ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

2 - 12834

ЗАМОЛОДЧИКОВ
Алексей Борисович

ФАКТОРИЗОВАННОЕ РАССЕЯНИЕ В АСИМПТОТИЧЕСКИ-СВОБОДНЫХ ДВУМЕРНЫХ МОДЕЛЯХ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Специальность 01.04.02 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1979

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель - доктор физико-математических наук профессор Л.И.Лапидус.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук
старший научный сотрудник Л.Н.Липатов,

кандидат физико-математических наук
старший научный сотрудник М.А.Смондырев.

Ведущая организация - Институт теоретической и экспериментальной физики.

Защита диссертации состоится " ___ " __________ 19 ___ г. в ____ часов ____ минут на заседании специализированного Ученого совета ЛТФ ОИЯИ К-047.01.01.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Автореферат разослан " ___ " __________ 1979 г.

Ученый секретарь
специализированного Ученого совета В.И.Журавлев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

АКТУАЛЬНОСТЬ ПРОБЛЕМЫ. Построение последовательной теории сильных взаимодействий элементарных частиц, по-видимому, потребует развития новых мощных методов исследования задач квантовой теории поля. Одной из наиболее привлекательных возможностей в этом направлении является использование высших динамических симметрий в конкретных полевых моделях. В настоящее время известны модели квантовой теории поля в двумерном пространстве-времени, обладающие бесконечной серией таких симметрий,- так называемые полностью интегрируемые системы. Возможно, что подобные системы существуют и в реальном четырехмерном пространстве /1/. В рамках развития этого направления представляется весьма актуальным исследование квантовой теории подобных полевых систем. Оказывается, что полностью интегрируемые двумерные системы являются точно решаемыми: допускают точное вычисление различных наблюдаемых величин. Следует также подчеркнуть, что некоторые двумерные модели квантовой теории поля (в частности, нелинейная σ-модель) можно рассматривать как модели плоских систем статистической физики. Поэтому их исследование представляет значительный самостоятельный интерес.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ - построение и исследование точных решений ряда двумерных моделей квантовой теории поля - нелинейной σ-модели, модели Гросса-Неве; изучение общих свойств двумерного факторизованного рассеяния; исследование и обобщение симметрии Крамерса-Ваннье в решеточных статистических системах.

НАУЧНАЯ НОВИЗНА РАБОТЫ. Впервые получена двумерная факторизованная S-матрица с изотопической симметрией $O(N)$ $(N\geq 3)$.

Показано, что эта S-матрица описывает рассеяние частиц нелинейной σ-модели, определяемой лагранжианом (3), а также "элементарных" фермионов модели Гросса-Неве (4). Таким образом, впервые получены точные выражения для S -матриц рассеяния возбуждений в асимптотически свободных теориях поля.

Развит метод исследования факторизованного рассеяния частиц в полностью интегрируемых системах, основанный на существовании в них семейства нелокальных законов сохранения.

Этот метод, успешно воспроизводящий упомянутые выше S -матрицы, позволяет сравнительно просто получить еще один новый результат: построить точную S -матрицу рассеяния солитонов Калана, Коулмена, Гросса и Зи в модели Гросса-Неве.

Предложен новый метод получения соотношений симметрии Крамерса-Ваннье для решеточных статистических систем. С его помощью получено преобразование Крамерса-Ваннье для систем с изотопической симметрией $Z(n)$, однако он применим для всех систем с коммутативной симметрией.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЦЕННОСТЬ РАБОТЫ. Проведенное исследование существенно расширило класс явно решаемых моделей квантовой теории поля, добавив к ним модели с нетривиальной перенормировкой константы связи. Изучение полученных явных решений позволяет углубить понимание структуры теорий поля с размерной трансмутацией и бесконечным числом скрытых симметрий. Предложенные в работе методы исследования таких моделей уже нашли широкое применение в теоретических работах, касающихся полностью интегрируемых двумерных систем, проводимых в ряде научных центров в нашей стране и за рубежом.

Некоторые из таких двумерных систем представляют значительный самостоятельный интерес, моделируя реальные плоские статистические системы. Исследование, касающееся симметрии Крамерса-Ваннье, представляет интерес для физики фазовых переходов.

АПРОБАЦИЯ РАБОТЫ. Основные результаты диссертации неоднократно докладывались на научных семинарах ОИЯИ, ИТЭФ, ФИАН, ИФВЭ, ИТФ АН СССР, а также на сессии отделения ядерной физики АН СССР в 1978 году.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы, содержащего 63 наименования. В тексте приводятся 15 рисунков. Общий объем диссертации - 93 страницы.

ВО ВВЕДЕНИИ обсуждается значение вопросов, рассмотренных в диссертации, проведен обзор литературы и выполнен анализ состояния вопроса ко времени исследования. Кроме того, здесь содержится краткий обзор содержания диссертации.

ПЕРВАЯ ГЛАВА посвящена обсуждению общих свойств факторизованного рассеяния. Здесь рассмотрены физические идеи, лежащие в основе понятия о факторизации многочастичного рассеяния в двумерном пространстве-времени, а также связь факторизации с существованием в теории бесконечной серии законов сохранения, выражающихся в сохранении набора импульсов частиц в процессе рассеяния.

Оказывается, что в том случае, когда в теории рассеяния имеется несколько видов частиц, обладающих одинаковой массой, факторизованная структура многочастичного рассеяния возможна лишь при условии, что двухчастичные амплитуды рассеяния удовлетворяют некоторым ограничениям - уравнениям факторизации (см. /2, 3/; физический смысл и основания этих уравнений подробно обсуждаются в первой главе диссертации). Именно этот случай имеет место в теории рассеяния квантовой модели sine-Gordon, где солитоны и соответствующие антисолитоны обладают одинаковой массой. В работе /3/ было показано, что уравнения факторизации модели sine-Gordon совместно с ограничениями, налагаемыми унитарностью и кроссинг-симметрией, позволяют практически единственным образом восстановить двухчастичную S-матрицу солитонного рассеяния, полученную ранее в /4/. Именно это обстоятельство является ключевым пунктом к большинству результатов работ, вошедших в диссертацию.

В конце первой главы обсуждаются общие свойства амплитуд двухчастичного релятивистского рассеяния в двумерном пространстве-времени и вводятся необходимые в дальнейшем обозначения. Здесь же содержится обзор очень удобного алгебраического представления факторизованного рассеяния, предложенного в работе /2/.

<u>ВО ВТОРОЙ ГЛАВЕ</u> рассмотрена релятивистская теория рассеяния, содержащая N-компонентный ($N \geq 3$) мультиплет массивных частиц, причем амплитуды инвариантны относительно $O(N)$ вращений мультиплета. Для этого конкретного примера выведены уравнения факторизации; совместно с ограничениями, накладываемыми на двухчастичные амплитуды условиями унитарности и кроссинг-симметрии, они образуют нетривиальную систему уравнений, достаточную для явного определения этих амплитуд.

Общее решение системы единственно с точностью до КДД-неоднозначности /5/: существует "минимальное" решение, содержащее минимальный набор сингулярностей; общее решение получается добавлением произвольного числа КДД-полюсов. Фактически в рассматриваемом случае существуют два "минимальных" решения. Соответствующие им амплитуды двухчастичного рассеяния, определяемые формулой

$$|\theta_1,a;\theta_2,b;in\rangle = \sigma_1(\theta_{12})\delta^{ab}\sum_{c=1}^{N}|\theta_1,c;\theta_2,c;out\rangle + \sigma_2(\theta_{12})|\theta_1,a;\theta_2,b;out\rangle + \sigma_3(\theta_{12})|\theta_1,b;\theta_2,a;out\rangle, \qquad (\mathrm{I})$$

могут быть записаны в виде

$$\sigma_1^{(\pm)}(\theta) = -\frac{i\lambda}{i\pi-\theta}\sigma_2^{(\pm)}(\theta),\quad \sigma_3^{(\pm)}(\theta) = -\frac{i\lambda}{\theta}\sigma_2^{(\pm)}(\theta),$$
$$\sigma_2^{(\pm)}(\theta) = \frac{\Gamma(\mp\frac{\lambda}{2\pi}-\frac{i\theta}{2\pi})\Gamma(\frac{1}{2}-\frac{i\theta}{2\pi})\Gamma(\frac{1}{2}\mp\frac{\lambda}{2\pi}+\frac{i\theta}{2\pi})\Gamma(1+\frac{i\theta}{2\pi})}{\Gamma(\frac{1}{2}\mp\frac{\lambda}{2\pi}-\frac{i\theta}{2\pi})\Gamma(-\frac{i\theta}{2\pi})\Gamma(1\mp\frac{\lambda}{2\pi}+\frac{i\theta}{2\pi})\Gamma(\frac{1}{2}+\frac{i\theta}{2\pi})}, \qquad (2)$$

где $\lambda = \frac{2\pi}{N-2}$; θ_1 и θ_2 – быстроты сталкивающихся частиц, $\theta_{12} = \theta_1 - \theta_2$; $a,b,c = 1,2,\dots N$ – соответствующие изотопические индексы. Значки (–) и (+) у амплитуд означают соответственно первое и второе "минимальное" решение. Первое решение не содержит полюсов на физическом листе и отвечает рассеянию без образования связанных состояний, второе содержит вырожденные по массе связанные состояния в скалярном и антисимметрично-тензорном каналах.

Интересно, что полученные выражения не содержат свободных параметров типа констант связи (кроме общего масштаба масс) и зависят только от ранга симметрии N. Такая ситуация характерна для асимптотически-свободных теорий поля без размерных параметров, где масштаб масс динамически возникает в результате перенормировок. Одним из примеров двумерной теории поля с такими свойствами /6/ является нелинейная σ-модель, описывающая движение N вещественных полей $n_a(x); a=1,2,..N$ со следующими лангранжианом и условием связи:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2g_0}\sum_{a=1}^{N}(\partial_\mu n_a)^2;\quad \sum_{a=1}^{N} n_a^2 = 1, \qquad (3)$$

где g_0 – затравочная константа связи.

<u>ТРЕТЬЯ ГЛАВА</u> диссертации посвящена рассмотрению σ-модели. Здесь кратко описан метод $1/N$-разложения, очень удобный для ее исследования. В рамках этого метода показано, что теория рассеяния рассматриваемой модели содержит $O(N)$-векторный мультиплет массивных частиц, взаимодействие между которыми носит отталкивательный характер. В ведущих порядках по $1/N$

установлено отсутствие множественного рождения в парных столкновениях и продемонстрирована факторизация S -матрицы.

Здесь же содержится краткий обзор результатов работы /7/ и выписано несколько первых высших законов сохранения, запрещающих согласно /7/ множественное рождение и обеспечивающих факторизацию многочастичного рассеяния в модели.

Все эти аргументы приводят к заключению, что рассеяние частиц в нелинейной σ -модели описывается факторизованной S -матрицей, построенной во второй главе, причем ряд соображений указывает на то, что следует выбрать первое из двух "минимальных" решений, т.е. не содержащее связанных состояний.

Рассуждения, касающиеся нелокальных законов сохранения нелинейной σ -модели /8, 9/, содержатся в конце главы. Здесь показано, что предположение о специальном мультипликативном характере действия соответствующих зарядов в пространстве асимптотических состояний модели приводит к уравнениям факторизации для двухчастичных матричных элементов, а также в значительной степени определяет вид этих зарядов на асимптотических состояниях. Сохранение зарядов оказывается совместимым с факторизованной S -матрицей. Использованный здесь метод принципиально отличается от принятого в работе /9/ и основан на совершенно иных допущениях. Наконец, здесь показано, что факторизованная S -матрица солитонов модели *sine-Gordon* совместима с подобным семейством законов сохранения.

Другим примером асимптотически-свободной $O(N)$-симметричной двумерной модели теории поля со спонтанным возникновением массы является модель Гросса-Неве /10/, описывающая взаимодействие N вещественных фермионных полей $\psi_a(x);\ a=1,2,\dots N,$ и определяемая плотностью лагранжиана

$$\mathcal{L} = \tfrac{i}{2}\sum_{a=1}^{N}\bar{\psi}_a\gamma^\mu\partial_\mu\psi_a - g_0/8\Big(\sum_{a=1}^{N}\bar{\psi}_a\psi_a\Big)^2, \qquad (4)$$

где $\bar{\psi}_a = \psi_a\gamma^0$, а g_0 - затравочная константа связи.

<u>ЧЕТВЕРТАЯ ГЛАВА</u> диссертации посвящена построению точной S -матрицы модели Гросса-Неве.

Метод, вполне аналогичный примененному в /7/ для случая σ -модели, позволяет и в этом примере построить несколько первых нетривиальных законов сохранения, обеспечивающих факторизованную структуру многочастичного рассеяния. Дополнительные аргументы в пользу факторизации рассеяния в модели (4), основанные на результатах $1/N$ -разложения, также приведены в этой главе.

Все это позволяет утверждать, что рассеяние образующих $O(N)$ - векторный мультиплет "элементарных" фермионов модели описывается одним из решений второй главы, причем имеются убедительные аргументы в пользу выбора второго "минимального" решения, определяемого амплитудами $\sigma^{(+)}$.

Это решение содержит связанные состояния двух "элементарных" фермионов. Исследование многочастичных матричных элементов показывает, что эти связанные состояния, в свою очередь, образуют связанные состояния с "элементарными" фермионами и друг с другом и т.д., и позволяет восстановить весь спектр связанных состояний модели, который оказывается качественно совпадающим с квазиклассическим результатом работы /II/.

Изучение вычетов многочастичных матричных элементов в полюсах, соответствующих связанным состояниям, позволяет получать матричные элементы рассеяния с участием этих состояний. В общем виде получить эти амплитуды не удалось; в диссертации вычислены лишь некоторые из них.

S-матрица, включающая амплитуды рассеяния "элементарных" фермионов и всех их связанных состояний, не является еще полной S-матрицей модели Гросса-Неве. Дело в том, что кроме перечисленных частиц модель содержит еще частицы другого типа – так называемые солитоны Калана, Коулмена, Гросса и Зи. Последние образуют мультиплеты, преобразующиеся по спинорным представлениям группы $O(N)$ /I2/.

Уравнения факторизации для солитон-солитонных амплитуд впервые были получены в работе /I3/ как условия факторизации многочастичного рассеяния с участием одного или двух солитонов и произвольного числа "элементарных" фермионов. В диссертации эти уравнения вновь выведены в несколько иной форме другим способом, основанным на существовании в модели Гросса-Неве серии нелокальных законов сохранения.

Для случая четных значений ранга симметрии N получено общее выражение для компонент кроссинг-матрицы, связывающей парциальные амплитуды различных каналов солитон-солитонного рассеяния. Это дает возможность явно определить для четных N двухчастичные элементы солитонной S-матрицы и таким образом построить факторизованную S-матрицу многосолитонного рассеяния.

Вычислить в общем виде амплитуды рассеяния солитонов на их связанных состояниях, включающих "элементарный" фермион, и связанных состояний друг на друге оказалось затруднительным. Вместе с некоторыми неопределенностями, оставшимися при вычислении двухсолитонных амплитуд, это приводит к тому, что завершение построения полной S-матрицы модели остается открытым вопросом.

СОДЕРЖАНИЕ ПЯТОЙ ГЛАВЫ диссертации касается специального класса точных преобразований решеточных статистических сумм – так называемых преобразований Крамерса-Ванье. Первый пример такого преобразования был получен для случая плоской модели Изинга в известной работе /I4/.

Обобщение симметрии Крамерса-Ванье на другие модели возможно по двум направлениям. Первое – это обобщение на целый класс моделей с той же симметрией $Z(2)$ (группа $Z(n)$ может быть определена, например, как множество целых чисел 0, I, ..., n-I, причем групповое умножение совпадает со сложением по модулю n), что и модель Изинга. Оно появилось впервые в работе /I5/ и кратко описано в начале пятой главы; здесь же введено понятие обобщенной калибровочной инвариантности абелевых систем.

Второе направление, по которому обобщается симметрия Крамерса-Ванье, – это рассмотрение систем с другими группами симметрии. При этом оказывается, что дуальные системы по группе симметрии не всегда совпадают с исходными. Например, модели с внутренней симметрией $U(I)$ дуальны моделям с симметрией Z (Z есть группа целых чисел по сложению) /I6/.

В пятой главе диссертации продемонстрировано, что модели с внутренней симметрией $Z(n)$ дуальны моделям с той же симметрией $Z(n)$, причем при специальном выборе вида взаимодействия между спинами дуальность оказывается точной, то есть может быть выражена в виде преобразования температуры, как это имеет место в моделях Изинга.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ, ПОЛУЧЕННЫЕ В РАБОТЕ

I. Построена релятивистская факторизованная S-матрица с изотопической симметрией $O(N)(N \geq 3)$ в двумерном пространстве-времени, описывающая рассеяние $O(N)$-векторных частиц.

2. Показано, что рассеяние частиц в двумерной нелинейной σ-модели (3) описывается построенной $O(N)$-симметричной

факторизованной S -матрицей. Таким образом, построена полная S -матрица этой модели.

3. Показано, что предположение о существовании и специальном мультипликативном характере действия нелокальных зарядов на асимптотических состояниях нелинейной σ -модели приводит к уравнениям факторизации для двухчастичных амплитуд и в значительной степени определяет вид зарядов на асимптотических состояниях. Факторизованная S -матрица солитонов модели sine-Gordon также совместима с подобным семейством законов сохранения.

4. Установлено, что рассеяние "элементарных" фермионов модели Гросса-Неве описывается построенной факторизованной $O(N)$-симметричной S -матрицей. Получен спектр связанных состояний "элементарных" фермионов и вычислены амплитуды рассеяния некоторых из них.

Для четных значений ранга группы N вычислены в явном виде двухчастичные амплитуды рассеяния солитонов этой модели и таким образом построена факторизованная S -матрица многосолитонного рассеяния.

5. Получено обобщение известной симметрии Крамерса-Ванье плоской модели Изинга на спиновые и калибровочные решеточные системы с внутренней симметрией $Z(n)$.

Основное содержание диссертации опубликовано в следующих работах:

1. Александр Замолодчиков, Алексей Замолодчиков. Релятивистская факторизованная S -матрица в двумерном пространстве-времени с изотопической симметрией $O(N)$. Письма в ЖЭТФ, 26, 608 (1977).

2. A.B.Zamolodchikov, Al.B.Zamolodchikov. Relativistic factorized S -matrix in two Dimensions having $O(N)$-isotopic symmetry. Nucl. Phys., B133, 525 (1978).

3. A.B.Zamolodchikov, Al.B.Zamolodchikov. Exact S -matrix of Gross-Neveu "elementary" fermions. Phys. Lett., 72B 481 (1978).

4. A.B.Zamolodchikov, Al.B.Zamolodchikov. Factorized S-matrices in two dimensions as the exact solutions of certain relativistic quantum field models. Preprint ITEP-35 (1978).

5. Алексей Б. Замолодчиков. Преобразование Крамерса-Ванье для систем с симметрией $Z(n)$. ЖЭТФ, 75, 341 (1978).

6. Al.B.Zamolodchikov. On the structure of non-local conservation laws in two-dimensional non-linear σ -model. JINR report E2-11485 (1978).

ЛИТЕРАТУРА

1. A.M.Polyakov. Phys. Lett., 82B, 247 (1979).
2. A.B.Zamolodchikov. Preprint ITEP-12 (1977).
3. M.Karowski, H.-J.Thun, T.T.Truong, P.H.Weisz. Phys.Lett., 67B, 321 (1977).
4. A.B.Zamolodchikov. Comm. Math. Phys., 55, 183 (1977).
5. L.Castillejo, R.H.Dalitz, F.J.Dyson. Phys. Rev.; 101, 453 (1956).
6. A.M.Polyakov. Phys. Lett., 59B, 87 (1975).
   А.А.Мигдал. ЖЭТФ, 69, 1457 (1975).
   E.Brezin, J.Zinn-Justin, J.C.LeGuillou. Phys. Rev., D 14, 2615 (1976).
7. A.M.Polyakov. Phys. Lett., 72B, 224 (1977).
8. M.Luscher, K.Pohlmeyer. Nucl. Phys., B137, 46 (1978).
9. M.Luscher. Nucl. Phys., B135, 1 (1978).
10. D.Gross, A.Neveu. Phys. Rev., 10, 3235 (1974).

II. R.Dashen, B.Hasslacher, A.Neveu. Phys. Rev., D12, 2443 (1975).

I2. E.Witten. Nucl. Phys., B142, 285 (1978).

I3. R.Shankar, E.Witten. Nucl. Phys., B141, 349 (1978).

I4. H.A.Kramers, G.H.Wannier. Phys. Rev., 60, 252 (1941).

I5. F.J.Wegner. J.Math. Phys., 12, 2259 (1971).

I6. В.Л.Березинский. ЖЕТФ, 59, 907 (1970).

Рукопись поступила в Издательский отдел

I5 октября 1979 года.