ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

1901

О.А. Колпаков, В.И. Котов

ИЗЛУЧЕНИЕ МАГНИТНОГО ДИПОЛЯ, ПРОЛЕТАЮЩЕГО ЧЕРЕЗ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЙ РЕЗОНАТОР И СТРУКТУРНЫЕ ВОЛНОВОДЫ

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

1964

1901

О.А. Колпаков, В.И. Котов

ИЗЛУЧЕНИЕ МАГНИТНОГО ДИПОЛЯ, ПРОЛЕТАЮЩЕГО ЧЕРЕЗ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЙ РЕЗОНАТОР И СТРУКТУРНЫЕ ВОЛНОВОДЫ

Направлено в ЖТФ

Данная работа является продолжением наших работ [1,2], в которых рассматривалось излучение зарядов, пролетающих по оси цилиндрического резонатора [1] и волновода со щелями [2]. Используемая ниже методика расчета та же самая, что в [1,2]. Поэтому в дальнейшем мы не будем детально останавливаться на ней. Решение поставленной задачи представляет интерес с точки зрения выяснения характера излучения замкнутых токовых образований (например, плазменных) при пролете через цилиндрические резонаторы и структурные волноводы.

Вычислим сначала энергию, теряемую на излучение при пролете по оси одиночного цилиндрического резонатора точечным магнитным диполем M, направленным вдоль оси резонатора. В отличие от заряда магнитный диполь будет возбуждать не TM - волны, а Te -волны. В силу симметрии задачи отличной от нуля будет только азимутальная компонента вектор-потенциала. Собственные функции вектор-потенциала для круглого цилиндрического резонатора имеют вид:

$$A^{\phi}_{m\lambda_1} = \frac{2c}{a\sqrt{\frac{h}{2}}} \frac{J_1(\frac{\nu_1}{a} r)}{J_0(\nu_1)} \sin \frac{m\pi}{h} z, \tag{1}$$

где ν_1 - корень уравнения $J_1(\nu_1) = 0$, $\lambda_1 = \sqrt{(\frac{\nu_1}{a})^2 + (\frac{m\pi}{h})^2}$, a - радиус, а h - высота резонатора, $m = 1,2,3$ ...

Вектор плотности тока $\vec{j}$, созданного магнитным диполем, определяется выражением:

$$\vec{j} = c\vec{M} \times \frac{\delta(r)}{2\pi r} \cdot \delta(z - vt) \cdot \vec{e}_z, \tag{2}$$

где v -скорость движения диполя в направлении оси z, $\vec{e}_z$ - единичный вектор, направленный по z. Используя ту же методику, что и в [1], для временной части вектор-потенциала, получим соотношения

$$q_{m\lambda_1}(t) = \frac{2c\nu_1 M}{a^2\sqrt{\frac{h}{2}} J_0(\nu_1)} \cdot \frac{1}{\omega_{\lambda_1}(\omega^2_{\lambda_1} - \omega^2_m)} [\omega_{\lambda_1} \sin\omega_m t - \omega_m \sin\omega_{\lambda_1} t], \; t < t_0, \tag{3}$$

$$q_{m\lambda_1}(t) = \frac{2c\nu_1 M}{a^2\sqrt{\frac{h}{2}}\, J_0(\nu_1)} \frac{\omega_m}{\omega_{\lambda_1}(\omega^2_{\lambda_1} - \omega^2_m)} [(-1)^m \sin\omega_{\lambda_1}(t-t_0) - \sin\omega_{\lambda_1} t], \; t > t_0 ,$$

где $\omega_{\lambda_1} = c\lambda_1 , \quad \omega_m = \frac{m\pi}{h} v , \quad t_0 = \frac{h}{v} .$

Энергия, теряемая диполем на излучение, определяется формулой:

$$U = \tfrac{1}{2}\sum_{\lambda, m} [\dot{q}^2_{m\lambda_1} + \omega^2_{\lambda_1} q^2_{m\lambda_1}] . \tag{4}$$

Подставляя сюда выражения $q_{m\lambda_1}$ и $\dot{q}_{m\lambda_1}$, для излученной энергии, приходящейся на отдельную гармонику, получим следующее выражение:

$$U_{m\lambda_1} = \frac{16 M^2 \beta^2 \nu_1^2 (\frac{m\pi}{h})^2}{a^4 h \, [(\frac{\nu_1}{a})^2 + (\frac{m\pi}{h\gamma})^2]^2 J_0^2(\nu_1)} \begin{cases} \cos^2 \frac{h\omega_m}{2v} , & (m \text{ -нечетное}) \\ \sin^2 \frac{h\omega_m}{2v} , & (m \text{ -четное}), \end{cases} \tag{5}$$

где $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$.

Сравнивая это выражение с формулой для точечного заряда /см.[1], формула (12)/, найдем, что отношение излученной энергии от заряда Q к энергии, теряемой диполем (5), при одинаковых скоростях характеризуется величиной

$$\frac{Q^2}{M^2}\left(\frac{h}{m\pi}\right)^2 ,$$

т.е. для высших гармоник излучение от магнитного диполя более значительно, чем от электрического заряда.

2. Вычислим излучение магнитного диполя, пролетающего через отверстие радиуса R_0 в бесконечном проводящем экране. Этот случай является предельным по отношению к предыдущему. А именно, он получается, если радиус резонатора a и высоту устремить к ∞ . Вводя обозначения

$$\frac{\nu_1}{a} R_0 = \xi , \quad \frac{\pi}{a} R_0 = d\xi , \quad \frac{2m\pi R_0}{h} = y , \quad \frac{2\pi R_0}{h} = dy$$ и

пользуясь приближенным равенством

$$J_0(\nu_1) = \frac{\nu_1 \pi}{2} = \frac{\pi a \xi}{2R_0} ;$$ аналогично [1]

из (4) получим

$$U = \int_0^1 \left\{ \int_0^\infty \frac{4\beta^2 M^2 \gamma^4 \xi^3 y^2 dy}{\pi R_0^3 [(2\gamma\xi)^2 + y^2]} \right\} d\xi . \qquad (6)$$

Интегрируя (6) сначала по y , а затем по ξ , окончательно найдем:

$$U = \frac{1}{6} M^2 \beta^2 \frac{\gamma^3}{R_0^3} . \qquad (7)$$

Сравнивая это выражение с формулой для потерь на излучение от точечного заряда (см.[1], формула (18)), для их отношения будем иметь:

$$\frac{U_Q}{U_M} = \frac{6 Q^2 R_0^2}{M^2 \gamma^2} . \qquad (8)$$

Выше рассматривались случаи, когда магнитный диполь пролетает через одиночные объекты. Не менее важен для практики вопрос об излучении диполя в периодических структурах. В качестве примера вычислим излучение магнитного диполя в волноводе, составленном из отдельных одинаковых проводящих колец радиуса a , ширины d , отстоящих по оси на расстояние D . Исследование условий распространения электромагнитных волн в таком волноводе было проведено в[3,4]. Если длина волны больше периода структуры, то поля внутри волновода и вне его можно представить в виде одной бегущей волны:

$$\left. \begin{aligned} E_\phi^{(1)} &= B_1 e^{i\sigma z} J_1(\alpha r) , \\ H_z^{(1)} &= -i \frac{\alpha B_1}{k} e^{i\sigma z} J_0(\alpha r) . \end{aligned} \right\} \quad \text{внутри волновода} \qquad (9.1)$$

$$\left. \begin{aligned} E_\phi^{(2)} &= B_2 e^{i\sigma z} H_1(\alpha r), \\ H_z^{(2)} &= -i \frac{\alpha B_2}{k} e^{i\sigma z} H_0(\alpha r). \end{aligned} \right\} \quad \text{вне волновода} \qquad (9.2)$$

где $\alpha = \sqrt{k^2 - \sigma^2}$, $k = \frac{\omega}{c}$, H_0 и H_1 –функции Ханкеля и B, B_2 – постоянные. Условия распространения волн определяются дисперсионным уравнением /3,4/.

$$J_1(\alpha a) \cdot H_1(\alpha a) = i \frac{D}{\pi^2 a} \ln \frac{1}{\cos \frac{\pi d}{2D}} . \qquad (10)$$

Используя ту же методику, что и в /2/ (см. также /5,6/) и принимая во внимание выражения для ϕ – компоненты пространственной части вектор – потенциала /см. (9)/

$$A_\phi = A_0 e^{i\sigma z} \cdot J_1(\alpha r) \qquad (11)$$

и плотности тока (2), для интенсивности излучения магнитного диполя, пролетающего по оси волновода со скоростью v найдем:

$$P = \tfrac{1}{4} M^2 D |A_0 \alpha|^2 \left\{ \frac{1}{\left|\frac{d\omega_k}{d\sigma} - v\right|_{k=k'}} + \frac{1}{\left|\frac{d\omega_k}{d\sigma} + v\right|_{k=k''}} \right\} . \qquad (12)$$

Поскольку правая часть дисперсионного уравнения при заданных параметрах волновода есть величина постоянная, то α будет также фиксированной величиной. Отсюда

$$\frac{d\omega_k}{d\sigma} = c \frac{\sigma}{k} . \qquad (13)$$

Условие излучения в волноводе сводится к

$$\sigma \cdot v = \pm kc , \qquad (14)$$

а нормировочный множитель A_0 , получаемый из условия

$$\int_{V_0} |A_\phi|^2 dV = 4\pi c^2 , \qquad (15)$$

где V_0 – объем отрезка волновода, длина которого равна периоду структуры, определяется формулой

$$A_0^2 = \frac{4c^2}{a \cdot D \cdot \{ [I_2(\frac{ka}{\beta\gamma}) I_0(\frac{ka}{\beta\gamma}) - I_1^2(\frac{ka}{\beta\gamma})] \}} ; \qquad (16)$$

Подставляя (13) и (16) в (12), а также учитывая (14), для интенсивности излучения окончательно найдем:

$$P = \frac{2M^2\omega^2}{a^2 v}\;\frac{1}{\left[I_2\left(\frac{ka}{\beta\gamma}\right) I_0\left(\frac{ka}{\beta\gamma}\right) - I_1^2\left(\frac{ka}{\beta\gamma}\right)\right]}. \qquad (17)$$

Литература

1. О.А. Колпаков, В.И. Котов. ЖТФ, 34 ,1387 (1964).
2. О.А. Колпаков, В.И. Котов, Ом Сан Ха. Препринт ОИЯИ, Р-1565, Дубна, 1964.
3. Н.Н. Смирнов. ЖТФ, 27 , 1494 (1958).
4. В.В. Малин. Радиотехника и электроника, 8, 1834 (1963).
5. А.И. Ахиезер, Г.Я. Любарский, Я.Б. Файнберг. ЖТФ, 25 , 2526 (1955).
6. Б.М. Болотовский. УФН, 75 , 295 (1961).

Рукопись поступила в издательский отдел
28 ноября 1964 г.