ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

2 - 11733

ГРУША
Галина Валентиновна

ОПИСАНИЕ РАССЕЯНИЯ И СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ В РЕЛЯТИВИСТСКОМ КОНФИГУРАЦИОННОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Специальность 01.04.02 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1978

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований

Научный руководитель -
кандидат физико-математических наук,
старший научный сотрудник Р.М.Мир-Касимов

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук,
старший научный сотрудник А.Н.Лезнов
кандидат физико-математических наук,
старший научный сотрудник А.Н.Квинихидзе

Ведущее научно-исследовательское учреждение:
Физический институт АН СССР им. П.Н.Лебедева, Москва.

Автореферат разослан " " ____________ 1978 года.
Защита диссертации состоится " " ____________ 1978 года
на заседании специализированного Ученого совета К047.01.01 Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, Дубна, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета В.И.Журавлев.

Актуальность темы

Квазипотенциальный подход /1/ к релятивистской проблеме двух тел, сформулированный в рамках квантовой теории поля более 15 лет назад, является в настоящее время одним из важнейших методов исследования динамики элементарных частиц. Эффективность этого метода связана прежде всего с ясностью физического смысла волновой функции, которая зависит здесь от одного временного аргумента и допускает вероятностную интерпретацию.

В импульсном представлении основные уравнения квазипотенциального подхода, предложенного в /2-3/ - уравнения для волновой функции и для амплитуды рассеяния носят абсолютный характер по отношению к геометрии импульсного пространства, т.е. могут быть получены из соответствующих нерелятивистских уравнений путем замены кинематических соотношений (связь энергии с импульсом, элемент объема) на релятивистские. Интегрирование в этих уравнениях ведется по трехмерному импульсному пространству Лобачевского.

Указанные геометрические свойства квазипотенциальных уравний позволили применить аппарат преобразования Фурье на группе Лоренца и ввести понятие релятивистского конфигурационного пространства /4,5/.

Область применений квазипотенциальных уравнений весьма широка. Так, например, было проведено вычисление поправок к уровням энергий связанных состояний в квантовой электродинамике /6/, исследование асимптотического поведения амплитуды рассеяния при высоких энергиях /7/, вычисление инклюзивных распределений /8/.

В релятивистском конфигурационном представлении квазипотенциальная волновая функция удовлетворяет дифференциально-разностному уравнению с шагом, равным комптоновской длине волны частицы. Для ряда потенциалов эти уравнения имеют точные решения. Теория рассеяния в релятивистском конфигурационном пространстве также обладает большим сходством с квантовомеханической теорией рассеяния.

В недавнее время были развиты феноменологические схемы описания процессов рассеяния адронов /9/ в релятивистском конфигурационном пространстве. Дифференциально-разностное уравнение послужило также основой для релятивистских составных моделей элементарных частиц /10/.

Однако своеобразие формулировки граничных условий для конечно-разностного уравнения усложняет как конкретные численные расчеты, так и исследование аналитических свойств волновой функции и амплитуды рассеяния /14/. Особый интерес представляет поэтому вывод дифференциального уравнения для двухчастичной волновой функции в релятивистском конфигурационном пространстве. С этой целью в данной диссертации рассмотрен вариант квазипотенциального подхода, в котором в качестве основной переменной принята быстрота - величина, канонически сопряженная релятивистскому относительному расстоянию /4, 9, 15, 17/.

В последнее время часто применяется анализ физических величин как функций переменных типа быстроты. Отметим исследование инвариантных инклюзивных сечений на базе релятивистского анализа Фурье /15/, описание экспериментальных данных с помощью локальных дисперсионных соотношений /16/, изучение свойств волновой функции адрона в партонной модели /17/.

Цель работы. Построение нового подхода к описанию рассеяния и связанных состояний двух частиц в релятивистском конфигурационном пространстве.

Научная новизна и практическая ценность

В диссертации впервые детально рассмотрена квазипотенциальная схема, в которой в качестве переменной, определяющей выход амплитуды за энергетическую поверхность, выбрана быстрота $\chi_q = \ln(E_q + \sqrt{E_q^2 - 1})$ (E_q - энергия частицы в системе центра масс, $\hbar = c = m = 1$). Дифференциальное уравнение для волновой функции в релятивистском конфигурационном пространстве, возникающее в таком подходе, впервые позволило исследовать аналитические свойства релятивистской квазипотенциальной амплитуды рассеяния как функции комплексных переменных быстроты и орбитального момента.

Новыми являются дифференциальная и конечно-разностная формулировка релятивистского метода фазовых функций, позволившая получить ряд физически интересных приближений. В диссертации показано, что развитый подход может быть применен к описанию рассеяния адронов высоких энергий и расчету характеристик связанных состояний кварковых систем.

Следующие результаты выдвигаются для защиты

1) Формулировка и анализ варианта квазипотенциального подхода, в котором функция Грина имеет простой полюс в плоскости χ_q^2.

2) Доказательство мероморфности парциальной амплитуды в некоторых фиксированных областях комплексных переменных быстроты и орбитального момента для случая рассеяния на несингулярных квазипотенциалах.

3) Вывод дифференциальных и конечно-разностных парциальных фазовых уравнений. Построение на их основе релятивистского обобщения приближения эффективного радиуса и метода вычисления релятивистских поправок по параметру $\lambda = k/mc$.

4) Релятивистское обобщение уравнения фазового типа для полной амплитуды рассеяния и приложение его к задаче о восстановлении квазипотенциала по экспериментальным данным о рассеянии.

5) Расчет масс и ширин распадов ряда мезонных состояний в кварковой модели.

Основные результаты, изложенные в диссертации,докладывались на семинарах ЛТФ, ЛВТА ОИЯИ и ФИАН, на сессиях ОЯФ АН СССР и на ХУШ Международной конференции по физике высоких энергий.

Публикации. По результатам диссертации опубликовано девять статей.

Объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, приложения, содержит 83 страницы машинописного текста, 4 рисунка и список литературы из 80 названий.

Содержание работы

Введение содержит краткое рассмотрение вопросов, связанных с квазипотенциальным подходом и релятивистским анализом Фурье.

В главе I проведен общий анализ трехмерной формулировки проблемы двух тел, в которой выход амплитуды за энергетическую поверхность определяет быстрота χ_q. Для простоты рассмотрен случай бесспиновых частиц равной массы.

В § I изучается зависимость функций Грина уравнения Бете-Солпитера и бесконечной совокупности квазипотенциальных уравнений от энергии $E_q(\chi_q)$ с точки зрения бесконечнолистной римановой поверхности (ср. с /16/).

Так, функцию Грина $G_q(k)$ квазипотенциального уравнения /4/ можно представить в виде разложения:

$$G_q(k) = \frac{1}{2(\operatorname{ch}\chi_q - \operatorname{ch}\chi_k + i\varepsilon)} = g_q(k) + \Omega_q(k), \qquad (1)$$

где

$$g_q(k) = \frac{\chi_q}{\operatorname{sh}\chi_q}\cdot\frac{1}{\chi_q^2 - \chi_k^2 + i\varepsilon},$$

$$\Omega_q(k) = -\frac{1}{\operatorname{sh}\chi_q}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{\chi_k - \chi_q}{(\chi_k-\chi_q)^2+(2\pi n)^2} - \frac{\chi_k+\chi_q}{(\chi_k+\chi_q)^2+(2\pi n)^2}\right].$$

Для выполнения требования релятивистской двухчастичной унитарности достаточно, чтобы функция Грина имела полюса на двух листах римановой поверхности энергии E_q, отвечающих полосам

$$0 < \operatorname{Im}\chi < \pi, \qquad -\pi < \operatorname{Im}\chi < 0.$$

Новое уравнение для амплитуды рассеяния $A(\vec{p},\vec{q})$ в "нерелятивистской нормировке" /5/ приобретает вид:

$$A(\vec{p},\vec{q}) = -\frac{1}{4\pi}V(\vec{p},\vec{q};E_q) + \frac{1}{(2\pi)^3}\int V(\vec{p},\vec{k};E_q)\,g_q(k)\,A(\vec{k},\vec{q})\,d\Omega_k.$$

Здесь $d\Omega_k = d\vec{k}/\sqrt{m^2+\vec{k}^2}$ – элемент объема в пространстве Лобачевского, реализующемся на верхней поле́ гиперболоида $k_0^2 - \vec{k}^2 = m^2$ (массовой поверхности частицы).

В § 2 главы I в уравнении для волновой функции относительного движения $\Psi_q(\vec{k})$ проведено релятивистское разложение Фурье с ядрами

$$\xi(\vec{q},\vec{r}) = (ch\chi_q - (\vec{n}\vec{n}_q)sh\chi_q)^{-1-ir}, \qquad (3)$$

где

$$\vec{q} = \vec{n}_q\, sh\chi_q, \quad \vec{n}^2 = 1, \quad 0 < r < \infty.$$

Чтобы получить дифференциальное уравнение второго порядка в конфигурационном r -представлении, приходится исключить в спектральном представлении для функции Грина $g_q(k)$ вклад цепочки "кинематических" (то есть не дающих вклада в упругую унитарность) полюсов порядка 2ℓ в точках $\chi_k = \pm i\pi n$ (n =I,2.....).

Во второй главе исследуется структура парциальной амплитуды в комплексных плоскостях быстроты χ_q и углового момента ℓ.

В § I приведены соотношения формальной теории рассеяния. В § 2 доказывается мероморфность амплитуды рассеяния на локальных, сферически-симметричных квазипотенциалах, удовлетворяющих условиям:

$$\int_0^\infty r|V(r,\chi_q)|e^{\nu r}dr < \infty,$$

$$\int_0^\infty \left(\frac{r}{r+\delta}\right)\left|\frac{\partial}{\partial\chi_q}V(r,\chi_q)\right|e^{\nu r}dr < \infty \qquad (4)$$

для всех $\nu < \mu$ $(\mu > 0)$, $0 < \delta < 1$. Области мероморфности парциальной амплитуды ограничены условиями:

$$Re\,\ell + 1 > \delta,$$

$$|Im\,\chi_q| < \frac{\mu}{2} < \pi, \quad \chi_q \in \Omega'(\chi_q), \qquad (5)$$

где $\Omega'(\chi_q)$ определяет область аналитической зависимости квазипотенциала от χ_q. В § 3 рассмотрена точно решаемая задача рассеяния на δ -потенциале $V(r) = -g\delta(r-a)$. Получено уравнение для траекторий Редже и найдено его решение в околопороговой области.

Глава Ш посвящена релятивистскому обобщению метода фазовых функций квантовой механики /I2/.

В § I получены дифференциальные фазовые уравнения для парциальных параметров рассеяния. Например, уравнение для фазовой функции $\delta_\ell(r,\chi)$ сводится к уравнению типа Риккати:

$$\frac{d}{dr}\delta_\ell(r,\chi) = -\frac{V(r)}{sh\chi}[\cos\delta_\ell(r,\chi)s_\ell(r,\chi) + \sin\delta_\ell(r,\chi)C_\ell(r,\chi)]\cdot[\cos\delta_\ell(r,\chi)s_\ell^*(r,\chi) + \sin\delta_\ell(r,\chi)\cdot C_\ell^*(r,\chi)], \quad \delta_\ell(0,\chi) = 0. \qquad (6)$$

Здесь $s_\ell(r,\chi)$, $C_\ell(r,\chi)$ - релятивистские сферические функции /4,5/, фаза рассеяния $\delta_\ell(\chi)$ равна $\delta_\ell(\infty,\chi)$.

К фазовому уравнению (6) непосредственно приложимы все приближенные методы, развитые для нерелятивистского случая (теория возмущений, метод линеаризации /I2/) и алгоритмы численных вычислений на ЭВМ.

Так, для получения аналога приближения эффективного радиуса следует воспользоваться разложением тангенса фазовой функции по степеням величины $2\,sh(\chi_q/2)$ (§ I главы Ш), которая является обобщением импульса относительного движения. Условие применимости такого разложения справедливо, если радиус взаимодействия R меньше комптоновской длины волны λ взаимодействующих частиц.

В § 2 кратко изложены результаты конечно-разностной формулировки метода фазовых функций. Нелинейность конечно-разностных фазовых уравнений носит более сложный характер по сравнению с нерелятивистскими уравнениями Риккати. Тем не менее, они позволяют получить качественные оценки и точные решения, разработать способ вычисления релятивистских поправок.

В § 3 главы Ш получен релятивистский аналог уравнения фазового типа для полной амплитуды рассеяния /I3/. В предположении, что квазипотенциал претерпевает некоторую вариацию δV, найдено уравнение для амплитуды рассеяния:

$$\delta A = -\frac{1}{2(2\pi)^7}\left(I - 2(2\pi)^4 A g_q\right)\delta V\left(I - 2(2\pi)^4 g_q A\right), \qquad (7)$$

где I – единичный оператор.

Это уравнение справедливо, вообще говоря, для нецентральных квазипотенциалов, обрезанных системой поверхностей произвольной формы. Детально рассмотрен случай сечения квазипотенциала последовательностью сфер:

$$V(r,\vec{r}\,') = V(\vec{r}\,')\,\theta(r-r'). \qquad (8)$$

В § 4 главы Ш для рассеяния на сферически-симметричных гладких квазипотенциалах с помощью метода линеаризации получено приближенное решение уравнения (7), отвечающее высоким энергиям:

$$A(\vec{p},\vec{q}) = -i\,\mathrm{sh}\chi_q \int_0^\infty dr\,\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{r\sin r\chi_{pq}}{\mathrm{sh}\chi_{pq}}\right)\left[e^{-\frac{i}{\mathrm{sh}\chi_q}\int_r^\infty V(r',E_q)\,dr'} - 1\right].$$

Здесь $\mathrm{ch}\,\chi_{pq} = \mathrm{ch}\chi_p\,\mathrm{ch}\chi_q - (\vec{n}_p\vec{n}_q)\,\mathrm{sh}\chi_p\cdot\mathrm{sh}\chi_q$ – величина, связанная с инвариантной передачей импульса.

В качестве приложения представление эйконального типа для амплитуды рассеяния (9) использовалось при восстановлении квазипотенциала по экспериментальным данным о рассеянии протонов при энергиях 3,I ГэВ и 26,6 ГэВ в системе центра масс.

В главе IУ проведены вычисления спектров связанных состояний частиц (кварков) в релятивистском конфигурационном пространстве, основанные на дифференциальном уравнении квазипотенциального типа (глава I). Основные результаты расчета спектров масс мезонов и ширин их распадов на лептоны в модели двенадцати цветных кварков приведены в § I.

В качестве исходных данных для 1^3S- и 2^3S -состояний пары кварк-антикварк выбирались массы двух векторных мезонов, используемых в нерелятивистских схемах. Взаимодействие кварков описывалось потенциалом

$$V(r) = gr - V_0\,, \qquad (I0)$$

где r – релятивистское относительное расстояние. Для однозначного фиксирования массы кварка использовалась лептонная ширина распада 1^3S -состояния.

Расчет показал, что релятивистские поправки вносят существенный вклад в описание ряда возбужденных состояний.

В § 2 главы IУ приведены аналитические выражения для спектров быстрот S -состояний в прямоугольной яме, кулоновском потенциале и осцилляторе. Анализируется специфическое поведение коэффициентов дифференциального уравнения вблизи начала координат.

<u>Основные результаты, полученные в диссертации</u>

I) Дан вывод дифференциального уравнения квазипотенциального типа (уравнения в терминах быстрот) для двухчастичной волновой функции в релятивистском конфигурационном пространстве.

Показано, что это уравнение соответствует схеме, в которой амплитуда рассеяния вне энергетической поверхности удовлетворяет уравнению типа Липпмана-Швингера с учетом неевклидова характера пространства импульсов.

2) Показано, что парциальная амплитуда рассеяния на локальных, сферически-симметричных, несингулярных квазипотенциалах мероморфна в произведении областей комплексной быстроты $|\mathrm{Im}\,\chi_q| < \frac{\mu}{2} < \pi$ $(|\chi_q| \geq \varepsilon > 0, \chi_q \in \Omega'(\chi_q))$ и комплексного орбитального момента $\mathrm{Re}\,\ell + 1 > \delta$, где $\Omega'(\chi_q)$ определяет область аналитической зависимости квазипотенциала от χ_q , числа μ и δ характеризуют его поведение при $r \to \infty$ и при $r \to 0$.

3) Для рассеяния на потенциале $V(r) = -g\delta(r-a)$ получено точное уравнение для движения полюсов Редже $\ell(\chi_q)$ в плоскости быстроты и найдено его решение в околопороговой области. Показано, что в этом случае парциальная амплитуда рассеяния экспоненциально затухает при $\mathrm{Re}\,\ell \to \infty$, если энергия фиксирована в полуплоскости $\mathrm{Re}\,E > 0$.

4) Получены уравнения фазового типа для парциальной и полной амплитуд рассеяния релятивистских частиц и найдены их решения, отвечающие случаю короткодействующего потенциала и высокоэнергетическому рассеянию. Развита схема вычисления релятивистских поправок к парциальным параметрам рассеяния.

5) Выполнен расчет спектров масс и лептонных ширин распадов пары кварк-антикварк, связанной линейным потенциалом в релятивистском конфигурационном пространстве.

Результаты диссертации опубликованы в работах:

В.В.Бабиков, Г.В.Груша, Р.М.Мир-Касимов, Н.Б.Шульгина. ТМФ, 17, 391 (1973)

В.В.Бабиков, Г.В.Груша, Р.М.Мир-Касимов, Н.Б.Шульгина. Препринт ОИЯИ, Р2-6828, Дубна, 1972. (Приложение I к книге /12/).

В.В.Бабиков, Г.В.Груша, Р.М.Мир-Касимов, Н.Б.Шульгина. Препринт ОИЯИ, Р2-6829, Дубна, 1972. (Приложение II к книге /12/).

И.В.Амирханов, Г.В.Груша, Р.М.Мир-Касимов. ТМФ, 30 ,333 (1977)

И.В.Амирханов, Г.В.Груша, Р.М.Мир-Касимов, ЯФ, 26, вып.1,207 (1977).

I.V.Amirkhanov, G.V.Grusha, R.M.Mir-Kasimov. JINR, E2-10749, Dubna, 1977.

I.V.Amirkhanov, G.V.Grusha, R.M.Mir-Kasimov. JINR, E2-10952, Dubna, 1977.

I.V.Amirkhanov, G.V.Grusha, R.M.Mir-Kasimov. JINR, E2-11619, Dubna, 1978.

I.V.Amirkhanov, G.V.Grusha, R.M.Mir-Kasimov. JINR, E2-11649, Dubna, 1978.

Литература:

1. A.A.Logunov, A.N.Tavkhelidze. Nuovo Cim., 29, 380 (1963).
2. V.G.Kadyshevsky. Nucl.Phys., B6, 125 (1968).
   V.G.Kadyshevsky, M.D.Mateev. Nuovo Cim., 55A, 275 (1967).
3. В.Г.Кадышевский. ЖЭТФ, 46, 654, 872 (1964);
   ДАН СССР, 160, 573 (1965)

4. V.G.Kadyshevsky, R.M.Mir-Kasimov, N.B.Skachkov. Nuovo Cim., 55A, 233 (1968).
5. В.Г.Кадышевский, Р.М.Мир-Касимов, Н.Б.Скачков. ЭЧАЯ, т.2, вып.3, Атомиздат, Москва, 1972.
6. R.N.Faustov. Nucl.Phys., 75, 669 (1966).
7. S.P.Alliluev, S.S.Gerstein, A.A.Logunov. Phys.Lett., 18, 195 (1965).
Б.А.Арбузов, А.А.Логунов, А.Т.Филиппов, О.А.Хрусталев. ЖЭТФ, 46, 1266 (1964)
V.R.Garsevanishvili, V.A.Matveev, L.A.Slepchenko, A.N.Tavkhelidze. Phys.Lett., 29B, 191 (1969).
8. А.Н.Квинихидзе, А.Н.Сисакян, Л.А.Слепченко, А.Н.Тавхелидзе. ЭЧАЯ, т.8, вып.3.
9. Н.Б.Скачков. ТМФ, 25, 313 (1975)
С.Мавродиев. ОИЯИ, Р2-8897, Дубна, 1975.
10. .S.Jhung, K.H.Chung, R.S.Willey. Phys.Rev., D12, 1999 (1975).
Н.Б.Скачков. Письма в ЖЭТФ, 23, 713 (1976)
11. И.С.Шапиро. ДАН СССР, 106, 647 (1956);
ЖЭТФ, 43, 1727 (1962)
12. В.В.Бабиков. Метод фазовых функций в квантовой механике. Наука, М., 1976.
13. V.V.Babikov, R.M.Mir-Kasimov. Phys.Lett., 31B, 415 (1970).
В.В.Бабиков, М.Х.Ханхасаев. Изв.АН СССР, сер.физ., 38, 725 (1974)
14. M.Bawin. Ann. of Phys., 77, 431 (1973).

15. B.Durand, L.O'Raifeartaigh. Phys.Rev., D13, 99 (1976).
16. В.П.Гердт, В.И.Иноземцев, В.А.Мещеряков, ЯФ, 24, вып.1, 176 (1976)
17. И.С.Шапиро. Письма в ЖЭТФ, 18, 650 (1973);
Я.А.Смородинский. Письма в ЖЭТФ, 19, 55 (1974)

Рукопись поступила в издательский отдел
6 июля 1978 года.