неприводимые суперполя и связи, выделяющие их из общего суперполя. На этом языке получены общие выражения для лагранжиана и гамильтониана, совпадающие по форме с аналогичными выражениями, полученными в Разделе 2.3 в компонентном подходе для случая $N = 4$ суперсимметрии.

Изучению условий, при которых $N = 4$ суперсимметрия может быть спонтанно нарушенной, как целиком, так и частично, посвящен Раздел 1.4, в котором продемонстрирован тот факт, что явление частичного спонтанного нарушения суперсимметрии существует уже в простейшей модели $N = 4$ СКМ с одной физической бозонной и четырьмя фермионными степенями свободы ($d = 1, r = 4$). Для этой модели построено самое общее $N = 4$ суперполевое действие, в общем случае включающее явное нарушение обеих $SU(2)$ групп, составляющих полную $SO(4)$ группу автоморфизмов $N = 4$ супералгебры. Интересной особенностью полученного действия является то, что оно представимо в двух эквивалентных формах, связанных дуальным преобразованием. Кинематические немассовые связи на основном суперполе и его уравнения движения оказываются дуаль-

ными друг другу. Осуществлен переход к компонентам и приведены явные выражения для суперзарядов и гамильтониана через физические поля. Проведено квантование и описаны различные фазы с нарушенной и ненарушенной суперсимметрией, присутствующие в модели. Получены общие условия на потенциал скалярного поля, при которых существует полное или частичное спонтанное нарушение суперсимметрии. Случай частичного спонтанного нарушения суперсимметрии ($N = 4 \rightarrow N = 2$) рассмотрен более подробно. Детально описан конкретный пример потенциала, приводящего к такому нарушению.

В разделе 1.5 предложено описание 3-мерной $N = 4$ расширенной Суперсимметричной Квантовой Механики, основанное на суперполевым построении действия. Главная особенность подхода - объединение 3-мерной векторной бозонной координаты и фермионного спинора $O(3)$ в одном неприводимом представлении $N = 4$ алгебры суперсимметрии.

В этом разделе показано, как можно преодолевать трудности с экспоненциальным увеличением числа фермионных степеней свободы с ростом размерности физического (бозонного) пространства в случае $N = 4$ при помощи использования нетривиального представления $N = 4$ расширенной суперсимметрии. Мы описываем такое представление и строим для него наиболее общее действие. Единственные динамические переменные в этом действии - три бозонные и четыре фермионные координаты, преобразующиеся как вектор и комплексный спинор группы вращений $O(3)$, принадлежат одному неприводимому представлению $N = 4$ расширенной суперсимметрии. Выполнено квантование модели и обсуждены возможные физические приложения.

В Разделе 1.6 аналогичный подход с использованием неприводимых представлений $N = 4$ расширенной суперсимметрии применен к описанию двумерной $N = 4$ СКМ. Показано, что соответствующий классический Лагранжиан описывает движение в конформно плоской метрике с дополнительным потенциальным членом. Проанализированы Бозе и Ферми сектора двумерной и трехмерной $N = 4$ СКМ. Структура квантовых Гамильтонианов оказывается такой, что после некоторого унитарного преобразования возникает обычное уравнение Шредингера в плоском пространстве, демонстрирующее эффект трансмутации константы связи и энергии исходной модели в

некоторых специальных случаях.

Во второй Главе диссертации обсуждаются общие свойства преобразований расширенной суперсимметрии в одномерной квантовой механике. В результате анализа структуры алгебры суперсимметрии предложен механизм перестройки гамильтонианов с изменением их дискретного спектра. Обсуждается связь предложенного механизма и возникающих при этом произвольных констант в потенциалах с преобразованием Дарбу и с обратной задачей рассеяния. Изучена группа преобразований потенциалов, для которых решения уравнения Шредингера могут быть связаны друг с другом преобразованиями расширенной суперсимметрии.

В разделе 2.1 изучены следствия того факта, что гамильтониан одномерной $N = 2$ СКМ, записанный в виде

$$H = 1/2p^2 + 1/2((W'(x))^2 + \sigma_3 W''(x)), \quad (2)$$

где σ_3 - матрица Паули, описывает одновременно две задачи с потенциалами $U_+(x)$ и $U_-(x)$,

$$U_-(x) = 1/2((W'(x))^2 - W''(x)), \quad (3)$$

$$U_+(x) = 1/2((W'(x))^2 + W''(x)), \quad (4)$$

выраженными через одну функцию - суперпотенциал $W(x)$. Исследуется наиболее общий потенциал $U_+(x)$, связанный соотношениями $N = 2$ суперсимметрии с заданным потенциалом $U_-(x)$. В результате возникает целый класс эквивалентных гамильтонианов, имеющих двухпараметрическую свободу. Установлена связь предложенного механизма перестройки гамильтонианов с преобразованием Дарбу. Показано, что это преобразование является ничем иным, как преобразованием суперсимметрии. В качестве частного случая получен гамильтониан с осцилляторным спектром, содержащий две произвольные константы. Установлена групповая структура преобразований потенциалов, решения уравнения Шредингера для которых связаны друг с другом преобразованиями Дарбу. Показано, что эти преобразования образуют бесконечнопараметрическую группу с алгеброй, являющейся подалгеброй алгебры Каца - Муди группы $SU(2)$.

В Разделе 2.2 установлена связь $N = 4$ суперсимметричной квантовой механики с обратной задачей рассеяния, что проявляется в полной идентичности формул, связывающих между собой гамильтонианы и волновые функции в обоих подходах. В отличие от $N = 2$

суперсимметричной квантовой механики в рассматриваемом подходе при построении изоспектральных гамильтонианов возможна перестройка спектра, затрагивающая как основное, так и возбужденные состояния, т.е. все дискретные состояния теории оказываются равноправными.

Исследована группа таких преобразований суперпотенциалов, при которых волновые функции и гамильтонианы могут быть связаны с исходными при помощи преобразований Дарбу. Алгебра генераторов этих преобразований суперпотенциала является положительной частью алгебры Каца-Муди группы $SU(2)$. Получена также конкретная реализация действия генераторов алгебры Каца-Муди на суперпотенциал.

Дальнейший анализ расширенной СКМ в одном измерении проведенный в разделе 2.3 использует существенным образом следующее соображение: так же, как одномерная $N = 2$ суперсимметричная квантовая механика объединяет два гамильтониана с тем же самым или почти с тем же самым спектром, так и N - расширенная одномерная СКМ объединяет вместе несколько, а именно, $N + 1$, квантово-механических Гамильтонианов таким способом, что их собственные волновые функции оказываются связанными друг с другом множественными преобразованиями более простой $N = 2$ суперсимметрии.

Предложен конструктивный метод построения одномерной расширенной суперсимметричной квантовой механики с произвольными N . Получены явные выражения для гамильтониана и суперзарядов а также для собственных волновых функций стартуя с какого-либо одного гамильтониана, принадлежащего расширенной СКМ с произвольным N . Изложенные построения проиллюстрированы на примере безотражательных потенциалов.

В третьей Главе диссертации проведено рассмотрение моделей точечной частицы со спином на основе развитого в предыдущих главах формализма расширенной СКМ как в классическом, так и в квантовом ее вариантах.

В разделе 3.1 в качестве действия для такой частицы предложен элемент длины ее траектории

$$S = -m \int \sqrt{ds^2} \quad (5)$$

в объемлющем суперпространстве с невырожденной метрикой, координатами которого наряду с x_μ являются антикоммутирующие

спиноры θ^α и $\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}$. При частном выборе параметров метрики предложенная модель сводится к сформулированной независимо Касалбуони и Бринком и Шварцем модели суперчастицы. В общем случае суперпространства с невырожденной метрикой проведено до конца квантование и выяснен спектр физических состояний, содержащий три неприводимых супермультиплетта, расщепленных по массе. Два из этих супермультиплетов являются скалярными, а третий - векторным.

В Разделе 3.2 предложено описание системы свободных частиц спина 2 и 0, основанное на суперполево построении действия обладающего $N = 4$ локальной суперконформной симметрией мировой линии с $SU(2)_{\text{локальная}} \times SU(2)_{\text{глобальная}}$ внутренней подгруппой, в отличие от $S(4)$ локальной симметрии предложенной ранее теории частицы спина 2, суперполево формулировка которой до сих пор неизвестна. Глобальный аналог этой суперсимметрии, как и ее неприводимые представления, был описан в Главе 1. Проведено квантование модели и изучен ее спектр, состоящий из одной частицы спина 2 и трех частиц спина 0.

В Разделе 3.3 в действие предыдущего Раздела инвариантным образом введен нетривиальный гравитационный фон и показано, что $SU(2)_{\text{local}} \times SU(2)_{\text{global}}$ $N = 4$ суперконформная симметрия действия требует, чтобы этот фон обладал свойством, аналогичным "вещественной" кэлеровости, т.е. чтобы метрика физического пространства, была представима в виде

$$g_{MN}(x) = \frac{\partial^2 A(x)}{\partial x^M \partial x^N}, \quad (6)$$

в котором вся функциональная зависимость от координат заключена в одной произвольной функции - суперпотенциале $A(x)$. Получены компонентные выражения для гамильтониана и суперзарядов. Установлено, что в частном случае суперпотенциала

$$A(x) = \frac{x^\mu x^\nu \eta_{\mu\nu}}{2r} - \frac{1}{4} \ln r, \quad \mu, \nu = 1, 2, \dots, D, \quad (7)$$

описываемое пространство является $D + 1$ мерным пространством Анти де Ситтера, активно исследуемым в настоящее время в связи с AdS/CFT гипотезой.

В разделе 3.4 показано, что все известные формулировки динамики $n = 1$ суперчастицы в пространстве - времени размерности

$D = 2, 3, 4$ и 6 как дважды суперсимметричные теории с $N = D - 2$ локальной суперконформной симметрией на мировой линии, являются частными случаями более общего $n = D - 2$ суперполевого действия, которое является инвариантным относительно обобщенной (суперполево) κ -симметрии и плоской $n = 1$ суперсимметрии в объемлющем суперпространстве и совпадает (на массовой поверхности) с действием суперчастицы Бринка-Шварца. Действие $D = 2, N = 1$ массивной суперчастицы возникает в результате размерной редукции действия безмассовой суперчастицы. В результате размерной редукции $D = 6, n = 4$ действия к $D = 4$ пространству - времени возникает $n = 4$ суперполево формулировка $D = 4, N = 2$ массивной суперчастицы с центральными зарядами.

В разделе 3.5 показано, что требование релятивистской инвариантности расширенной СКМ автоматически ведет к твистороподобному описанию частиц со спином. При этом роль твисторов играют суперпартнеры грассмановых координат объемлющего суперпространства. Рассмотрен в деталях более простой случай суперчастицы в формулировке Сорокина, Ткача и Волкова и Гальперина и Сокачева и построена суперполево формулировка суперструны Грина - Шварца типа II с $n = (1, 0)$ суперсимметрией мирового листа. Показано, что включение второй спинорной координаты в объемлющем суперпространстве ведет к возможности описанию суперструны в отсутствии полей двумерного мультиплетта супергравитации. Твистороподобное действие типа Черна-Саймонса для бозонной струны выведено из действия суперструны. Репараметризационная инвариантность действия бозонной струны имеет место только в $D = 3, 4, 6, 10$ с бозонными суперпартнерами спинорных координат, играющими роль метрики на мировом листе струны. Построены действие для суперструны и законы преобразования для всех суперполей при общих репараметризациях супермировой поверхности. Эффективно эти законы преобразования зависят только от двух из трех произвольных функций, которые являются вариациями координат трехмерной супермировой поверхности. Кратко обсуждено твистороподобное действие для бозонной струны, которое является частью компонентного действия для суперструны типа II. Оно имеет очень простую форму, включая только билинейные и трилинейные члены и не содержит метрических полей. Тем не менее, в $D = 3, 4, 6, 10$ это действие инвариантно при преобразованиях двумерной группы

диффеоморфизмов мирового листа струны.

В Разделе 3.5 получен лагранжиан для суперструны типа II в плоском суперпространстве с гетеротической (2, 0) и (4, 0) суперсимметрией на мировом листе. Это позволяет описать половину κ преобразований геометрически как преобразования расширенной суперконформной симметрии мирового листа. Результирующие компонентные лагранжианы оказываются классически эквивалентными лагранжиану Грина - Шварца с $n = 2$ глобальной суперсимметрией в соответствующей размерности.

В четвертой Главе рассмотрен альтернативный механизм описания частиц со спином. В Разделе 4.1 для описания N - частичных релятивистских квантовых систем предложена модель дискретной струны, т. е. струны, у которой непрерывный параметр σ (параметр, характеризующий точки на струне) заменен параметром n , пробегающим целочисленные значения от единицы до N . Таким образом, дискретная струна описывается координатами $x^\mu(\tau, n) \equiv x_n^\mu(\tau)$, т.е. фактически представляет собой набор N точек, движущихся в пространстве-времени по своим траекториям, параметризуемым единым собственным временем τ . Предложен конкретный вид действия для дискретной струны

$$S_d = -\frac{1}{2\pi\alpha'} \int d\tau \sum_{n=1}^N \sqrt{-g_n(\tau)} g_n^{ab}(\tau) \partial_a x_n^\mu(\tau) \partial_b x_n^\nu(\tau), \quad (8)$$

где a и b пробегают значения $(\tau, n, n = 1, 2 \dots N)$. Это действие получено из действия Полякова для струны заменой непрерывного параметра вдоль струны σ на дискретный параметр n , и соответственной заменой частной производной по σ на разностную производную. Изучена алгебра возникающих в модели связей, проведено квантование в пространстве Фока и получен спектр физических состояний для двухчастичной ($N = 2$) и трехчастичной ($N = 3$) систем, представляющий собой в обоих случаях прямолинейную траекторию Редже но с разными наклонами. В случае $N = 3$ в модели имеет место внутренняя группа симметрии $SU(2)$, относительно которой все физические состояния являются синглетами.

Раздел 4.2 посвящен калибровочно-инвариантному описанию неприводимых массивных представлений группы Лоренца с использованием метода размерной редукции. В качестве исходного взят лагранжиан Фронсдала для безмассовых частиц с высшими спинами

в пространстве - времени размерности $D + 1$ а результирующий теоретико полевой лагранжиан в D измерениях описывает прямолинейную траекторию Редже, полученную в предыдущем разделе в модели дискретной струны. Показано также, что использование введенного там пространства Фока существенным образом упрощает запись теоретико полевых лагранжианов для полей с высшими спинами. В качестве иллюстрации показано, что полученные результаты в частных случаях спинов, равных двум и трем, полностью совпадают с известными ранее результатами. В приложении путем фиксации калибровки показано, что полученный лагранжиан описывает неприводимые представления группы Лоренца.

В пятой Главе диссертации методы работы с антикоммутирующими переменными развитые в первой главе диссертации при построении расширенной СКМ применены к БРСТ описанию систем частиц с высшими спинами, возникающих в модели дискретной струны, предложенной в четвертой главе.

В Разделе 5.1 описаны вспомогательное пространство Фока и система связей в нем, которая следует из рассмотрения дискретной струны и приводит к уравнениям движения для симметричного тензорного поля $\Phi_{\mu_1\mu_2\dots\mu_n}^{(n)}(x)$, ранга n :

$$(\partial_\mu^2 - m_n) \Phi_{\mu_1\mu_2\dots\mu_n}^{(n)}(x) = 0, \quad (9)$$

$$\partial_\mu \Phi_{\mu\mu_2\dots\mu_n}^{(n)}(x) = 0, \quad (10)$$

$$\Phi_{\mu\mu_3\dots\mu_n}^{(n)}(x) = 0. \quad (11)$$

которые соответствуют условиям массовой поверхности, поперечности и бесследовости поля и описывают неприводимый высший спин n .

Отправным пунктом является безмассовый случай в $D + 1$ измерениях с использованием пространства Фока, включающего наряду с бозонными операторами рождения и фермионные операторы, описывающие духи. После этого проведена размерная редукция от $D + 1$ мерного пространства - времени к D мерному. Формально это соответствует некому унитарному преобразованию. Как результат, построен лагранжиан, который правильно описывает локальную свободную теорию поля для траектории Редже и для дочерних траекторий. В качестве примера приведены лагранжианы для частиц с низшими спинами $S = 0, 1, 2$.

В Разделе 5.2 проиллюстрирован метод конструирования БРСТ заряда для упрощенной, по сравнению с дискретной струной, системы, состоящей только из одной связи первого рода (??) (условие массовой поверхности) и двух связей второго рода (??), которые означают бесследовость полей. Аналогичная процедура затем применена для случая полной системы связей, которая описывает безмассовые неприводимые представления $(n, 0, \dots, 0)$ группы Пуанкаре в пространстве - времени произвольной размерности D . Полученный в результате нильпотентный БРСТ заряд содержит члены очень специального вида вплоть до седьмой степени по духам. Лагранжиан Фронсдала получен из БРСТ инвариантного лагранжиана после частичной фиксации калибровки.

В Разделе 5.3 в качестве обобщения предыдущего рассмотрения описаны некоторые алгебраические подходы, ведущие к описанию безмассовых (или массивных) неприводимых представлений группы Пуанкаре, которые характеризуются старшим весом (n_1, n_2, \dots, n_k) , в пространстве - времени произвольной размерности. В качестве простого примера показано, что одна и та же алгебра операторов ведет либо к массивному, либо к безмассовому спектру в тех случаях, когда меняется физическое значение некоторых операторов. Предложен метод построения БРСТ зарядов, который ведет к желаемому разбиению генераторов заданной алгебры Ли связей, имеющих место в теории, на связи первого и второго рода. Стартуя с алгебры связей H^i , $(i = 1, \dots, k)$ и E^α в базе Картана - Вейля

$$[H^i, E^\alpha] = \alpha(i) E^\alpha, \quad (12)$$

$$[E^\alpha, E^{-\alpha}] = \alpha^i H^i, \quad (13)$$

$$[E^\alpha, E^\beta] = N^{\alpha\beta} E^{\alpha+\beta}. \quad (14)$$

построен нильпотентный БРСТ заряд, который после квантования ведет к следующим условиям: все положительные корневые векторы E^α ($\alpha > 0$) данной алгебры аннигилируют физические состояния. В свою очередь, операторы H^i , которые образуют подалгебру Картана, могут быть или не быть связями, в зависимости от физической природы этих операторов. Очень важный частный случай алгебры связей (??), когда часть из генераторов Картана является числами, соответствует системам со связями второго рода, которыми является

огромное количество физических систем. Описано построение вспомогательных представлений алгебры (??) с помощью метода Гельфанда - Цетлина и приведен простой пример.

В Заключении суммированы основные результаты диссертации и сформулированы открытые в ней новые направления.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах:

1. D.V. Volkov and A.I. Pashnev
Supersymmetric lagrangian for particles in proper time,
Theor.Math.Phys., **44** (1980) 770-773.
2. V.P. Akulov and A.I. Pashnev
Supersymmetric quantum mechanics and spontaneous breaking of supersymmetry at the quantum level,
Theor.Math.Phys., **65** (1985) 84-92.
3. V.P. Akulov, D.V. Volkov and A.I.Pashnev
Quantum oscillator with spontaneously broken supersymmetry,
Ukr. Fiz. Zh. **30** (1985) 1263.
4. A.I.Pashnev
One-dimensional supersymmetric quantum mechanics with $N \geq 2$
Theor.Math.Phys., **69** (1986) 1172-1174.
5. V.P. Beresovoj and A.I.Pashnev
Supersymmetric quantum mechanics and rearrangement of the spectra of hamiltonians,
Theor.Math.Phys., **70** (1987) 102-107.
6. V.D. Gershun and A.I.Pashnev
Relativistic system of interacting points as a discrete string,
Theor.Math.Phys., **73** (1987) 1227-1232.
7. V.P. Beresovoj and A.I. Pashnev,
 $N = 2$ Supersymmetric Quantum Mechanics and the Inverse Scattering Problem,
Theor.Math.Phys., **74** (1988) 264-268.
8. A.I. Pashnev,
Composite Systems and Field Theory for a Free Regge Trajectory,
Theor.Math.Phys., **78** (1989) 384-392.

9. V.P. Beresovoj and A.I. Pashnev,
One-Dimensional Extended Supersymmetric Quantum Mechanics,
Theor.Math.Phys., **78** (1989) 206-210.
10. V.P. Beresovoj and A.I. Pashnev,
Extended $N = 2$ Supersymmetric Quantum Mechanics and Isospectral Hamiltonians,
Z.Phys., **C51** (1991) 525-529.
11. V.P. Beresovoj and A.I. Pashnev,
Superfeld Description of $N = 2$ Extended One-Dimensional Supersymmetric Quantum Mechanics,
Preprint KFTI 91-20, Kharkov, 1991.
12. E.A. Ivanov, S.O. Krivonos and A.I. Pashnev,
Partial Supersymmetry Breaking in $N = 4$ Supersymmetric Quantum Mechanics,
Class.Quant.Grav., **8** (1991) 19-39.
13. A.I. Pashnev and D.P. Sorokin,
On $n = 4$ Superfield Description of Relativistic Spinning Particle Mechanics,
Phys.Lett., **B253** (1991) 301-305.
14. V.P. Beresovoj and A.I. Pashnev,
Three-Dimensional $N = 4$ Supersymmetric Quantum Mechanics,
Class.Quant.Grav., **8** (1991) 2141-2147.
15. V. Berezovoj and A. Pashnev,
On the Structure of the $N=4$ Supersymmetric Quantum Mechanics in $D = 2$ and $D = 3$,
Class. Quant. Grav., **13** (1996) 1699-1706.
16. A.I. Pashnev and D.P. Sorokin,
Note on Superfield Formulations of $D = 2, 3, 4, 6$ and 10 Superparticles,
Class.Quant.Grav., **10** (1993) 625-630.
17. V.V. Chikalov and A.I. Pashnev,
Twistorlike Type II Superstring and Bosonic String,
Mod. Phys. Lett. **A8** (1993) 285-293.
18. V.V. Chikalov and A.I. Pashnev,
Twistorlike Type II Superstring with the Heterotic $(2, 0)$ and $(4, 0)$ Supersymmetry,
Phys. Rev. **D50** (1994) 7450-7453.
19. A. Pashnev and M. Tsulaya,
On the BRST Approach to the Description of a Regge Trajectory,
Preprint JINR-E2-96-408, Dubna, 1996. 9pp. e-Print Archive: hep-th/9611022
20. A. Pashnev and M. Tsulaia,
Dimensional reduction and BRST Approach to the Description of a Regge Trajectory,
Mod.Phys.Lett. **A12**, (1997), 861 - 870.
21. A. Pashnev and M. Tsulaia,
Description of the Higher Massless Irreducible Spins in the BRST Approach,
Mod.Phys.Lett. **A13**, (1998), 1853 - 1863.
22. A. Pashnev and M. Tsulaia,
Higher Massless Irreducible Spins in the BRST Approach,
Proceedings of the Conference "Supersymmetry and Quantum Field Theory" p.p. 237 - 245, Springer 1998
23. A. Pashnev and M. Tsulaia,
On a Different BRST Constructions for a Given Lie Algebra,
Proceedings of the Conference "Supersymmetry and Quantum Symmetries", Springer, 1999
24. E.E. Donets, A. Pashnev, J.J. Rosales and M. Tsulaia,
 $N = 4$ supersymmetric multidimensional quantum mechanics, partial SUSY breaking, and superconformal quantum mechanics,
Phys. Rev. **D61**, 43512 (2000).
25. E.E. Donets, A. Pashnev, J.J. Rosales and M. Tsulaia,
Partial supersymmetry breaking in Multidimensional $N=4$ SUSY QM Proceedings of JINR Workshop "Supersymmetries and Quantum Symmetries", Dubna, 1999

26. Āestmír Burdík, A. Pashnev and M. Tsulaia,
Auxiliary representations of Lie algebras and the BRST constructions,
Mod.Phys.Lett. A., 2000, **15**, p.p. 281 - 291.
27. E.E. Donets, A. Pashnev, V.O. Rivelles, D. Sorokin and M. Tsulaia, *N=4 Superconformal Mechanics and the Potential Structure of AdS Spaces*
Phys. Lett. **B484**, (2000) 337-346.

Рукопись поступила в издательский отдел
11 июля 2000 года.