А-67

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

2 - 10030

АНИКИН
Сергей Александрович

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ПЕРЕНОРМИРОВОК

Специальность 01.04.02 - теоретическая
и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Дубна 1976

Работа выполнена в Физическом институте им. П.Н.Лебедева АН СССР.

Научные руководители:

доктор физико-математических наук профессор — М.К.ПОЛИВАНОВ

доктор физико-математических наук профессор — О.И.ЗАВЬЯЛОВ

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук старший научный сотрудник — А.В.ЕФРЕМОВ

доктор физико-математических наук доцент — Д.А.СЛАВНОВ

Ведущее научно-исследовательское учреждение: Ленинградский государственный университет.

Автореферат разослан " " ________ 1976 года.

Защита диссертации состоится " " ________ 1976 года на заседании специализированного Ученого совета К-56 Лаборатории теоретической физики ОИЯИ (Дубна, Московская область).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета — В.И.ЖУРАВЛЕВ

Важным методом исследований в лагранжевой квантовой теории поля является перенормированная теория возмущений и, как ее составная часть, теория перенормировок. Современная математически корректная версия теории перенормировок базируется на широко известной R -операции Боголюбова-Парасюка /I/.

R -операция представляет собой последовательный рецепт устранения ультрафиолетовых расходимостей в теории возмущений с помощью вычитательной процедуры, эквивалентной перенормировке параметров теории. В дальнейшем предлагались различные схемы проведения перенормировки, однако для них R -операция является базисной, так как корректность всех этих схем можно доказать только проверкой их эквивалентности R -операции.

Первоначальный вариант теории Боголюбова-Парасюка основывался на довольно сложных рекуррентных соотношениях, определяющих алгебраическую структуру R -операции. Это обстоятельство отчасти сдерживало дальнейшее развитие теории.

Существенным шагом вперед было разрешение рекуррентных соотношений, позволившее явно выразить оператор перенормировки диаграммы R через вычитающие операторы M /2,3/.

Объединенный институт ядерных исследований БИБЛИОТЕКА

Это дало возможность построить параметрическое представление для произвольной перенормированной диаграммы, открыв путь к широкому изучению аналитических свойств таких диаграмм и смежных вопросов.

Другой обширный круг задач в теории перенормировок – изучение гайзенберговых операторов не подиаграммно, а в целом, т.е. вывод уравнений движения для перенормированных гайзенберговых операторов, построение различных уравнений для перенормированных функций Грина, изучение влияния перенормировок на симметрии теории и т.п. Для рассмотрения этих вопросов необходимо получить явное выражение для R – операции на ряде теории возмущений в целом.

В диссертации рассмотрены оба класса задач. В первой части, состоящей из глав I и 2, изучаются диаграммные аспекты теории перенормировок. В ней рассмотрены параметрические представления для перенормированных диаграмм произвольной теории в форме, удобной для изучения таких свойств, как поведение по внешним импульсам, и дано простое доказательство теоремы Боголюбова-Парасюка о конечности перенормированной диаграммы.

Во второй части – главы 3 и 4 – предлагается новый формализм, предназначенный для изучения перенормированных объектов, таких как S –матрица в целом, а не на уровне отдельных диаграмм. Получены явные выражения для перенормированной S –матрицы и составных полей, построены связи между ними. Новый метод дает возможность простым способом

выводить различные уравнения для перенормированных функций Грина, такие как уравнения движения, уравнения ренормгруппы, уравнения Каллана-Симанзика и др. Эти вопросы рассмотрены в главе 4.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и приложения.

Во введении дан краткий обзор истории рассматриваемых задач.

Глава I, в целом имеющая вводный характер, посвящена получению параметрических представлений для диаграмм. В § I.I построено представление для произвольной сходящейся диаграммы

$$F^{\varepsilon}(\underline{p}) = \int_0^{\infty} d\underline{\alpha}\, e^{-i\underline{\alpha}(\underline{m}^2-i\varepsilon)}\, \mathcal{D}^{-2}(\underline{\alpha})\, \times$$

$$\times \prod_{l\in \mathcal{L}} P_l\left(\frac{1}{2i}\frac{\partial}{\partial s_l}\right) e^{i\frac{A(\underline{p},\underline{\alpha})+2B(\underline{p},\underline{s},\underline{\alpha})-K(\underline{s},\underline{\alpha})}{\mathcal{D}(\underline{\alpha})}}\Bigg|_{\underline{s}=0} . \qquad (I)$$

Появляющиеся в этом представлении структурные функции A, $\mathcal{D}, B, K$ изучаются в § I.2. В § I.3, следуя работам /2,3/, разрешаются рекуррентные соотношения, определяющие R – операцию. Доказана теорема I.I, утверждающая, что

$$R = :\prod_{\gamma\in S_0}(1-M_\gamma+P_\gamma): \qquad (2)$$

здесь S_0 – совокупность всех обобщенных блоков диаграммы.

Параметрическое представление для произвольной диаграммы, перенормированной с помощью минимальных вычитаний, получено на основе формул (I) и (2) в § I.4

$$R\mathcal{F}^{\epsilon}(\underline{p}) = \int_0^\infty d\underline{\alpha}\, e^{-i\underline{\alpha}(\underline{m}^2 - i\epsilon)} \prod_{\gamma \in S} \int_0^1 dx_\gamma \frac{(1-x_\gamma)^{\omega_\gamma}}{\omega_\gamma!} \left(\frac{\partial}{\partial x_\gamma}\right)^{\omega_\gamma+1} x_\gamma^{\omega_\gamma+2\ell_\gamma} \cdot \tag{3}$$

$$\cdot \frac{\mathrm{i}\, B_1^{\nu_1}(\underline{p},\underline{\beta}) \ldots B_L^{\nu_L}(\underline{p},\underline{\beta})\, \mathrm{i}}{\mathcal{D}^{2+\Sigma r_\ell}(\underline{\beta})}\, e^{i\frac{A(\underline{p},\underline{\beta})}{\mathcal{D}(\underline{\beta})}}$$

$$\beta_\ell = \prod_{S \ni \gamma \ni \ell} x_\gamma^2 \alpha_\ell .$$

В этом же параграфе доказана теорема I.2 о возможности расширения класса подграфов S, в которых делаются вычитания и факторизации R –операции

$$R = \prod_{\gamma \in S} (1 - M_\gamma) \quad , \quad S \supset S_0 . \tag{4}$$

Именно такая факторизация обуславливает удобство минимальных вычитаний и дает возможность построить простое параметрическое представление (3).

В главе 2 дано новое доказательство[4,5] теоремы Боголюбова–Парасюка. Это – теорема 2.I, утверждающая, что $R\mathcal{F}^{\epsilon}(\underline{p})$, определяемое формулой (3), абсолютно сходится. В § 2.2 обсуждается вопрос о возможности проведения неминимальных вычитаний. Приведено условие согласования[6] (теорема 2.2)

$$\widetilde{\omega}(\gamma) \geqslant \omega^c(\gamma_{red}) + \sum_{i=1}^{k} \widetilde{\omega}(\gamma_i) , \tag{5}$$

$$\gamma_{red} = \gamma / \gamma_1 \ldots \gamma_k \quad , \quad \gamma_i \cap \gamma_j = \varnothing ,$$

ограничивающее произвол в выборе степеней вычитания в отдельных подграфах.

Глава 3 открывает вторую часть диссертации, в которой строится и изучается новый контрчленный формализм[7]. Этот формализм основан на отказе от подиаграммного рассмотрения и работает с "гриноподобными" объектами в целом. Гриноподобными мы называем такие объекты, для которых коэффициентные функции разложения по асимптотическим полям представимы в виде рядов по диаграммам.

В § 3.I разрешены рекуррентные соотношения R –операции для перенормированной S –матрицы и составного поля, для которых получены следующие выражения

$$S_{rn} \equiv E_0(s_r) = E_0(s - ME_2(s - ME_2(s - \ldots))), \tag{6}$$

$$B_{\{\mu\}}(x) = E_0(s_r) \frac{1}{1 + ME_1(s_r)}\, b_{\{\mu\}}(x) \tag{7}$$

и указан рецепт построения составных полей высших порядков. Показано, что вводимые в теорию контрчлены эрмитовы, что приводит к унитарности S –матрицы. Приведено также выражение для S –матрицы, перенормированной с помощью R –операции, содержащей конечный полиномиальный произвол

$$E_0(s_r) = E_0(s + PE_2(s) - ME_2(s + PE_2(s) - ME_2(s + \ldots))). \tag{8}$$

В § 3.2 изучаются свойства составных полей. Получены обобщения тождеств Циммермана, связывающих составные поля $B^{I}_{\{\mu\}}(x)$ и $B^{II}_{\{\mu\}}(x)$, построенные с помощью двух различных вычитающих процедур, соответствующих операторам M^{I} и M^{II} ($M^{I}M^{II}=M^{II}$) (лемма 3.6)

$$B^{II}_{\{\mu\}}(x) = \sum_{0\le \ell+\Sigma|\lambda_j|\le a^{I}} K^{\{\lambda\}}_{\{\mu\}} B^{I}_{\{\lambda\}}(x). \qquad (9)$$

Для случая, когда M^{I} есть вычитающий оператор, отвечающий вычитаниям в нуле в подграфах, содержащих вершину x, явно найдены коэффициенты в (9)

$$K^{\{\lambda\}}_{\{\mu\}} = \frac{(-i)^{\Sigma|\lambda_j|}}{\ell!(\lambda_1)!\dots(\lambda_\ell)!}\langle \widetilde{B}^{II}_{\{\mu\}}(0):\widetilde{\varphi}^{(\lambda_1)}(0)\dots\widetilde{\varphi}^{(\lambda_\ell)}(0):\rangle^{prop} \qquad (10)$$

В главе 4 изучаются некоторые приложения контрчленного формализма. В § 4.I в рамках модели $(\varphi^4)_4$ рассмотрена возможность построения различных уравнений для перенормированных функций Грина. Дан новый вывод уравнений движения

$$\sum_{j=1}^{N}\delta(x-x_j)\,G_{N-1}(x_1,\dots,x_{j-1},x_{j+1},\dots x_N) = i\langle :\varphi(x_1)\dots\varphi(x_N):E_0(s_r)[(\Box+m^2)\varphi(x)+\frac{g}{6}\varphi^3(x)]\rangle, \qquad (II)$$

уравнений ренормгруппы

$$\left[\mu^2\frac{\partial}{\partial\mu^2}+\gamma\left(\frac{m^2}{\mu^2},g\right)\frac{\partial}{\partial g}-N\tau\left(\frac{m^2}{\mu^2},g\right)\right]G_N(\underline{x})=0 \qquad (I2)$$

и уравнений Каллана-Симанзика

$$\left[m^2\frac{\partial}{\partial m^2}+\mu^2\frac{\partial}{\partial\mu^2}+\beta\left(\frac{m^2}{\mu^2},g\right)\frac{\partial}{\partial g}-N\sigma\left(\frac{m^2}{\mu^2},g\right)\right]G_N(\underline{x}) = \alpha\left(\frac{m^2}{\mu^2},g\right)m^2\langle\widetilde{B}^{2}_{1}(0):\varphi(x_1)\dots\varphi(x_N):\rangle. \qquad (I3)$$

Вывод этих уравнений основан на правилах дифференцирования

перенормированной S-матрицы по параметрам теории (заряду, точке нормировки и затравочной массе)

$$\frac{\partial}{\partial g}E_0(s_r) = E_0(s_r)\frac{1}{1+ME_1(s_r)}\frac{\partial s}{\partial g}, \qquad (I4)$$

$$\frac{\partial}{\partial\mu^2}E_0(s_r) = E_0(s_r)\frac{1}{1+ME_1(s_r)}\frac{\partial M}{\partial\mu^2}E_1(s_r), \qquad (I5)$$

$$\frac{\partial}{\partial m^2}E_0(s_r) = E_0(s_r)\frac{1}{1+ME_1(s_r)}\int:\varphi^2(x):dx. \qquad (I6)$$

Вычислены коэффициенты в уравнениях (I2) и (I3), в частности,

$$i\gamma\left(\frac{m^2}{\mu^2},g\right) = \mu^2\frac{\partial}{\partial\mu^2}\widetilde{\sigma}_4^{pr}(sym,\mu^2)+2g\frac{\mu^2}{\mu^2-m^2}\frac{\partial\widetilde{\sigma}_2^{pr}(p^2)}{\partial p^2}\bigg|_{p^2=\mu^2}, \qquad (I7)$$

$$i\tau\left(\frac{m^2}{\mu^2},g\right) = \frac{1}{2}\frac{\mu^2}{\mu^2-m^2}\frac{\partial\widetilde{\sigma}_2^{pr}(p^2)}{\partial p^2}\bigg|_{p^2=\mu^2}. \qquad (I8)$$

$\sigma_n(\alpha)$- коэффициентные функции S-матрицы $E_0(s_r)$. Обсуждается также возможность вывода других уравнений.

Для построения разложения Вильсона в § 4.2 строится модификация R-операции/8/, отличающаяся от ранее введенной вычитающим оператором $\mathcal{M}$, который, в отличие от M, действует на диаграммы нелокальным образом. Выбор его обусловлен требованием возможности перехода в перенормированных объектах к пределу совпадающих точек. Это позволяет получить разложение Вильсона для произведения произвольного числа полей в виде

$$E_0(S_r): \varphi_{(\nu_1)}(x+\xi_1) \ldots \varphi_{(\nu_n)}(x+\xi_n) =$$

$$= B^a_{\{\nu\}}(x+\underline{\xi}) + \sum_{l+\Sigma|\lambda| \le a} K^{\{\lambda\}}_{\{\nu\}}(\underline{\xi}) B^a_{\{\lambda\}}(x) \; ; \tag{I9}$$

$$\Sigma \sigma_j \xi_j = 0, \quad \Sigma \sigma_j = 1.$$

($B^a_{\{\nu\}}(x+\xi_1, \ldots, x+\xi_n)$ регулярна по $\underline{\xi}$ в нуле) и вычислить коэффициенты этого разложения

$$K^{\{\lambda\}}_{\{\nu\}}(\underline{\xi}) = \delta^{\{\lambda\}}_{\{\nu\}} + \frac{(-i)^{\Sigma|\lambda_j|}}{l!(\lambda_1)! \ldots (\lambda_l)!} \cdot \tag{20}$$

$$\cdot \langle E_0(S_r): \varphi_{(\nu_1)}(\xi_1) \ldots \varphi_{(\nu_n)}(\xi_n) :: \tilde{\varphi}^{(\lambda_1)}(0) \ldots \tilde{\varphi}^{(\lambda_l)}(0) : \rangle^{\Sigma\text{-}prop}.$$

В Заключении содержится сводка основных результатов диссертации и их обсуждение.

В Приложении определены некоторые из используемых нами терминов, которые в литературе употребляются в различных смыслах. Введены также некоторые обозначения.

Основные результаты, вошедшие в диссертацию, опубликованы в работах/3–8/. Они докладывались на сессиях Отделения ядерной физики АН СССР (I973 и I975 гг.), на Международной школе молодых ученых по физике высоких энергий (Гомель, I973) и на Международной школе-семинаре молодых ученых по актуальным вопросам физики элементарных частиц (Сочи, I974).

Литература

I. N.N.Bogolubov, O.S.Parasiuk. Acta Math. 97, 227 (1957).

2. О.И.Завьялов. ТМФ, 2I, 322 (I974).

3. С.А.Аникин, О.И.Завьялов, М.К.Поливанов. Международная школа-семинар молодых ученых по актуальным вопросам физики элементарных частиц (г.Сочи, I974 г.). Издание ОИЯИ PI,2-8529, Дубна, I975, стр. 9.

4. С.А.Аникин, О.И.Завьялов, М.К.Поливанов. ТМФ, I7,I89 (I973).

5. С.А.Аникин, М.К.Поливанов. ТМФ, 2I, I75 (I974).

6. С.А.Аникин, В.А.Аркадьев. ТМФ, 24, I93 (I975).

7. С.А.Аникин, О.И.Завьялов. ТМФ, 26, I62 (I976).

8. С.А.Аникин, О.И.Завьялов. ТМФ, 27, № 3 (I976).

Рукопись поступила в издательский отдел
9 августа I976 года.