ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

2 - 12776

КОШКАРОВ
Анатолий Лаврентьевич

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ КЛАССИЧЕСКОЙ И КВАНТОВОЙ ДИНАМИКИ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ СТРУНЫ

Специальность 01.04.02 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1979

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель –
доктор физико-математических наук Б.М.БАРБАШОВ.

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук О.А.ХРУСТАЛЕВ,
кандидат физико-математических наук Н.С.ШАВОХИНА.

Ведущее научно-исследовательское учреждение:

Математический институт АН СССР им. В.А.СТЕКЛОВА, Москва.

Автореферат разослан "..."______________1979 года.
Защита диссертации состоится "..."_____________1979 года на заседании специализированного Ученого совета К 047.01.01 Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета

В.И.ЖУРАВЛЕВ

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Исследование релятивистской струны представляется актуальным по следующим причинам. I. Квантовая теория взаимодействия релятивистских струн позволяет описать процессы взаимодействия адронов при высоких энергиях и приводит к обоснованию дуально-резонансного подхода в физике сильных взаимодействий /I/. 2. Релятивистская струна может служить простой и наглядной моделью адронов (мезонов и барионов), в которой реализуется идея о запирании кварков. 3. Релятивистская струна является одним из простейших примеров протяженной релятивистской системы, изучение которой представляет интерес не только в связи с физикой элементарных частиц /2/.

Экспериментальные данные указывают на то, что адронный спектр совпадает со спектром некоторой одномерной протяженной системы – струны. Этот факт вместе с принципом дуальности дал возможность хорошо описать процессы рассеяния адронов как при низких, так и при высоких энергиях (дуально-резонансный подход в физике адронов). Теория релятивистской струны подводит динамическую базу под дуально-резонансный подход. Все результаты этого подхода приобретают простую и наглядную пространственно-временную интерпретацию в рамках квантовой теории релятивистской струны. В дуальных теориях имеется, однако, существенный недостаток: например, модель Венециано релятивистски-инвариантна и не содержит "духов" лишь в пространстве двадцати шести измерений. Этот факт в том или ином виде присутствует во всех дуальных схемах, а в теории релятивистской струны более ясно обозначилось его происхождение.

Если представлять адрон состоящим из кварков, соединенных между собой струнами, то получается простейшая модель удержания кварков. В нерелятивистском пределе система из двух точечных масс, соединенных струной (мезонная струна), сводится к взаимодействию этих масс с линейно растущим потенциалом между ними /2/.

Релятивистская струна является существенно-нелинейной системой, обладающей калибровочной инвариантностью. Эти свойства делают струну интересным объектом исследования не только с точки зрения физики; эта система привлекательна еще и тем, что представляет собой один из простейших примеров релятивистской протяженной системы /2/.

В связи с вышеизложенным представляет интерес более подробное изучение струнных систем. К вопросам, недостаточно разработанным, относятся постановка и разработка методов решения краевых задач в уравнениях с отклоняющимся аргументом. Например, постановка краевой задачи для струны обладает той особенностью, что граничные условия содержат произвольные функции, если параметры на мировой поверхности струны не полностью фиксированы. Путем подходящего выбора этих параметров (выбора калибровки) можно получать наиболее простую формулировку краевой задачи.

Исследование мировой поверхности релятивистской струны методами дифференциальной геометрии приводит к нелинейному релятивистски-инвариантному волновому уравнению Лиувилля. Методы решения таких уравнений интенсивно развиваются в последнее время /3/. Установлено, что уравнение Лиувилля обладает солитонными решениями, которые вносят новую физику в динамику струны /4/.

В динамике релятивистской струны являются актуальными следующие задачи:

1. Разработка метода решения краевых задач для релятивистской струны с массами и зарядами на концах. Нахождение точных решений классической задачи как основы для построения квантовой теории.

2. Применение геометрических методов для решения нелинейных краевых задач.

3. Исследование конкретных струнных моделей адронов.

По этим направлениям и проводились исследования, результаты которых собраны в диссертации.

Цель работы – разработка методов решения краевых задач, возникающих в теории релятивистской струны с взаимодействием, и построение квантовой теории на основе получаемых решений. Расчет динамических характеристик струны как конкретной модели адрона.

Научная новизна и практическая ценность. В диссертации впервые в достаточно общем виде сформулирована краевая задача для конечной релятивистской струны с взаимодействием, содержащая произвольные функции $\sigma_i(\tau)$, описывающие положение концов струны на параметрической плоскости τ, σ. Указаны способы определения этих функций. Решена задача Коши для конечной релятивистской струны и разобран ряд примеров движения струны из заданного начального положения.

Получено решение краевой задачи для заряженной струны, взаимодействующей с постоянным однородным электромагнитным полем. Предложено квантовое описание данной системы. Эти результаты могут быть использованы для построения амплитуд взаимодействия в дуальном подходе к сильным и электромагнитным взаимодействиям, например, методом функционального интегрирования или построением вторично-квантованной теории струн.

Классическая гауссова теория поверхностей впервые применена к описанию мировой поверхности струны. Существенно новым моментом является интегрирование деривационных формул для основных векторов поверхности, что приводит к представлению этих векторов в некотором специальном базисе. Это представление далее используется для решения нелинейной краевой задачи в теории струны с массивными концами.

Для мезонной струны с массивными концами предложена релятивистски-инвариантная калибровка, в которой краевая задача формулируется наиболее просто.

Исследуется новая возможность для введения масс на концах струны. Действие для точечных масс связывается не с длиной мировых линий концов струны, как обычно, а с их геодезической кривизной.

Исследована модель бариона - барионная струна с массами на концах. Впервые изучена струна с массами и зарядами на концах в постоянном однородном электромагнитном поле.

Следующие результаты выдвигаются для защиты

I. Постановка в общем виде краевой задачи для конечной релятивистской струны, взаимодействующей с внешним полем и имеющей на концах массы, заряды и другие характеристики. Ввиду наличия калибровочной инвариантности концы струны на параметрической плоскости τ, σ описываются произвольными функциями $\sigma_i(\tau)$, вид которых фиксируется после устранения калибровочного произвола в выборе параметров. Решение задачи Коши для конечной релятивистской струны.

2. Решение краевой задачи для заряженной струны, помещенной в постоянное однородное электромагнитное поле. Квантование этой системы.

3. Разработка геометрического подхода к динамике релятивистской струны. Интегрирование деривационных формул для основных векторов мировой поверхности струны. Применение полученных результатов к случаю свободной безмассовой струны.

4. Исследование и сравнение двух моделей струн с массами на концах. В первой модели действие для масс вводится стандартным образом как величина. пропорциональная длинам мировых траекторий концов струны. Во второй модели действие для масс на концах струны пропорционально интегралу вдоль мировых траекторий концов струны от геодезической кривизны этих траекторий на мировой поверхности струны. Решение краевой задачи для мезонной струны с массами и зарядами на концах и барионной струны с массивными концами методом /5/, согласно которому эволюционный параметр τ пропорционален собственным временам концов струны. Квантование барионной струны с массивными концами.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались на сессиях ОЯФ АН СССР (1976 и 1977 годов) и на семинарах ЛТФ ОИЯИ.

Публикации. По результатам диссертации опубликовано шесть статей.

Объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, пяти приложений и заключения; содержит 6 рисунков и 109 страниц машинописного текста. Библиографический список состоит из 72 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дан обзор физических предпосылок появления струнной модели в физике адронов. Отмечены проблемы, возникающие при решении краевых задач и при переходе к квантовой теории. Указано, какие аспекты этих проблем исследуются в диссертации. Кратко изложено содержание диссертации.

В первой главе формулируется краевая задача для конечной релятивистской струны, а также на основе общего решения задачи Коши для бесконечной струны, полученного Б.М.Барбашовым и Н.А.Черниковым[6], решается аналогичная задача для конечной релятивистской струны.

В § I дана постановка краевой задачи для струны, следующая из вариационного принципа для действия:

$$S = \int_{\tau_1}^{\tau_2} d\tau \int_{\sigma_1(\tau)}^{\sigma_2(\tau)} d\sigma\, \mathcal{L}_0(\dot{x}^\mu, x'^\mu) + \int_{\tau_1}^{\tau_2} d\tau \sum_{i=1}^{2} \mathcal{L}^i_{int}\left(\frac{dx^\mu}{d\tau}(\tau,\sigma_i(\tau))\right),$$

где $x_\mu(\tau,\sigma)$ – вектор, описывающий координаты мировой поверхности струны, $\dot{x} \equiv \frac{\partial x}{\partial \tau}$, $x' \equiv \frac{\partial x}{\partial \sigma}$. Первое слагаемое представляет собой действие S_0 свободной безмассовой струны, пропорциональное площади мировой поверхности, заметаемой струной в процессе движения, а второе слагаемое S_{int} описывает некоторый класс взаимодействий. При этом функции $\mathcal{L}^i_{int}$ выбираются такими, чтобы взаимодействие, как и S_0, было инвариантным относительно произвольной замены параметров τ, σ. Ясно, что вид уравнений движения не зависит от S_{int}, которое оказывает влияние только на вид граничных условий. И в интеграл действия, и в граничные условия входят явным образом произвольные функции $\sigma_i(\tau)$, описывающие положение концов струны на параметрической плоскости τ, σ. Сформулированы условия (фиксирование калибровки), при которых фиксируется вид этих функций. В качестве примера показано, что в калибровке $n_\mu x^\mu = P\tau$ краевая задача для свободной безмассовой струны формулируется наиболее просто, поскольку в этом случае $\sigma_i(\tau) = const$.

В § 2 на основе общего решения задачи Коши для бесконечной струны[6] решена аналогичная задача для конечной струны. Найдено преобразование параметров, приводящее к калибровке $n_\mu x^\mu = P\tau$. Исходя из решения задачи Коши показано, что в случае изотропного вектора n_μ существуют так называемые продольные движения струны[7], которые невозможно описать в указанной калибровке. Рассмотрен ряд примеров движения струны из заданного начального положения. Найдены импульс, масса, угловой момент струны. В некоторых примерах наблюдается линейная зависимость между квадратом массы струны и величиной углового момента.

Во второй главе получено решение краевой задачи для безмассовой струны с заряженными концами, помещенной в постоянное однородное электромагнитное поле. Решение справедливо для электрических полей с напряженностью, меньшей некоторого критического значения. Существование критической напряженности поля связано с тем фактом, что концы струны заряжены, но имеют нулевую массу, вследствие чего рассматриваемая задача имеет модельный характер. Изучение струны с массивными заряженными концами осложняется нелинейностью граничных условий.

В § I найдена специальная, зависящая от поля калибровка, определяемая соотношениями

$$n^\nu x'_\nu(\tau,\sigma) + g n^\nu F_{\nu\mu} \dot{x}^\mu(\tau,\sigma) = 0, \quad n^\nu \dot{x}_\nu(\tau,\sigma) + g n^\nu F_{\nu\mu} x'^\mu(\tau,\sigma) = \mathcal{P},$$

где n^ν - постоянный вектор, $\pm g$ - заряды на концах струны, $F_{\mu\nu}$ - тензор электромагнитного поля, $\mathcal{P} \neq 0$. В этой калибровке $\sigma_i(\tau) = 0$.

В § 2 построен гамильтонов формализм для струны в поле.

В § 3 получены нековариантные решения уравнений движения и граничных условий в виде рядов Фурье. Найдены выражения для импульса и массы струны. Показано, что уже в классической динамике возможны состояния с отрицательным квадратом массы (тахионы). Расстояние между эквидистантными уровнями квадрата массы для струны в электрическом поле оказывается меньше , чем в свободном случае. Магнитное поле не изменяет расстояния между уровнями.

В § 4 рассмотрен особый случай движения струны в электрическом поле с критическим значением напряженности.

В § 5 приведен пример движения струны в магнитном поле из заданного начального положения.

Третья глава посвящена геометрическому подходу к динамике релятивистской струны. В данном подходе мировая поверхность струны с точностью до трансляций определяется коэффициентами первой и второй квадратичных форм. Учет того факта, что мировая поверхность является минимальной, а также выбор специальных, изотермических координат приводят к нелинейному волновому уравнению Лиувилля на один неизвестный коэффициент первой квадратичной формы[8]. Используя общее решение этого уравнения, удается

проинтегрировать деривационные формулы Гаусса и Вейнгартена, представляющие собой разложения производных по так называемым основным векторам поверхности $\dot{x}_\mu(\tau,\sigma), x'_\mu(\tau,\sigma)$ и $n_\mu(\tau,\sigma)$, где $n_\mu(\tau,\sigma)$ - единичная нормаль к мировой поверхности. Основные векторы образуют локальный ортогональный репер в каждой точке поверхности. Интегрирование деривационных формул приводит к представлению основных векторов в некотором естественно возникающем базисе, которое можно использовать для решения краевых задач. В качестве иллюстрации приводится решение краевой задачи для свободной струны, удовлетворяющее как уравнениям движения и граничным условиям, так и нелинейным условиям изотермической калибровки.

В четвертой главе исследуется струна с массами на концах, а также струна с массивными заряженными концами.

В § I предлагаются две возможных постановки краевой задачи: I) для вектора $x_\mu(\tau,\sigma)$, описывающего координаты струны в пространстве-времени; 2) для функции $\ln \dot{x}^2(\tau,\sigma)$, подчиняющейся нелинейному волновому уравнению Лиувилля и являющейся одним из коэффициентов первой квадратичной формы мировой поверхности струны. Предлагается новая калибровка для струны с массами на концах, в которой $\sigma_i(\tau) = 0$.

В § 2 изучается система с взаимодействием S_{int} , пропорциональным интегральной гауссовой кривизне мировой поверхности струны. Идея рассмотрения такого взаимодействия впервые высказана в статье[5]. После применения теоремы Гаусса-Бонне взаимодействие S_{int} оказывается пропорциональным интегралу от геодезической кривизны мировых траекторий концов струны. Введение взаимодействия таким путем можно принять в качестве нового способа задания масс на концах струны. Поскольку S_{int} содержит производные высших порядков, то данное взаимодействие не относится к тому классу, который в общем виде был исследован в первой главе. Однако и в этом случае удалось найти калибровку, в которой $\tilde{\sigma}_i(\tau)=0$, а также получить некоторые периодические решения нелинейной краевой задачи. В случае обычного способа введения масс подобных решений не найдено. Рассмотрен пример движения струны в нерелятивистском пределе, когда струна с фиксированным расстоянием между концами вращается как твердое тело с угловой скоростью $\omega=\frac{\gamma}{\mu}$, где μ - масса на концах, а γ - константа, входящая в действие S_0 .

В § 3 исследуется мезонная струна с массами и зарядами на концах в постоянном однородном электромагнитном поле. Нелинейные граничные условия линеаризуются путем выбора эволюционного параметра в качестве собственного времени концов струны/5/. При этом удается описать лишь определенный класс движений струны. Решение краевой задачи получается в виде почти-периодических функций, представленных рядами Фурье. Оказывается, что внутренние возбуждения струны, находящейся в поле, обладают свойством, аналогичным свойству поляризации электромагнитного поля, причем число различных состояний "поляризации" меньше четырех, что означает уменьшение числа степеней свободы струны в постоянном однородном электромагнитном поле по сравнению со свободным случаем. Найдены импульс и масса струны. Переход к квантовой теории затруднен ввиду неортогональности собственных функций краевой задачи.

В § 4 изучается барионная струна с массами на концах. Дан краткий обзор существующих барионных моделей. Обсуждаются различные возможные барионные конфигурации из трех струн. Методом, примененным в предыдущем параграфе, линеаризуется и решается краевая задача для "струнной звезды" с точечными массами на свободных концах. Найдены импульс, масса, угловой момент струны. Результаты сравниваются с различными моделями мезонных струн.

<u>В пятой главе</u> рассматривается квантовое описание струны.

В § I проведено нековариантное квантование струны в постоянном электромагнитном поле методом, предложенным в работе/9/. Обсуждается проблема релятивистской инвариантности квантовой теории.

В § 2 построена квантовая теория барионной струны с массами на концах на основе решений, полученных в гл. IУ. Для исключения "духов" согласно/I0/ использованы нелинейные дополнительные условия в системе центра масс струны.

<u>В заключении</u> сформулированы основные результаты, полученные в диссертации.

<u>В приложении I</u> выполнено преобразование общего решения задачи Коши к новым параметрам $\tilde{\tau},\tilde{\sigma}$, для которых выполняется условие $n_\mu x^\mu = P\tilde{\tau}$.

<u>В приложении П</u> показана возможность выбора калибровки, используемой для решения задачи о движении безмассовой струны в постоянном однородном электромагнитном поле.

<u>В приложении Ш</u> выполнено интегрирование деривационных формул для основных векторов мировой поверхности струны.

<u>В приложении IУ</u> показана возможность выбора калибровки $(\dot{x}(\tau,\sigma)\pm\dot{x}(\tau,\sigma))^2=-4\rho^2$ для мезонной струны с массивными концами.

В приложении У сформулированы ограничения на движение барионной струны, возникающие при выборе параметра τ в качестве собственного времени массивных концов струны.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ, ПОЛУЧЕННЫЕ В ДИССЕРТАЦИИ

I. Решена задача Коши для конечной струны и рассмотрен ряд примеров движения струны из заданного начального положения. Показано, что существуют такие начальные условия, движение из которых нельзя описать в калибровке $n_\mu x^\mu = P\tau$ с изотопным вектором n_μ (продольные движения).

2. Решена краевая задача для заряженной струны, движущейся в постоянном однородном электромагнитном поле. Выполнено квантование этой системы.

3. Гауссова теория поверхностей в псевдоэвклидовом пространстве применена для описания мировой поверхности струны. Выполнено интегрирование деривационных формул для основных векторов поверхности; в результате получено представление основных векторов в некотором специальном базисе. Это представление использовано для получения решения краевой задачи для свободной, безмассовой струны.

4. Исследованы две модели мезонной струны с массами на концах. В первой модели массы связываются с действием, представляющим длину мировой траектории концов струны, а во второй модели действие для масс выбирается в виде интеграла от геодезической кривизны концов струны вдоль мировых линий этих концов. Предлагается новая, релятивистски-инвариантная калибровка $(\dot{x}(\tau,\sigma) \pm x'(\tau,\sigma))^2 = -4p^2$, для которой $\delta_i(\tau) = 0$. Во второй модели получены решения нелинейных граничных условий и исследован нерелятивистский предел.

5. Найден некоторый класс решений для мезонной струны с массами и зарядами на концах и барионной струны с массами на концах. На основе полученных решений выполнено квантование барионной струны.

Результаты диссертации опубликованы в работах:

Б.М.Барбашов, А.Л.Кошкаров, О.М.Федоренко. ОИЯИ,Р2-10169, Дубна, 1976.

Б.М.Барбашов, А.Л.Кошкаров, В.В.Нестеренко. ТМФ, 1977,32, с.176. JINR,E2-9975, Dubna, 1976.

B.M.Barbashov, A.L.Koshkarov, V.V.Nesterenko, A.M.Chervjakov. JINR, E2-10626, Dubna, 1977.

А.Л.Кошкаров. ОИЯИ, Р2-11104, Дубна, 1977.

Б.М.Барбашов, А.Л.Кошкаров. ТМФ, 1979, 39, с.27.

ОИЯИ, Р2-11430, Дубна, 1978.

B.M.Barbashov, A.L.Koshkarov. Lett. in Math. Phys., 1979, 3, c.39.

ОИЯИ, Р2-11857, Дубна, 1978.

Литература

1. М.С.Маринов. УФН, 1977, 121, с.377.
   Б.М.Барбашов, В.В.Нестеренко. ЭЧАЯ, 1978, 9, вып.5.
2. Н.А.Черников, Н.С.Шавохина. ОИЯИ, Р2-10375, Дубна,1977.
   ОИЯИ, Р2-11295, Дубна, 1978.
3. М.С.Маринов, ЯФ, 1978, 28, с.251.
4. B.M.Barbashov, V.V.Nesterenko, A.M.Chervjakov. JINR,E2-11669, 1978.

5.Б.М.Барбашов, В.В.Нестеренко. ТМФ, 1977, 31, с.291.

6. Б.М.Барбашов, Н.А.Черников. ОИЯИ, Р2-7852, Дубна, 1974.

7. A.Patrascioiu. Nucl.Phys., 1974, B81, p.525.

8. R.Omnes. Preprint Laboratorie de Phys.Theor.et Haut. Energ. N 77/12.

9. P.Goddard, J.Goldstone, C.Rebbi, C.Thorn. Nucl.Phys. 1973, B56, p.109.

10. F.Rohrlich. Nucl.Phys. 1976, B112, p.177.

Рукопись поступила в издательский отдел
7 сентября 1979 года.