ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

2 - 11216

ВЛАДИМИРОВ

Алексей Александрович

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РАЗМЕРНОЙ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ УЛЬТРАФИОЛЕТОВЫХ АСИМПТОТИК КВАНТОВОПОЛЕВЫХ МОДЕЛЕЙ

Специальность 01.04.02 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1978

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель –
член-корреспондент АН СССР
доктор физико-математических наук
профессор Д.В.ШИРКОВ.

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук
профессор О.И.ЗАВЬЯЛОВ,
доктор физико-математических наук
старший научный сотрудник А.А.МИГДАЛ.

Ведущее научно-исследовательское учреждение:
Институт математики Сибирского отделения АН СССР.

Автореферат разослан " " ____________ 1978 года.
Защита диссертации состоится " " __________ 1978 года на заседании специализированного Ученого совета К047.01.01 Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета

В.И.ЖУРАВЛЕВ.

Общая характеристика работы

Актуальность проблемы. Неотъемлемым свойством квантовой теории поля является необходимость проведения перенормировок, что сопряжено с введением в теорию новой размерной величины – ренормировочного параметра μ^2. Произвол в выборе μ^2 не влияет на предсказания теории, так как может быть скомпенсирован переопределением константы связи g и других параметров исходного лагранжиана, что отражает факт инвариантности теории относительно группы мультипликативных ренормировок или ренормгруппы /1/.

Условия ренорминвариантности накладывают существенные ограничения на вид зависимости квантовополевых функций Грина от своих аргументов и позволяют на основе нескольких низших порядков теории возмущений суммировать бесконечные подклассы диаграмм. В этом и заключается реальная польза, которую дает применение метода ренормгруппы. Для того, чтобы осуществить эффективное суммирование диаграмм, требуется решить ренормгрупповые уравнения. Эта задача сильно упрощается при больших импульсах K^2. Высокоэнергетические свойства квантовополевой модели в формализме ренормгруппы определяются поведением эффективного заряда $\bar{g}(\frac{K^2}{\mu^2}, g)$ при $K^2 \to \infty$. Возможны три качественно различных ситуации: а) неограниченный рост $\bar{g}$, б) стремление $\bar{g}$ к некоторому конечному значению g_0 и в) стремление $\bar{g}$ к нулю. Анализ случаев а) и б) в рамках теории возмущений затруднен, в то время как в случае в) (асимптотическая свобода) мы все время остаемся в области слабой связи и можем ограничиться несколькими первыми членами теории возмущений.

Эксперименты последних лет по глубоконеупругому лептон-адронному взаимодействию и лептон-антилептонной аннигиляции показали скейлинговое поведение этих процессов, что в основных чертах согласуется с асимптотически свободной картиной (не исключая, правда, и случая б) для малых g_0). В квантовой теории поля асимптотическая свобода реализуется в неабелевых калибровочных теориях. Все это стимулировало активную деятельность по построению асимптотически свободных моделей сильных взаимодействий как на основе безмассовых калибровочных полей (квантовая хромодинамика), так и с более богатым набором полей и массивными векторными частицами.

Таким образом появилась уникальная возможность применять разложение по малому параметру (в высокоэнергетической области таковым является $\bar{g}$) для анализа некоторых сторон сильного взаимодействия. Быстрый рост экспериментальных возможностей ставит на повестку дня вопрос о выборе наиболее подходящей модели из множества предложенных /2/. Это делает актуальной задачу вычисления пертурбационных поправок к ренормгрупповым функциям соответствующих моделей.

Необходимость вычисления поправок высоких порядков имеется и в случае теорий, не обладающих асимптотической свободой, поскольку в последнее время возникли эффективные методы асимптотических оценок рядов теории возмущений /3/, а также суммирования и "улучшения" /4/ этих рядов. Это открывает возможность ренормгруппового анализа вне рамок теории возмущений и может, например, привести к заключению о существовании предела $\bar{g}\left(\frac{k^2}{\mu^2}, g\right)\xrightarrow[k^2\to\infty]{} g_0$ в некоторых моделях квантовой теории поля.

В свете всего вышеизложенного становится ясной актуальность следующих задач:

I) поиск наиболее пригодной для ренормгрупповых расчетов ренормировочной схемы;

2) разработка оптимальной техники вычисления диаграмм с учетом специфики конкретной модели;

3) непосредственное вычисление поправок к ренормгрупповым функциям различных квантовополевых моделей.

По этим трем направлениям проводились исследования, результаты которых собраны в диссертации.

<u>Цель работы</u> - разработка эффективных методов расчета ренормгрупповых функций и применение этих методов в ряде моделей квантовой теории поля.

<u>Научная новизна и практическая ценность</u>. В диссертации впервые получены в явном виде соотношения, связывающие между собой ренормгрупповые функции различных ренормировочных схем. Проведено сравнение разных схем с точки зрения их эффективности для использования в приложениях ренормгруппы.

Впервые показано, что регуляризация по размерности может быть выведена как следствие условия инвариантности процедуры регуляризованного интегрирования по внутренним импульсам диаграмм относительно любых преобразований симметрии лагранжиана.

Разработана новая эффективная техника вычисления ренормгрупповых функций, позволяющая при расчете диаграмм полагать все их внешние импульсы равными нулю. Эта техника в дальнейшем может быть использована для проведения многопетлевых расчетов в любых моделях квантовой теории поля.

Впервые проведены двухпетлевые вычисления в абелевых и неабелевых калибровочных теориях при произвольном значении калибровочного параметра.

В диссертации впервые вычислены ренормгрупповые функции модели φ^4 в четырехпетлевом приближении. Этот результат может послужить основой дальнейшего анализа этой модели на базе развиваемых в настоящее время методов суммирования рядов теории возмущений.

<u>Следующие результаты выдвигаются для защиты</u>

I) Получение функциональных и дифференциальных ренормгрупповых уравнений для произвольной ренормировочной схемы. Вывод пересчетных соотношений, связывающих ренормгрупповые функции разных схем.

2) Получение размерной регуляризации на основе требования универсальной инвариантности, налагаемого на процедуру интегрирования по импульсам.

3) Разработанные в диссертации методы вычисления вкладов многопетлевых диаграмм в ренормгрупповые функции.

4) Расчеты ренормгрупповых функций ряда квантовополевых моделей в двух-, трех- и четырехпетлевом приближении.

<u>Апробация работы</u>. Результаты диссертации докладывались на сессиях ОЯФ АН СССР (I975, I976 и I977 годов) и на семинарах ЛТФ ОИЯИ и Математического института АН СССР им. В.А.Стеклова.

Публикации. По результатам диссертации опубликовано семь статей.

Объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения, содержит 98 страниц машинописного текста. Библиографический список состоит из 98 названий.

Содержание работы

Во введении дан краткий исторический обзор развития метода ренормгруппы в квантовой теории поля. Отмечены широкие возможности приложения этого метода к расчету физических процессов при высоких энергиях, появившиеся после открытия асимптотической свободы. Обрисованы возникающие в этой связи задачи построения асимптотически свободных моделей сильных взаимодействий и проведения расчетов на их основе. Указано, какие аспекты этой общей проблемы исследуются в диссертации. Кратко изложено содержание диссертации.

В первой главе получаются и сравниваются между собой уравнения ренормгруппы для различных ренормировочных схем. При этом делается упор на оценку сравнительной эффективности разных схем для использования в приложениях.

В §I определяются основные объекты исследования в методе ренормгруппы – функции Грина Γ и инвариантный заряд ξ . Схемы ренормировки подразделяются на λ-схемы (когда инвариантный заряд удовлетворяет условию нормировки $\xi(k^2=\lambda^2,g)=g$) и μ-схемы (в противном случае).

В §2 для инвариантных зарядов и функций Грина произвольной ренормировочной схемы выводятся дифференциальные ренормгрупповые уравнения в двух различных формах, в форме Ли:

$$x\frac{\partial}{\partial x}\xi(x,g)=f(\xi(x,g)),\quad x\frac{\partial}{\partial x}\ln\Gamma(x,g)=-\psi_\Gamma(\xi(x,g)),\qquad (\mathrm{I})$$

и в форме Овсянникова:

$$\left(x\frac{\partial}{\partial x}-\beta(g)\frac{\partial}{\partial g}\right)\xi(x,g)=0,\quad \left(x\frac{\partial}{\partial x}-\beta(g)\frac{\partial}{\partial g}+\gamma_\Gamma(g)\right)\Gamma(x,g)=0.\qquad (2)$$

Показано, что для μ-схем функции β и f не совпадают начиная с трехпетлевого приближения (в однозарядном случае). Функции γ_Γ и ψ_Γ (а в многозарядной теории также β и f) различны уже на двухпетлевом уровне.

В §3 показано, что ренормгрупповые функции f и ψ_Γ уравнения Ли (I) не зависят от ренормировочной схемы. Принимая во внимание их связь с ренормгрупповыми функциями уравнения Овсянникова (2), например

$$f(q(g))=\beta(g)\frac{dq(g)}{dg},\quad q(g)\equiv\xi(1,g),\qquad (3)$$

мы приходим к формулам пересчета, связывающим между собой функции β , γ_Γ различных схем. В этом же параграфе выяснено, как соотносятся ренормгрупповые уравнения с уравнениями Каллана-Симанчика в ультрафиолетовом пределе.

В §4 детально исследована зависимость ренормгрупповых функций и решений ренормгрупповых уравнений как от выбора ренормировочной схемы, так и от режима асимптотики инвариантного заряда. Рассмотрен интересный эффект, когда ренормгрупповые величины, которые в полной теории не зависят от схемы и асимптотического режима, приобретают такую зависимость вследствие обрыва рядов теории возмущений на некотором конечном порядке. Проведено сравнение различных ренормировочных схем с точки зрения удобства для выполнения расчетов и пригодности для использования в приложениях ренормгруппы.

Вторая глава посвящена методу размерной регуляризации и ренормировочной схеме 'т Хоофта /5/ (размерной ренормировке).

В §I получен набор требований, налагаемых на процедуру регуляризованного интегрирования по внутренним импульсам диаграмм, которые обеспечивают однозначность представления функций Грина в виде континуального интеграла и справедливость на регуляризованном уровне всех необходимых манипуляций с производящими функционалами при доказательстве тождеств Уорда, теоремы эквивалентности, уравнений Швингера-Дайсона и т.п. В частности, удовлетворяющая этим требованиям процедура импульсного интегрирования является универсально-инвариантной, поскольку сохраняет на регуляризованном уровне любые соотношения симметрии, присущие подынтегральному выражению.

В §2 показано, что этот набор требований однозначно определяет регуляризационную процедуру, а именно, размерную регуляризацию. Хотя рецепт интегрирования в методе размерной регуляризации оказывается, таким образом, по построению универсально-инвариантным, этого нельзя сказать про весь метод в целом. Причиной его неинвариантности для некоторых моделей являются аномалии, происхождение и условия появления которых также рассмотрены в этом параграфе.

В §3 описана ренормировочная схема 'т Хоофта [5], основанная на размерной регуляризации, которая оказывается чрезвычайно удобной для ренормгрупповых расчетов. Получена важная для дальнейшего формула

$$Z_\Gamma = 1 - \mathcal{K} R' \Gamma , \tag{4}$$

выражающая константу ренормировки Z_Γ в терминах неполной R -операции R' (полная R -операция есть $R = (1-\mathcal{K})R'$). Здесь $\mathcal{K}$ - операция выделения расходящейся (т.е. сингулярной по регуляризующему параметру) части из соответствующей диаграммы.

Глава III посвящена приложениям схемы 'т Хоофта к расчетам ренормгрупповых функций ряда квантовополевых моделей в двухпетлевом приближении.

В §I на основе формулы (4) построена техника вычисления двухпетлевых диаграмм, позволяющая, не меняя окончательного результата, приравнивать нулю в процессе счета некоторые внешние импульсы. Это сильно облегчает расчеты и, в случае двухпетлевого приближении, дает возможность выполнить их в аналитическом виде.

В §2 вычислены в приближении двух петель ренормгрупповые функции (функции Гелл-Манна-Лоу β и аномальные размерности γ) двухзарядной юкавской модели с псевдоскалярной связью. Найдена ультрафиолетово - стабильная точка и получены асимптотические выражения для пропагаторов. Установлено наличие некоторых неточностей в параллельных расчетах [6] этой модели.

В §3 проведены вычисления ренормгрупповых функций скалярной электродинамики для произвольного значения калибровочного параметра α. Показано, что в любой абелевой теории калибровочная зависимость аномальных размерностей γ есть чисто однопетлевой эффект, а из высших поправок зависимость от калибровки выпадает.

В §4 рассмотрено двухпетлевое приближение модели Янга-Миллса. Расчеты ренормгрупповых функций велись в произвольной калибровке (в этой, неабелевой, теории калибровочная зависимость двухпетлевого вклада в аномальные размерности имеет место). Проведено сравнение полученных результатов с более ранними вычислениями [7,8], выполненными для фиксированного значения α. Наши расчеты согласуются с [8] и расходятся с [7].

В четвертой главе разрабатываются методы расчетов многопетлевых вкладов в ренормгрупповые функции. Затем эти методы применяются для вычислений в ренормируемых скалярных теориях до четырехпетлевого уровня включительно.

В §I описаны трудности, возникающие при расчетах многопетлевых диаграмм в схеме 'т Хоофта. Намечены возможные пути их преодоления. В качестве иллюстрации приведены вычисления ренормгрупповых функций двухпетлевого приближения в модели φ^3 в шестимерном пространстве (эта теория оказывается асимптотически свободной). Предложен рецепт многопетлевых вычислений в рамках схемы 'т Хоофта, позволяющий выполнить трехпетлевые расчеты для любой модели в аналитическом виде.

В §2 такие расчеты проделаны в рамках теории φ^4 (в четырехмерном пространстве). Согласно предписаниям главы I выполнен переход к λ-схеме и исследована явная зависимость инвариантного заряда от режима асимптотики. Показано, что от выбора конкретного асимптотического режима зависит факт наличия или отсутствия нетривиального нуля у функции Гелл-Манна-Лоу f, т.е. существования ультрафиолетово-стабильной точки $g_0 \neq 0$, для которой $f(g_0)=0$.

В §3 развит метод приближенных вычислений (например, на ЭВМ) ренормгрупповых функций в рамках λ -схемы для произвольного числа петель. Отмечены основные источники погрешностей в таких вычислениях.

В §4 на основе ренормировочной схемы, связанной с обрезанием импульсных интегралов на верхнем пределе Λ , разработана эффективная техника расчета ренормгрупповых функций. Для операции $\mathcal{D}$, выделяющей из диаграмм некоторой функции Грина Γ их вклад в соответствующую аномальную размерность $\gamma_\Gamma = \mathcal{D}\Gamma$, получена рекуррентная формула

$$\mathcal{D}G = \partial G - \sum_m (G/G_m)\, \mathcal{D}G_m , \tag{5}$$

где $\partial \equiv \Lambda^2 \frac{\partial}{\partial \Lambda^2}$, сумма берется по всем сильносвязным подграфам диаграммы G , а G/G_m есть результат стягивания подграфа G_m в точку. Величина $\mathcal{D}G$ не зависит от внешних импульсов диаграммы G . Поэтому формула (5) обеспечивает возможность приравнивать нулю все внешние импульсы диаграммы G , не меняя результата вычислений. В итоге имеем существенное упрощение всех расчетов, что позволяет найти в аналитическом виде четырехпетлевое выражение для функции β модели $\mathcal{L}_{int} = -\frac{g\varphi^4}{4!}$:

$$\beta(g) = \frac{3}{2}\frac{g^2}{(4\pi)^2} - \frac{17}{6}\frac{g^3}{(4\pi)^4} + \left[\frac{109}{8} + 6\zeta(3)\right]\frac{g^4}{(4\pi)^6} - \frac{g^5}{(4\pi)^8}\left[60\zeta(5) + 18\zeta(4) + \frac{69}{2}\zeta(3) + \frac{1115}{12}\right], \tag{6}$$

где ζ - дзета-функция Римана.

В одновременно выполненной работе /9/ четырехпетлевые вычисления в модели φ^4 были проведены с использованием λ -схемы для режима симметричной асимптотики. Применение формул пересчета, полученных в диссертации, подтвердило правильность обоих расчетов.

В заключении сформулированы основные результаты, полученные в диссертации.

Основные результаты, полученные в диссертации

I. Получены функциональные и дифференциальные (в форме Овсянникова и в форме Ли) уравнения ренормгруппы для произвольной ренормировочной схемы. Найдены пересчетные соотношения, связывающие ренормгрупповые функции разных схем.

2. Показано, что формализм размерной регуляризации естественным образом возникает как следствие ряда требований, налагаемых на процедуру интегрирования по внутренним импульсам диаграмм. Эти требования обеспечивают однозначность представления функций Грина в виде континуального интеграла и инвариантность процедуры интегрирования по импульсам относительно любых преобразований симметрии.

3. В рамках ренормировочной схемы 'т Хоофта в приближении двух петель вычислены функции Гелл-Манна-Лоу и аномальные размерности пропагаторов в модели Юкавы, в скалярной электродинамике и в теории Янга-Миллса (в двух последних моделях при произвольном значении калибровочного параметра).

4. Развита эффективная техника вычисления многопетлевых вкладов в ренормгрупповые функции, позволяющая, в частности, приравнивать нулю все внешние импульсы диаграмм, тем самым кардинально упрощая всю процедуру расчетов и при этом не меняя окончательного результата.

5. В рамках модели φ^4, в различных ренормировочных схемах вычислена функция Гелл-Манна-Лоу и аномальная размерность пропагатора в трех- и четырехпетлевом приближении.

Результаты диссертации опубликованы в работах:

В.В.Белокуров, А.А.Владимиров, Д.И.Казаков, А.А.Славнов, Д.В.Ширков. ТМФ, 19, 149, 1974.
JINR, E2-7562, Dubna, 1973.

D.I.Kazakov, L.R.Lomidze, N.V.Makhaldiani, A.A.Vladimirov. JINR, E2-8085, Dubna, 1974.

А.А.Владимиров. ТМФ, 25, 335, 1975.
JINR, E2-8650, Dubna, 1975.

A.A.Vladimirov. JINR, E2-8649, Dubna, 1975.

А.А.Владимиров, О.В.Тарасов. ЯФ, 25, 1104, 1977.
JINR, E2-10079, Dubna, 1976.

A.A.Vladimirov. JINR, E2-10727, Dubna, 1977.

A.A.Vladimirov. JINR, E2-11096, Dubna, 1977.

Литература

1. Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков. Введение в теорию квантованных полей, 3-е изд., "Наука", М., 1976.
2. D.Gross, F.Wilczek. Phys.Rev., D8, 3633, 1973;
S.Ferrara, B.Zumino. Nucl.Phys., B79, 413, 1974;
Б.Л.Воронов, И.В.Тютин. ЯФ, 23, 664, 1976.
3. Л.Н.Липатов. ЖЭТФ, 72, 411, 1977;
E.Brezin, J.C.Le Guillou, J.Zinn-Justin. Phys.Rev., D15, 1544, 1977.
4. G.Parisi. Phys.Lett., 69B, 329, 1977;
J.C.Le Guillou, J.Zinn-Justin. Phys.Rev.Lett., 39, 95, 1977.
5. G.'t Hooft. Nucl.Phys., B61, 455, 1973.

6. Г.М.Авдеева, А.А.Белавин, А.П.Протогенов. ЯФ, I8, I309, I973;
D.Bailin, A.Love, G.Spathis. Nucl.Phys., B93, 165, 1975.
7. А.А.Белавин, А.А.Мигдал. Письма в ЖЭТФ, I9, 3I7, I974.
8. D.R.T.Jones. Nucl.Phys., B75, 531, 1974;
W.E.Caswell, Phys.Rev.Lett., 33, 244, 1974.
9. F.Dittes, Yu.A.Kubyshin, O.V:Tarasov. JINR Preprint E2-11100, 1977.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 декабря I977 года.