

С 346.7а

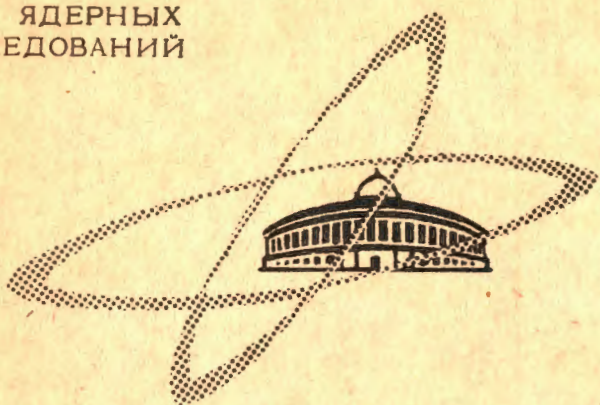
К-93

27/II-65

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

1955



В.С. Курбатов, Э.И. Мальцев, А.И. Маслаков,
А.А. Стручков, А.И. Шкловская

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ АНАЛИЗА РАСПАДОВ
С ОБРАЗОВАНИЕМ π^0 - МЕЗОНА

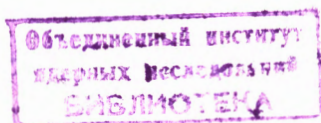
ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

1965

1955

В.С. Курбатов, Э.И. Мальцев, А.И. Маслаков,
А.А. Стручков, А.И. Шкловская

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ АНАЛИЗА РАСПАДОВ
С ОБРАЗОВАНИЕМ π^0 - МЕЗОНА



2974/3 чр.

Как известно, в большинстве случаев получение информации о динамике процессов с участием π^0 -мезона по фотографиям, полученным на пузырьковых камерах, затрудняется вследствие недостаточной эффективности камеры к регистрации γ -квантов. Особенно это относится к пузырьковым камерам с легким наполнением.

Представляется поэтому интересным получить максимальную информацию хотя бы от одного γ -кванта, конвертировавшего в камере, не производя в то же время измерения его энергии по e^+e^- -паре.

Мы предлагаем метод анализа 3-частичных распадов в покое с рождением π^0 -мезона в том случае, если в камере конвертировал хотя бы один γ -квант.

Запишем распад следующим образом:



Здесь 0 -распадающаяся частица, 1,2 - вторичные, одна из которых (например, частица 1) заряжена. Будем обозначать в дальнейшем через m , E , \vec{p} , P с индексами 0,1,2, π^0 , γ - массу, энергию, импульс и 4-импульс соответствующих частиц.

Введем в рассмотрение угол θ между заряженной частицей 1 и γ -квантом от распада π^0 -мезона и получим плотность функции распределения $\text{Cos } \theta$, которую обозначим $\frac{dT}{d\text{cos } \theta}$.

Распад (1) однозначно характеризуется заданием следующих величин: E_1 , E_{π^0} , E_γ и $\text{Cos } \theta$.

Функция распределения любой из этих величин получается путем интегрирования 4-мерной плотности вероятности вида $\frac{\partial^4 T}{\partial E_\gamma \partial E_1 \partial E_{\pi^0} \partial \text{cos } \theta}$ по трем остальным переменным.

В частности, интересующая нас угловая корреляция запишется как

$$\frac{dT}{d\text{cos } \theta} = \iiint \frac{\partial^4 T}{\partial E_\gamma \partial E_1 \partial E_{\pi^0} \partial \text{cos } \theta} dE_1 dE_{\pi^0} dE_\gamma \quad (2)$$

Представим 4-мерную плотность вероятности в виде произведения:

$$\frac{\partial^4 T}{\partial E_\gamma \partial E_1 \partial E_{\pi^0} \partial \cos \theta} = \frac{\partial F}{\partial E_\gamma} \cdot \frac{\partial^2 Q}{\partial E_{\pi^0} \partial E_1} \cdot \frac{\partial W}{\partial \cos \theta} \quad (3)$$

где $\frac{\partial F}{\partial E_\gamma}$ — функция распределения по энергиям γ -квантов, имеющая вид: $\frac{\partial F}{\partial E_\gamma} = \frac{1}{|\vec{p}_{\pi^0}|} \cdot \frac{\partial^2 Q}{\partial E_{\pi^0} \partial E_1}$. Совместная функция распределения по энергиям π^0 -мезона и частицы 1 определяется динамикой распада и в зависимости от предположений о характере взаимодействия имеет тот или иной известный вид. $\frac{\partial W}{\partial \cos \theta}$ можно получить, если рассмотреть систему координат, в которой π^0 -мезон покоится. Как известно, γ -кванты от распада π^0 -мезона в этой системе распределены изотропно относительно любого направления. Принимая во внимание малость времени жизни π^0 -мезона (10^{-18} сек), можно считать, что он распадается в точке распада частицы 0. Тогда в системе покоя π^0 -мезона γ -кванты от его распада распределены изотропно относительно направления частицы 1. Это можно записать в таком виде:

$$dW = \frac{1}{2} d\cos \theta^* \quad (4)$$

где θ^* — угол между направлением вылета γ -кванта и направлением импульса заряженной частицы 1 в системе покоя π^0 .

Очевидно,

$$\frac{dW}{d\cos \theta} = \frac{dW}{d\cos \theta^*} \cdot \frac{d\cos \theta^*}{d\cos \theta}$$

и, используя формулу (4), получим:

$$\frac{dW}{d\cos \theta} = \frac{1}{2} \frac{d\cos \theta^*}{d\cos \theta} \quad (5)$$

Установим теперь связь между $\cos \theta^*$ и $\cos \theta$. Для этого воспользуемся инвариантностью скалярного произведения 4-векторов: $P_1 P_\gamma = \text{inv}$.

Отсюда для $\cos \theta^*$ получаем выражение:

$$\cos \theta^* = \frac{\frac{m_{\pi^0}}{2} E_1^* - E_\gamma [E_1 - |\vec{p}_1| \cos \theta]}{\frac{m_{\pi^0}}{2} |\vec{p}_1^*|}$$

Дифференцируя это равенство по $\cos \theta$ и подставляя полученное выражение в формулу (5), имеем:

$$\frac{\partial W}{\partial \cos \theta} = \frac{E_\gamma |\vec{p}_1^*|}{m_{\pi^0} |\vec{p}_1^*|} \quad (6)$$

$|\vec{p}_1^*|$ можно выразить через величины в лабораторной системе координат, если воспользоваться инвариантностью скалярного произведения 4-векторов P_1 и P_{π^0} и кинематическими соотношениями для распада частицы 0.

Теперь мы можем получить 4-мерную плотность вероятности $\frac{\partial^4 T}{\partial E_\gamma \partial E_{\pi^0} \partial E_1 \partial \cos \theta}$ по формуле (3). Применяя (2), можно найти выражение для угловой корреляции $\frac{\partial T}{\partial \cos \theta}$, выполнив последовательно интегрирование по E_γ , E_{π^0} и E_1 (указанный порядок интегрирования представляется нам наиболее удобным). При этом, естественно, возникает вопрос о пределах интегрирования соответствующих переменных. Найдем пределы интегрирования для E_γ , т.е. максимальную и минимальную энергии γ -кванта при фиксированных E_{π^0} , E_1 и $\cos \theta$. Из кинематики распада π^0 -мезона следует:

$$E_\gamma = \frac{m_{\pi^0}^2}{2[E_{\pi^0} - |\vec{p}_{\pi^0}^*| \cos \delta]}, \quad (7)$$

где δ - угол между направлениями вылета π^0 -мезона и γ -кванта. Из этой формулы видно, что при фиксированной E_{π^0} E_γ минимально, если $\cos \delta$ минимален, и E_γ максимально, если $\cos \delta$ максимален. Покажем, что

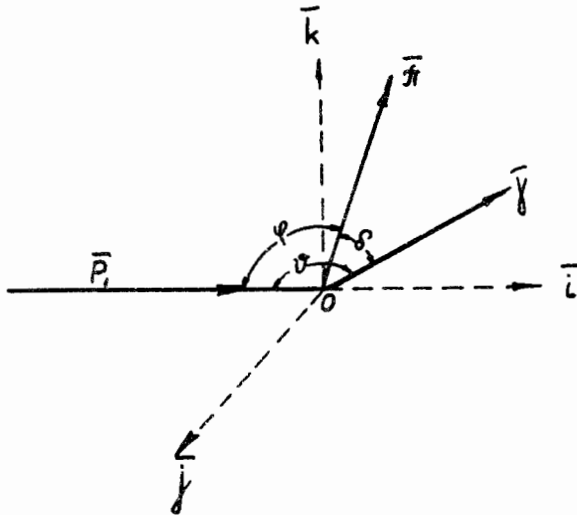
$$(\cos \delta)_{\min} = \cos(\theta + \phi)$$

$$(\cos \delta)_{\max} = \cos(\theta - \phi),$$

где ϕ - угол между векторами импульсов π^0 -мезона и частицы 1. $\cos \phi$ находится из законов сохранения и равен:

$$\cos \phi = \frac{m_0^2 - 2m_0 \cdot E_{\pi^0} + m_{\pi^0}^2 - 2(m_0 - E_{\pi^0})E_1 + m_1^2 - m_2^2}{2|\vec{p}_1^*| |\vec{p}_{\pi^0}^*|}. \quad (8)$$

Введем систему взаимно-ортогональных единичных векторов $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Будем называть плоскостью (1γ) плоскость, образуемую импульсами частицы 1 и γ -кванта. Для удобства расположим векторы \vec{i} , \vec{k} в этой плоскости, причем вектор \vec{i} направим по импульсу частицы 1 (см. рис. 1). Единичные векторы $\vec{\pi}$ и $\vec{\gamma}$ на этом же рисунке совпадают с направлениями импульсов π^0 -мезона и γ -кванта соответственно. Тогда $\cos \delta$ равен скалярному произведению единичных векторов $\vec{\pi}$ и $\vec{\gamma}$, т.е.: $\cos \delta = \vec{\pi} \cdot \vec{\gamma}$. Запишем в системе координат $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ компоненты векторов $\vec{\pi}$ и $\vec{\gamma}$, введя дополнительно угол α между плоскостями (1π) и (1γ) (плоскость (1π) образуется направлениями импульсов частицы 1 и π^0 -мезона). Компоненты векторов $\vec{\pi}$ и $\vec{\gamma}$ будут равны:



Р и с. 1.

Система координат $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

$$\vec{\pi} \{ -\cos \phi, \sin \phi \sin \alpha, \sin \phi \cos \alpha \}$$

$$\vec{\gamma} \{ -\cos \theta, 0, \sin \theta \}$$

Для $\cos \delta$ имеем:

$$\cos \delta = \cos \theta \cos \phi + \sin \theta \sin \phi \cos \alpha.$$

Очевидно, что при фиксированных θ и ϕ $\cos \delta$ - максимален, если $\cos \alpha = 1$

$\cos \delta$ - минимален, если $\cos \alpha = -1$. Следовательно: $(\cos \delta)_{\max} = \cos(\theta - \phi)$

$$(\cos \delta)_{\min} = \cos(\theta + \phi).$$

Подставив эти значения в формулу (7) получаем для пределов интегрирования по E_γ такие выражения:

$$E_\gamma^{\min} = \frac{m_{\pi^0}^2}{2[E_{\pi^0} - |\vec{p}_{\pi^0}| \cos(\theta + \phi)]} \quad \rangle \quad (9)$$

$$E_\gamma^{\max} = \frac{m_{\pi^0}^2}{2[E_{\pi^0} - |\vec{p}_{\pi^0}| \cos(\theta - \phi)]}$$

Что касается пределов для E_{π^0} , то они равны:

$$E_{\pi^0} = \frac{[m_0 - E_1 + |\vec{p}_1|^2 + m_{\pi^0}^2]}{2[m_0 - E_1 + |\vec{p}_1|^2]} \quad (10)$$

$$E_{\pi^0}^{\min} = \frac{[m_0 - E_1 - |\vec{p}_1|^2 + m_{\pi^0}^2]}{2[m_0 - E_1 - |\vec{p}_1|^2]}$$

Пределы интегрирования по E_1 равны: m_1 - для нижнего предела и максимально возможной для данного распада энергии частицы 1 - для верхнего предела.

Рисунок 2 иллюстрирует результаты расчетов угловой корреляции $\mu^+ \gamma$ в $K_{\mu_3}^+$ распаде для скалярного, тензорного и векторного вариантов слабого взаимодействия. Для векторного варианта расчет проводился при нескольких значениях величины отношения формфакторов $\epsilon = \frac{f_2}{f_4}$. Соответствующие значения этого параметра указаны на рисунке. Для сравнения на этом же рисунке приведена экспериментальная гистограмма. В некоторых случаях представляет определенный интерес угловое распределение (1γ) при фиксированной энергии частицы 1. На рис. 3 в качестве примера показана угловая корреляция μ^- -мезон- γ -квант в $K_{\mu_3}^+$ -распаде при фиксированной энергии μ^+ -мезона. Для V-варианта расчет проведен при значении $\epsilon = -1$.

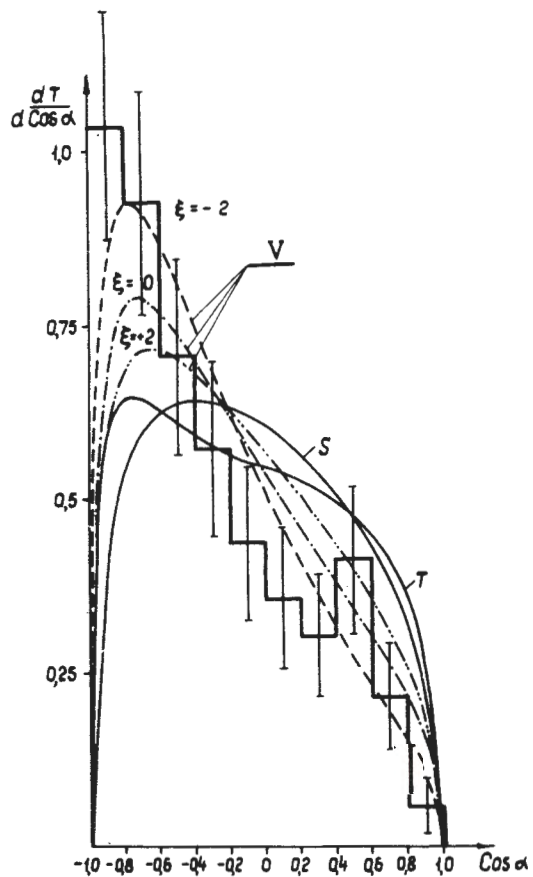
Предложенный метод анализа распадов с рождением π^0 -мезона имеет особенно большие преимущества при недостаточно высокой вероятности конверсии γ -квантов и в тех случаях, когда по каким-либо причинам нельзя достигнуть нужной точности при измерении энергии γ -кванта по e^+e^- -паре.

В заключение мы хотим выразить благодарность сотрудникам ВЦ за помощь в конкретных вычислениях.

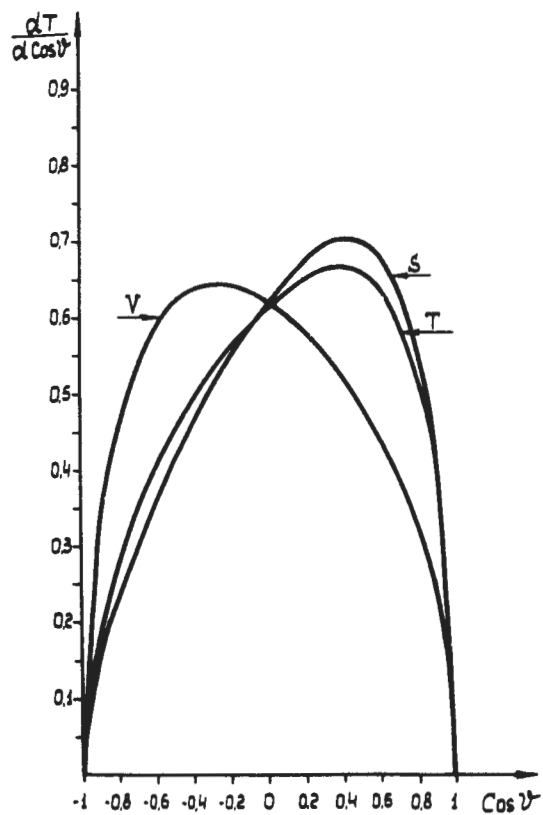
Л и т е р а т у р а

1. В.С. Курбатов, Э.И. Мальцев, А.И. Маслаков, Д. Пинтер, Г.М. Сташков, И.В. Чувило, А.И. Шкловская. Материалы международной конференции по физике высоких энергий, Дубна, 1964 г.
2. Л.Д. Ландау, Е.Н. Лифшиц. Теория поля. Физматгиз 1960, стр. 45.

Рукопись поступила в издательский отдел
18 января 1965 г.



Р и с. 2. Угловая корреляция $\frac{dT}{d \cos \theta}$ для распада $K^+ \rightarrow \pi^0 + \mu^+ + \nu$ (V, S и T - варианты взаимодействия и экспериментальная гистограмма).



Р и с. 3. Угловая корреляция $\frac{dT}{d \cos \theta}$ при фиксированной энергии μ^+ -мезона из $K^+_{\mu_s}$ -распада.