ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ



2 - 12528

ИСАЕВ
Григорий Вильевич

# БОЗОННЫЕ ПОЛЯ И СИНГУЛЯРНОСТИ В ГРАВИТАЦИИ

Специальность 01.04.02 теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1979

Работа выполнена на кафедре теоретической ядерной физики физического факультета Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова

Научный руководитель:
член-корреспондент АН СССР
профессор Д.И.Блохинцев

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук
И.В.Полубаринов,

кандидат физико-математических наук
В.Н.Мельников .

Ведущее научно-исследовательское учреждение:
Институт теоретической физики АН УССР, г. Киев

Автореферат разослан " " ____________ 1979 г.

Защита диссертации состоится " " __________ 1979 г. на заседании специализированного ученого совета К047.01.01 Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь совета

В.И.Журавлев

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. В диссертации рассмотрены следующие вопросы.

В первой части в рамках классической теории гравитационного взаимодействия исследуется обратное влияние на матрику пространства-времени скалярных и векторных полей. В первую очередь нас интересует вопрос, существует ли в сферически-симметричном решении системы уравнений, описывающей взаимодействующие скалярное, векторное и гравитационное поля, особенность типа "горизонт" /1/. Интерес к такой задаче вызван тем, что наличие "горизонта" приводит к наблюдаемым эффектам. Например, "горизонт" является характерным свойством черных дыр, экспериментальный поиск которых активно ведется астрофизиками (см. обзор /2/). Возможный механизм образования черных дыр – гравитационный коллапс звезд. В этой связи представляет интерес влияние на процесс коллапса реальных физических полей. Небесное тело, состоящее, например, из водородного газа, обладает огромным барионным зарядом и соответствующими мезонными полями. Звезда может быть источником нейтринно-антинейтринного поля, спадающего как $1/r^5$ /3/. Макроскопическая материальная система может быть источником скалярного поля /3/.

Гравитационное поле вблизи поверхности коллапсирующей звезды является сильным, поэтому задача должна рассматриваться в рамках общей теории относительности. Практически интересные случаи находятся в области применимости классической (неквантовой) теории.

Вторая часть диссертации посвящена проблеме ультрафиолетовых расходимостей в квантовой гравитации.

Интерес к квантовой теории тяготения в значительной мере поддерживается надеждами на то, что включение гравитации в схему квантовой теории поля поможет построить последовательную теорию элементарных частиц.

Современное развитие квантовой гравитации связано с построением теории возмущений и соответствующей диаграммной техники (см. обзор/4/). Гравитационное поле рассматривается при этом на том же уровне, что и всякое другое поле, а теория оказывается вариантом теории калибровочных полей.

Для вычисления $S$-матрицы в калибровочно-инвариантных теориях обычно используют формализм функций Грина/5/. Этот формализм исходит из производящего функционала $Z$, записанного в виде континуального интеграла. Разложение функционала $Z$ в ряд теории возмущений порождает диаграммную технику. Однако прямое применение соответствующих правил к вычислению петлевых диаграмм приводит к ультрафиолетовым расходимостям. Возникает задача последовательного проведения перенормировочной процедуры. Эта задача в настоящее время не решена ввиду крайней громоздкости диаграммной техники в квантовой гравитации.

Значительную информацию о полевой структуре ультрафиолетовых расходимостей в квантовой гравитации можно получить, эксплуатируя свойства симметрии теории. Для этой цели удобно использовать метод фонового поля в сочетании с методом размерной регуляризации. При этом изучение полевой структуры сингулярных частей $m$-петлевых примитивно-расходящихся (то есть не содержащих расходящихся подграфов) поправок к $S$-матрице сводится к изучению высших инвариантов общековариантных преобразований.

Для теорий с нелинейной реализацией симметрии метод фонового поля нуждается в модификации. Это относится и к гравитации в рамках подхода Борисова и Огиевецкого/6/, трактующего эйнштейновскую



теорию как теорию нелинейной реализации афинной и конформной симметрий.

Предлагаемая модификация состоит во введении фонового поля при помощи группового сложения, реализуемого в терминах дифференциальных форм Картана. Это приводит к диаграммной технике с простейшими редукционными свойствами/8/.

В эйнштейновской гравитации число высших инвариантов, соответствующих сингулярным частям примитивно-расходящихся петлевых поправок к $S$-матрице, бесконечно. Поэтому представляют интерес обобщения эйнштейновской теории с более широкой группой симметрии, что обеспечило бы более жесткие ограничения на высшие инварианты. В этой связи рассмотрена масштабно-инвариантная теория взаимодействующих гравитационного, скалярного и векторного полей, являющаяся обобщением теории Эйнштейна в духе Вейля.

<u>Цель работы</u>

1. Исследование обратного влияния на метрику пространства-времени скалярных и векторных полей. Выяснение вопроса о существовании особенностей типа "горизонт" в сферически-симметричных решениях системы уравнений Эйнштейна и уравнений скалярных и векторных полей.

2. Формулировка модифицированного метода фонового поля в эйнштейновской гравитации, приводящего к диаграммной технике с простейшими редукционными свойствами.

Построение полного набора высших инвариантов полиномиального типа в масштабно-инвариантной теории взаимодействующих гравитационного, скалярного и векторного полей.

<u>Научная новизна и практическая ценность</u>. В диссертации впервые доказано отсутствие особенности типа "горизонт" в сфери-

чески-симметричном статическом решении системы уравнений Эйнштейна и уравнений массивного скалярного или векторного полей. Впервые доказан аналог теоремы Биркгофа в присутствии определенного класса безмассовых векторных полей. Отсюда, в частности, следует отсутствие монопольного излучения в процессе гравитационного коллапса при наличии таких полей.

Рассмотрено взаимодействие гравитационного поля о полем Борна-Инфельда. Отмечается необходимость введения в теорию Борна-Инфельда внешнего источника. Эти вопросы важны в связи с экспериментальным поиском черных дыр.

Впервые построено сферически-симметричное статическое решение системы уравнений Эйнштейна-Борна-Инфельда с пылевидным заряженным источником без "горизонта" и без особенности в точке $r=0$. При определенном соотношении параметров размеры источника могут быть выбраны как угодно малыми. Под эти соотношения параметров подпадают реальные астрономические объекты.

Сформулирован модифицированный метод фонового поля применительно к эйнштейновской гравитации как теории с нелинейной реализацией симметрии, что приводит к диаграммной технике с простейшими редукционными свойствами [8]. Эйнштейновское действие впервые записано в терминах дифференциальных форм Картана фактор-пространства $A/L$, где $A$ - группа афинных преобразований, $L$ - группа Лоренца.

Впервые построен полный (конечный) набор инвариантов полиномиального типа в масштабно-инвариантной теории взаимодействующих гравитационного, скалярного и векторного полей.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались на сессии ОЯФ АН СССР (1978 г.), на семинарах ЛТФ ОИЯИ, ФИАН СССР, МИАН СССР, ИТФ АН УССР.



Публикации. По материалам диссертации опубликовано шесть статей.

Объем работы. Диссертация состоит из краткого введения, двух частей и заключения. Первая часть состоит из введения и четырех глав. Вторая часть состоит из введения и двух глав. Диссертация содержит 86 страниц машинописного текста, 7 рисунков и список литературы из 91 наименования.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении сформулирована цель работы.

Часть I посвящена исследованию обратного влияния на метрику пространства-времени скалярных и векторных полей.

Во введении обсуждается актуальность темы, дается математическая постановка задачи, определяется термин "горизонт".

В главе I кратко приведены известные примеры.

В § I рассмотрено статическое сферически-симметричное решение Нордстрема-Рейсснера, отвечающее взаимодействующим гравитационному и электромагнитному полям.

В § 2 рассмотрено статическое сферически-симметричное решение Фишера, отвечающее взаимодействующим гравитационному и безмассовому скалярному полям.

В главе 2 исследуются сферически-симметричные статические решения систем уравнений, описывающих взаимодействующие гравитационные и массивные бозонные поля.

В § I рассмотрено взаимодействие с массивным скалярным полем.

В § 2 рассмотрено взаимодействие с массивным векторным полем.

Выясняется вопрос о наличии в таких решениях особенности типа "горизонт". Обсуждаются астрофизические следствия.

<u>В главе 3</u> рассмотрено взаимодействие гравитационного поля с безмассовыми векторными полями самого общего вида.

В § I доказана статичность вне вещества сферически-симметричного решения системы уравнений, описывающей эти поля (аналог теоремы Биркгофа).

В § 2 этот результат распространяется при определенном условии на теорию Бранса-Дикке.

В частности, доказанное утверждение относится к электромагнитному полю, полю Борна-Инфельда и полю с потенциалом $1/r^5$. Отсюда следует, что в системе взаимодействующих гравитационного и безмассовых векторных полей отсутствует монопольное излучение, то есть в процессе коллапса соответствующие поля не исчезают. Обсуждаются астрофизические следствия.

<u>В главе 4</u> рассмотрены взаимодействующие гравитационное поле и поле Борна-Инфельда. Обсуждается вопрос о внешних источниках в теории Борна-Инфельда. Исследуется точное сферически-симметричное решение системы уравнений Эйнштейна-Борна-Инфельда. Отмечается, что при определенном соотношении параметров:

$$M = 1{,}24\sqrt{b e^3}\,, \quad e < (2\kappa b)^{-1} \qquad \text{(I)}$$

( $M$, $e$ - гравитационная масса и заряд источника, $\kappa$ - ньютоновская гравитационная постоянная, $b$ - константа Борна-Инфельда) "горизонт" отсутствует. Строится статическое решение без особенностей с заряженным пылевидным источником как угодно малого размера. Вместе с доказанным в главе 3 аналогом теоремы Биркгофа это означает, что в результате гравитационного коллапса черная дыра в этом случае не образуется. Отмечается, что под соотношения параметров (I) подпадают реальные астрономические объекты.



<u>Часть II</u> посвящена проблеме ультрафиолетовых расходимостей в квантовой гравитации.

<u>Во введении</u> обсуждается актуальность проблемы.

<u>В главе 5</u> рассмотрена теория возмущений для $S$-матрицы эйнштейновской квантовой гравитации в рамках метода фонового поля.

В § I рассмотрен производящий функционал функций Грина. Наличие в производящем функционале явно неинвариантных величин - калибровочного члена и детерминанта Фаддеева-Попова приводит к осложнениям при проведении перенормировки. Тождества Уорда, восстанавливающие инвариантность наблюдаемых величин, имеют в гравитации сложный вид и практически работать с ними весьма затруднительно.

В § 2 в рамках метода фонового поля в формулировке /7/ производящий функционал петлевых поправок к $S$-матрице эйнштейновской гравитации записан в виде континуального интеграла, явно инвариантного относительно общековариантных преобразований фоновых полей. Это становится возможным благодаря введению ковариантных производных с символами Кристоффеля, зависящими от фоновых полей.

В § 3 эйнштейновская гравитация формулируется в терминах дифференциальных форм Картана группы афинных преобразований. Исследуется аналогия с киральной динамикой, впервые отмеченная в /6/. Получены структурные уравнения афинной группы, которые позволяют выразить эйнштейновское действие $S$ через формы Картана фактор пространства $A/L$, где $A$ - группа афинных преобразований, $L$ - группа Лоренца:

$$S = \int R\sqrt{-g}\,d^4x\,,$$

$$R = 2\left[\nabla_\mu \omega^R_{\nu\mu,\nu} - \nabla_\mu \omega^R_{\nu\nu,\mu}\right] +$$

$$+ 2\left[\omega^R_{\mu\gamma,\mu}\omega^R_{\nu\nu,\gamma} + \omega^R_{\mu\gamma,\nu}\omega^R_{\mu\nu,\gamma} - \omega^R_{\mu\gamma,\mu}\omega^R_{\nu\gamma,\nu}\right] -$$

$$-2\left[\omega^R_{\mu\gamma,\nu}\omega^R_{\mu\gamma,\nu}+\omega^R_{\mu\mu,\gamma}\omega^R_{\nu\nu,\gamma}\right],$$

$$\sqrt{-g}\,d^4x=-i\,\omega^P_1\wedge\omega^P_2\wedge\omega^P_3\wedge\omega^P_4,$$

где $R$ – скалярная кривизна, $\omega^R$ – формы Картана, соответствующие генераторам собственно афинных преобразований, $\omega^P$ – формы Картана, соответствующие генераторам сдвига, $\wedge$ – внешнее произведение.

Такая запись позволяет вводить фоновые поля с учетом геометрии искривленного пространства полей. Диаграммная техника в такой параметризации обладает наиболее простыми редукционными свойствами /8/.

В § 4 обсуждается размерная регуляризация в гравитации.

В § 5 рассмотрены высшие инварианты группы общековариантных преобразований, которые могут появиться в качестве сингулярных частей примитивно-расходящихся петлевых поправок к $S$ -матрице эйнштейновской гравитации. Отмечается, что имеется бесконечное число линейно-независимых инвариантов такого типа.

<u>В главе 6</u> рассмотрено масштабно-инвариантное обобщение теории Эйнштейна в духе Вейля. Дополнительная симметрия возникает за счет включения взаимодействия со скалярным полем $\varphi$ и векторным полем $A_\xi$.

В § I рассмотрена классическая масштабно-инвариантная теория гравитации.

В § 2 производящий функционал петлевых поправок к $S$ -матрице масштабно-инвариантной гравитации записан в виде континуального интеграла инвариантного относительно общековариантных и масштабных преобразований фоновых полей. Отмечается, что для построения теории возмущений и соответствующей диаграммной техники масштабная симметрия должна быть спонтанно нарушена.



Действие теории обобщено масштабно-инвариантным образом на случай $N$ -мерного пространства-времени, где $N$ – целое положительное число. Это позволяет, как показано в работе /9/, избежать конформных аномалий.

В § 3 построен полный набор линейно-независимых инвариантов $I(g_{\mu\nu}, A_\xi, \varphi)$, удовлетворяющих условиям:

I) $I\sqrt{-g}$ – скалярная плотность относительно общековариантных преобразований полей $g_{\mu\nu}, A_\xi, \varphi$;

2) $I\sqrt{-g}$ – инвариант масштабных преобразований полей $g_{\mu\nu}, A_\xi, \varphi$;

3) $I$ построен полиномиально из $\bar R_{\alpha\beta\gamma\delta}$, $A_\xi$, $\varphi$, $g^{\mu\nu}$ и их производных любого порядка

( $\bar R_{\alpha\beta\gamma\delta}$ – тензор кривизны геометрии Вейля /10/).

Инварианты $I$ обобщены на случай $N$ -мерного пространства-времени.

Такой полный набор содержит конечное число инвариантов:

$$\sqrt{-g}\left[\varphi^{\frac{2N}{N-2}},\ \varphi^2\bar R,\ (\partial_\mu-eA_\mu)\varphi(\partial^\mu-eA^\mu)\varphi;\ \varphi\bar D_\mu(\partial^\mu-eA^\mu)\varphi\right],$$

$$\sqrt{-g}\,\varphi^{\frac{2(N-4)}{N-2}}\left[\bar R^2,\ \bar R_{\mu\nu}\bar R^{\mu\nu},\ \bar R_{\alpha\beta\gamma\delta}\bar R^{\alpha\beta\gamma\delta},\ F_{\mu\nu}F^{\mu\nu},\ \bar D_\mu\bar D_\nu F^{\mu\nu},\ \bar D_\mu\bar D_\nu R^{\mu\nu},\ \bar D_\mu(\partial^\mu-2eA^\mu)\bar R\right].$$

Это позволяет надеяться на возможность построения перенормируемой теории взаимодействующих гравитационного, скалярного и векторного полей в рамках такого подхода.

<u>Основные результаты, полученные в диссертации</u>

I. Доказано отсутствие особенности типа "горизонт" в сферически-симметричных статических решениях систем уравнений, описывающих взаимодействие гравитационного и массивного скалярного, гравитационного и массивного векторного полей. Это является аргументом в пользу того, что в результате гравитационного коллапса в присутствии таких полей черная дыра не образуется.

2. Доказан аналог теоремы Биркгофа для системы взаимодействующих гравитационного поля и безмассового векторного поля самого общего вида.

3. Рассмотрена система взаимодействующих гравитационного поля и поля Борна-Инфельда. Путем введения пылевидного заряженного облака вещества построено статическое сферически-симметричное решение без особенностей.

4. Эйнштейновское действие записано в терминах форм Картана фактор-пространства $A/L$, что позволяет использовать аналогию с киральной динамикой для формулировки теории возмущений с простейшими редукционными свойствами.

5. Рассмотрено масштабно-инвариантное обобщение гравитации. Построен полный (конечный) набор инвариантов общековариантных и масштабных преобразований одновременно вида $I\sqrt{-g}$, где $I$ – полиномиальная функция $g^{\mu\nu}$, $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$, $A_\lambda$, $\varphi$, $\bar{D}_\alpha$. Инварианты $I$ обобщены на случай $N$-мерного пространства-времени.

<u>Результаты диссертации опубликованы в следующих работах</u>:

Г.В.Исаев. Сборник: Проблемы теории гравитации и элементарных частиц, М., "Атомиздат", 1976, стр. 138.

Г.В.Исаев. Вестник МГУ, сер. Физика, Астрономия, 6, 108 (1977).

Г.В.Исаев. ОИЯИ, Р2-10348, Дубна, 1976.

Р.А.Асанов, Г.В.Исаев. ОИЯИ, Р2-10575, Дубна, 1977.

G.V.Isayev, V.N.Pervushin, S.V.Pushkin. J.Phys. A: Math.Gen., v.12, 8 (1979); ОИЯИ, Р2-11664, Дубна, 1978.

G.V.Isayev, ITP, 78-160E, Kiev, 1978.



Литература

1. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Теория поля, М., "Наука", 1973, § 104.
2. К.Торн. УФН, 118, 453 (1976).
3. М.А.Марков. УФН, 111, 3 (1973).
4. Л.Д.Фаддеев, В.Н.Попов. УФН, 111, 427 (1973).
5. B.S.De Witt. Phys.Rev., 162, 1195, 1239 (1967).
6. А.Б.Борисов, В.И.Огиевецкий. ТМФ, 21, 329 (1974).
7. И.Я.Арефьева, А.А.Славнов, Л.Д.Фаддеев. ТМФ, 21, 311 (1974).
8. В.Н.Первушин. ТМФ, 27, 16 (1976).
9. F.Englert, C.Truffin, R.Gastmans. Nucl.Phys., 117B, 407 (1976).
10. H.Weyl. Raum, Zeit. Materie, 5. Auflage, J.Springer, Berlin, 1923.

Рукопись поступила в издательский отдел
8 июня 1979 года.