

С 345 е 1

Е - 645



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

1854



И. Б. Енчевич, Г. Й. Пенчев, А. Н. Сафонов

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

РАСЧЕТ УСКОРЯЮЩЕГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО
ПОЛЯ СИНХРОЦИКЛОТРОНА

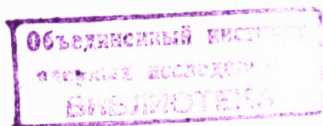
1964

1854

И. Б. Енчевич, Г. Й. Пенчев, А. Н. Сафонов

РАСЧЕТ УСКОРЯЮЩЕГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО
ПОЛЯ СИНХРОЦИКЛОТРОНА

Направлено в журнал "Известия на Физическия
институт с АНББ" (Болгария)



2790/1, чр.

В синхроциклотроне из-за необходимости модулировать частоту ускоряющего напряжения, как правило, используется только один дуант. Против дуанта синхроциклотрона обычно помещают рамку, электрически соединенную с крышками ускоряющей камеры. Из-за отсутствия симметрии поля относительно вертикальной плоскости, проходящей параллельно кромке дуанта через центр синхроциклотрона, расчет ускоряющего поля представляет определенные трудности. При наличии противодуантной рамки для расчета можно воспользоваться формулами, выведенными при помощи метода конформных отображений для циклотрона^{/1/}. При этом приходится пренебрегать влиянием крышек камеры, находящихся под тем же потенциалом, что и рамка, на распределение электрического поля в ускоряющем промежутке. В работе Била^{/2/} проведен подробный расчет электрического поля и потенциала идеальной циклотронной геометрии для ряда значений отношения апертуры дуантов к величине ускоряющего промежутка. Представленными в виде таблиц результатами можно воспользоваться для нахождения поля дуанта синхроциклотрона с противодуантной рамкой. Погрешности незначительны, если апертура камеры в несколько раз больше ускоряющего промежутка или апертуры дуанта. При этом следует иметь в виду, что

$$\frac{V}{V_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{U}{U_0} + 1 \right); \quad \xi = \frac{1}{2} E, \quad ,$$

где V и ξ - потенциал и напряженность поля в синхроциклотроне, а U и E - потенциал и напряженность поля в циклотроне.

Экспериментальные и теоретические исследования^{/3, 4/} показали, что эффективность захвата в синхроциклотроне возрастает с увеличением эффективной ширины ускоряющего промежутка. Максимально увеличить ширину промежутка можно, удалив противодуантную рамку. В этом случае силовые линии с дуанта замыкаются непосредственно на крышки ускоряющей камеры. Анализ движения частиц в таком поле представляет значительный интерес с точки зрения увеличения эффективности захвата, так как при этом изменяются зависимость максимального набора энергии за оборот от радиуса, а следовательно, и условия фазового движения ионов. Кроме того, существенно видоизменяется характер вертикальных сил, обусловленных ускоряющим напряжением и постоянным отрицательным смещением на дуанте. Распределение электрического поля и потенциала такой однодуантной системы можно изучать при помощи электролитической ванны^{/5/}. Однако она не везде имеется в наличии, а результаты получаются только в графическом

виде. Поэтому желательно провести строгий аналитический расчет электрического поля и потенциала дуанта синхроциклотрона без противодуантной рамки.

В данной работе для расчета ускоряющего поля синхроциклотрона применен метод конформных преобразований. Путем решения интеграла Кристоффеля-Шварца и осуществления ряда последовательных преобразований получены расчетные формулы для двух случаев: с вертикальной стенкой камеры (рис. 1а) и без нее (рис. 2а). Рассмотрим вначале первый случай.

На рис. 1а схематически изображен разрез ускорительной камеры и дуанта без противодуантной рамки. Функция

$$w = \frac{\Pi - h}{2\pi} \ln \frac{\frac{1}{2}(z + \frac{1}{z}) + a_1}{1 + a_1 \cdot \frac{1}{2}(z + \frac{1}{z})} + \frac{h}{2\pi} \ln \frac{\frac{1}{2}(z + \frac{1}{z}) - a_2}{1 - a_2 \cdot \frac{1}{2}(z + \frac{1}{z})}, \quad (1)$$

где a_1 и a_2 - постоянные, определяемые системой уравнений

$$a_1^{\frac{\Pi-h}{2}} \cdot a_2^{\frac{h}{2}} = e^{-\pi} \quad (2)$$

$$(\Pi - h) \left(\frac{1}{a_1} - a_1 \right) = h \left(\frac{1}{a_2} - a_2 \right),$$

осуществляет конформное отображение верхней полуплоскости (рис. 1б) на внутренность многоугольника АЕОЗD области w (рис. 1а). Вершины многоугольника ЕОD переводятся в точки $-1, 1, \infty$ оси z [6]. Нули знаменателей логарифмических выражений в (1) с учетом направления обхода сторон многоугольника определяют на оси z точки z_A и z_B , отображающиеся в бесконечно удаленные вершины А и В. Так как z_A и z_B вещественные, $a_1 \leq 1$, $a_2 \leq 1$;

$$z_A = -\frac{1}{a_1} - \sqrt{\frac{1}{a_1^2} - 1}; \quad z_B = \frac{1}{a_2} + \sqrt{\frac{1}{a_2^2} - 1}. \quad (3)$$

При помощи трансформации

$$z = \frac{pz_B - 1}{p} \quad \text{или} \quad p = \frac{1}{z_B - z} \quad (4)$$

полуплоскость $\text{Im}z > 0$ отображается конформно на полуплоскость p [7] (рис. 1в); при этом в области p отображение точки В находится в бесконечности, точки D - в 0, точек А, Е, 0 - соответственно в

$$p_A = \frac{1}{z_B - z_A}; \quad p_B = \frac{1}{z_B + 1} \quad \text{и} \quad p_0 = \frac{1}{z_B - 1}.$$

Поскольку прямая ОВ является осью симметрии области, в которой ищем поле, и выражения (1) и (4) удовлетворяют условиям принципа симметрии, они осуществляющие отображение многоугольника области w на полную плоскость p с выброшенными точками p_A, p_B, p_0 [8]. Преобразование

$$p = p_0 - q^2 \quad ; \quad (q = \pm j\sqrt{p - p_0}) ;$$

$$q_{A'} = -j\sqrt{p_A - p_0} \quad (5)$$

переводит ось симметрии OB области p в мнимую ось на q , а два берега разреза $BDAEO$ - в положительную и отрицательную полуоси действительной оси q (рис. 1г), преобразуя плоскость с выброшенным лучом p в полуплоскость $\text{Im} q > 0$.

Выражение

$$q = q_{A'} \frac{\eta - 1}{\eta + 1} ; \quad (\eta = \frac{q_{A'} + q}{q_{A'} - q}) , \quad (6)$$

преобразуя полуплоскость саму в себя, переводит эквипотенциали $AEOE'A'$ и $ADBD'A'$ в положительную и отрицательную полуоси действительной оси η (рис. 1д). При этом точка A находится в начале координат, а точка A' - в бесконечно удаленной точке плоскости η .

Наконец, полоса ξ высотой jV_0 (рис. 1е) преобразуется конформно в полуплоскость $\text{Im} \eta > 0$ при помощи трансформации

$$\eta = e^{\frac{\pi \xi}{V_0}} , \quad (7)$$

переводящей эквипотенциали $AEOE'A'$ и $ADBD'A'$ соответственно в нижний и верхний берег полуполосы шириной V_0 . В дальнейшем будем рассматривать поле дуанта, находящегося под единичным потенциалом, поэтому $0 \leq \text{Im} \xi \leq 1$.

Объединив преобразования, проведенные последовательно, получим конформное отображение области w на полосу области ξ :

$$w = \frac{H-h}{2\pi} \ln \frac{Y+a_1}{1+a_1 Y} + \frac{h}{2\pi} \ln \frac{Y-a_2}{1-a_2 Y} , \quad (8)$$

где

$$Y = \frac{1}{2} \left\{ z_B - \frac{1}{p_0 - q_{A'}^2 h^2 \frac{\pi \xi}{2V_0}} + z_B - \frac{1}{p_0 - q_{A'}^2 h^2 \frac{\pi \xi}{2V_0}} \right\} . \quad (9)$$

Задаваясь точками эквипотенциалей и силовых линий в плоскости ξ (очевидно, это прямые, параллельные соответственно оси абсцисс u и оси ординат v), получим непосредственно картину эквипотенциалей и силовых линий в плоскости $w(x, y)$. Само электростатическое поле \vec{E} определяется из соотношений

$$\vec{E} = - \frac{j}{\left(\frac{\partial w}{\partial \xi}\right)} ; \quad (10)$$

$$\frac{\partial w}{\partial \xi} = Y' \left\{ \frac{H-h}{2\pi} \cdot \frac{1-a_1^2}{(Y+a_1)(1+a_1 Y)} + \frac{h}{2\pi} \frac{1-a_2^2}{(Y-a_2)(1-a_2 Y)} \right\} ; \quad (11)$$

$$Y' = \frac{q_A^2 \pi \text{th} \frac{\pi \xi}{2V_0}}{2V_0 \text{ch}^2 \frac{\pi \xi}{2V_0} (p_0 - q_A^2 \text{th}^2 \frac{\pi \xi}{2V_0})^2} \left[\frac{1}{(z_B - \frac{1}{p_0 - q_A^2 \text{th}^2 \frac{\pi \xi}{2V_0}})^2} - 1 \right]. \quad (12)$$

В (10) чертой, как обычно, обозначена сопряженная величина. Как видно, полученное строгое решение поставленной задачи приводит к довольно громоздким формулам для определения электрического поля. Если пренебречь влиянием дальней стенки EE' ускорительной камеры, получим упрощенные формулы, границы применимости которых определим из непосредственного сопоставления результатов расчета. Схематически разрез ускорительной камеры и дуанта в этом случае показан на рис. 2а. Отображение верхней полуплоскости $\text{Im } z > 0$ (рис. 2б) на внутренность области в плоскости w (рис. 2а) осуществляется ^{/7/} функцией

$$w = \frac{H-h}{2\pi} \ln(z^2 - 1) + \frac{h}{\pi} \ln z + C, \quad (13)$$

переводящей точки $A_1, B_1, A_2, B_2, A_3, B_3$ в точки $-1, -b, 0, b, 1, \infty$ оси z . Здесь

$$C = -\frac{H-h}{2\pi} \ln(1-b^2) - \frac{h}{\pi} \ln b; \quad (14)$$

$$b = \sqrt{\frac{h}{H}}.$$

Преобразование

$$z = \frac{\omega - 1}{\omega + 1} \quad (15)$$

переводит полуплоскость ω (рис. 2в) в полуплоскость z (рис. 2б). При этом эквипотенциали $A_1 B_3 A_3$ и $A_1 B_1 A_2 B_2 A_3$ области w переводятся при помощи (13) и (15) соответственно в отрицательную и положительную полуоси действительной оси ω . Точка A_1 переводится в начало координат (0), A_3 - в бесконечность (∞).

Наконец, трансформация $\omega = e^{\frac{\pi \xi}{V_0}}$ (16)

аналогично (7) в строгом решении осуществляет преобразование полуплоскости ω (рис. 2в) на полосу ξ высотой jV_0 (рис. 2г).

Окончательно из (13), (15) и (16) получаем отображение полосы области ξ (рис. 2г) на область w (рис. 2а):

$$w = \frac{H-h}{2\pi} \ln \left(\text{th}^2 \frac{\pi \xi}{2V_0} - 1 \right) + \frac{h}{\pi} \ln \text{th} \frac{\pi \xi}{2V_0} + C \quad (17)$$

$$\text{или } w = \frac{h}{\pi} \ln \operatorname{th} \frac{\pi \xi}{2V_0} - \frac{H-h}{\pi} \ln \operatorname{ch} \frac{\pi \xi}{2V_0} + j \frac{H-h}{2} + C .$$

Соотношения (17) значительно проще соотношений (8) и (9). Из (17), дифференцируя w по ξ , получим при помощи (10) выражение для электростатического поля в области w :

$$\vec{E} = - \frac{j}{\left(\frac{\partial w}{\partial \xi}\right)} = - \frac{j}{\frac{h}{V_0} \frac{1}{\operatorname{sh} \frac{\pi \xi}{V_0}} - \frac{H-h}{2V_0} \operatorname{th} \frac{\pi \xi}{2V_0}} . \quad (18)$$

После длинных, но несложных преобразований получаем в развернутом виде:

$$\frac{\partial w}{\partial \xi} = \frac{H-h}{2} \cdot \frac{(e^{2m\pi} - 1)(ke^{m\pi} \cos \pi v - e^{-2m\pi} - 1) + j[e^{m\pi} \sin \pi v (4e^{m\pi} \cos \pi v - ke^{2m\pi} - k)]}{e^{4m\pi} - 2e^{2m\pi} \cos 2\pi v + 1} , \quad (19)$$

где

$$k = 2 \frac{H+h}{H-h} .$$

Из физических соображений ясно, что разница в значениях, вычисленных по точной (8) и приближенной (17) формулам для заданного расстояния дальней стенки от кромки дуанта будет максимальной в случае максимальной высоты ускорительной камеры (максимального отношения $\frac{H}{h}$). Поэтому для сравнения картины поля в обоих случаях из серии значений параметра $\frac{H}{h}$ было выбрано отношение $\frac{H}{h} = 5$. Построенные по формулам (8) и (17) эквипотенциалы (рис. 3) практически полностью совпадают. По данным расчета, значения координат отличаются только в седьмом знаке для эквипотенциала 0,005. Поэтому в дальнейшем расчеты проводятся по формулам (17) и (18).

На рис. 3 крестиками отмечены точки пересечения эквипотенциалов с медианной плоскостью, полученные при измерении распределения потенциала в электролитической ванне^{/5/}. Незначительное отличие в положении крайних эквипотенциалов объясняется, по-видимому, некоторым отклонением размеров макета от идеальной геометрии, принятой при расчете. Из приведенных графиков (рис. 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9) видно, что с уменьшением апертуры ускорительной камеры максимальное значение напряженности электростатического поля в медианной плоскости возрастает и смещается в сторону кромки дуанта. Одновременно происходит сужение области, в которой потенциал остается не ниже значения 0,95. Распределение поля внутри дуанта меняется незначительно. Область, в которой заключен потенциал от 0,05 до 0,95, простирается внутрь дуанта примерно на половину его апертуры, а вне его — на апертуру ускорительной камеры.

Значения напряженности электрического поля и потенциала в медианной плоскости в зависимости от расстояния до кромки дуанта для рассмотренных выше случаев приведены в таблицах 1 и 2.

Представляет интерес произвести по полученным формулам расчет зависимости максимального набора энергии за оборот от радиуса для разных значений параметра $\frac{H}{h}$. Нетрудно получить (см. рис. 10) выражение для максимального набора энергии за оборот eV_{\max} . С учетом зависимости от времени ускоряющее поле будет $E_x \sin \alpha$, а его тангенциальная проекция равняется $E_x \sin^2 \alpha$.

Тогда

$$V_{\max} = 2 \int_0^{\pi} E_x \sin^2 \alpha R d\alpha = \frac{2}{R-R} \int E_x \sin \alpha d\alpha = \frac{2}{R-R} \int_0^R E_x \sqrt{R^2 - x^2} dx. \quad (20)$$

Для медианной плоскости ($u=0$) при $V_0=1$ выражения (17), (18) значительно упрощаются и мы получаем:

$$w = \frac{h}{\pi} \ln j \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi v}{2}}{(\cos \frac{\pi v}{2})^{\frac{H-h}{h}}} + C + j \frac{H-h}{2}; \quad (21)$$

$$w = x + j \left(\frac{H-h}{2} + \frac{h}{2} \right) = x + j \frac{H}{2};$$

$$E_x = \frac{-j}{h \frac{1}{j \sin \pi v} - \frac{H-h}{2} j \operatorname{tg} \frac{\pi v}{2}} = \frac{\sin \pi v}{H - (H-h) \cos \pi v}. \quad (22)$$

Так как из (21) и (22) v выражается через x трансцендентным уравнением, численное интегрирование выражения (20) связано с определенными трудностями. Для того, чтобы избавиться от них, заменим переменные еще раз.

Поскольку $\frac{\partial x}{\partial v}$ является величиной, обратной полю E_x , после замены переменной x на переменную v получаем

$$V_{\max} = \frac{2}{R} \int_{V_1}^{V_2} \sqrt{R^2 - x^2} dv, \quad (23)$$

где x — явная функция v , определяемая из (21). Здесь при численном интегрировании значение подынтегральной функции подставляется непосредственно, а трансцендентными уравнениями определяются только границы V_1 и V_2 . Полученные таким образом графики зависимости относительного набора энергии за оборот от радиуса для разных значений отношения $\frac{H}{h}$ показаны на рис. 11, а численные результаты расчета приведены в таблице 3. С уменьшением этого отношения кривые становятся круче, с увеличением радиуса все кривые асимптотически приближаются к единице.

На рис. 12 для сравнения приведена кривая 2 относительного набора энергии за оборот, рассчитанная по полученному в электролитической ванне распределению поля

дуанта при наличии плазменного столба ионного источника^{/5/}. Расчет проводился следующим образом: для ряда значений радиуса орбиты строились кривые $v = f_1(\alpha)$, затем эти кривые дифференцировались для нахождения $\frac{dv}{d\alpha} = f_2(\alpha)$. Умножая $f_2(\alpha)$ на $\sin \alpha$ для учета зависимости ускоряющего напряжения от времени и интегрируя по α от 0 до π , получаем значение максимального набора энергии за оборот на данном радиусе

$$eV_{\max} = 2e \int_0^{\pi} \frac{dv}{d\alpha} \sin \alpha d\alpha. \quad (24)$$

Относя величину eV_{\max} к $2eV_0$, где V_0 – напряжение на дуантах, получаем относительный набор энергии ионом за оборот на этом радиусе. Следует отметить, что при использовании ионного источника, работающего только в течение времени захвата ионов в ускорение, в момент гашения разряда электрическое поле приобретает конфигурацию, подобную рассчитанной в данной работе (рис. 3), если ионный источник имеет небольшие размеры и расположен на крышке камеры. При этом зависимость относительного набора энергии от радиуса будет определяться кривой 1 на рис. 12. На этом же рисунке приведена кривая 3 набора энергии, рассчитанная по формуле:

$$\frac{eV_{\max}}{2eV_0} = \sqrt{\left(\frac{h}{\pi R}\right)^2 + 1} - \frac{h}{\pi R}, \quad (25)$$

которая получена в работе^{/4/}, где распределение поля дуанта аппроксимировалось выражением

$$\xi = \frac{V_0}{h \left[1 + \left(\frac{\pi x}{h} \right)^2 \right]}. \quad (26)$$

На рис. 13 для сравнения показаны графики относительной напряженности электрического поля $\frac{d}{dx} \left(\frac{v}{V_0} \right) = f(x)$, рассчитанные в данной работе (кривая 1) и по формуле (26) (кривая 2). Кривые существенно отличаются друг от друга.

Однако, принимая во внимание, что кривые относительного набора энергии 2 и 3 (рис. 12) на начальном участке отличаются незначительно, формулу (26) можно использовать при расчете фазового движения в течение времени действия ионного источника (в течение времени захвата), после чего движение следует рассматривать в поле, распределение которого описывается формулой (22), полученной в данной работе.

Авторы выражают благодарность В.И. Данилову и Р.Т. Дончеву за содействие при постановке данной задачи.

Л и т е р а т у р а

1. А.М. Страшкевич. Электронная оптика электростатических полей, не обладающих осевой симметрией. Физматгиз, 1959.

2. J;W.Beal, Computation of Electric Field and Potential of an Idealized Dee Geometry. MSUCP-12, Michigan State University, October, 1961.
3. Б.И. Замолодчиков, Д.Л. Новиков, Э.А. Полферов. Об оптимальных условиях захвата в шестиметровом синхротроне. Препринт ОИЯИ,Р-720, Дубна, 1961.
4. В.И. Данилов, И.Б. Енчевич, Д.Л. Новиков, Э.А. Полферов, А.Н. Сафонов, Б.В. Феоктистов. Расчет начальной области устойчивых фазовых колебаний в синхротроне. Препринт ОИЯИ, Р-1448, Дубна, 1963.
5. А.Н. Сафонов, А.В. Шестов. Исследование электрического поля в центральной области синхротрона ОИЯИ при помощи электролитической ванны. ОИЯИ,Б1-1543, Дубна, 1963.
6. Л.И. Волковский, Г.Л. Луцц, И.Г. Араманович. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. Физматгиз, 1960.
7. Б.А. Фукс и Б.В. Шабат. Функции комплексного переменного и некоторые их приложения. Физматгиз, 1959.

Рукопись поступила в издательский отдел
21 октября 1964 г.

ТАБЛИЦА I

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{v}{V_g} \right) = f_i(x) ; \quad h = 12 \text{ см}$$

$x[\text{см}]$	15	16	18	24	36	48	60
-30	0,000047	0,000044	0,000040	0,000032	0,000025	0,000021	0,000019
-25	0,000175	0,000165	0,000149	0,000120	0,000092	0,000078	0,000069
-20	0,000649	0,000610	0,000550	0,000443	0,000341	0,000288	0,000254
-18	0,001095	0,001029	0,000929	0,000749	0,000576	0,000486	0,000429
-16	0,001848	0,001737	0,001568	0,001264	0,000973	0,000821	0,000723
-14	0,003119	0,002931	0,002646	0,002132	0,001642	0,001385	0,001221
-12	0,005261	0,004944	0,004463	0,003597	0,002769	0,002326	0,002059
-10	0,008858	0,008326	0,007516	0,006059	0,004665	0,003936	0,003469
- 8	0,014847	0,013958	0,012605	0,010166	0,007830	0,006607	0,005824
- 6	0,024564	0,023111	0,020890	0,016871	0,013005	0,010970	0,009679
- 4	0,039261	0,037013	0,032545	0,027190	0,021011	0,017754	0,015660
- 2	0,057736	0,054709	0,049920	0,040348	0,031766	0,026908	0,023764
0	0,072106	0,069353	0,063853	0,053311	0,041702	0,035821	0,031915
2	0,072747	0,071112	0,067702	0,058915	0,047789	0,041147	0,036654
4	0,060422	0,060671	0,060043	0,054663	0,046942	0,041094	0,036929
6	0,044487	0,046030	0,047670	0,047449	0,042461	0,037996	0,034542
8	0,030800	0,032841	0,035671	0,038601	0,036892	0,032894	0,031245
10	0,020723	0,022747	0,025909	0,030610	0,031471	0,029789	0,027897
12	0,013766	0,015541	0,018542	0,023953	0,026623	0,026027	0,024809
14	0,009094	0,010550	0,013173	0,018610	0,022437	0,022722	0,022057
16	0,005993	0,007141	0,009325	0,014401	0,018874	0,019829	0,019632
18	0,003945	0,004827	0,006589	0,011119	0,015864	0,017315	0,017501
20	0,002596	0,003261	0,004652	0,008574	0,013229	0,015131	0,015626
25	0,000911	0,001222	0,001945	0,004465	0,008619	0,010833	0,011840
30	0,000320	0,000458	0,000813	0,002322	0,005571	0,007780	0,009026
35	0,000112	0,000172	0,000340	0,001207	0,003601	0,005598	0,006907
40	0,000039	0,000064	0,000142	0,000627	0,002328	0,004031	0,005298
45	0,000014	0,000024	0,000059	0,000326	0,001505	0,002904	0,004070
50	0,000005	0,000009	0,000025	0,000169	0,000973	0,002092	0,003128
55	0,000002	0,000003	0,000010	0,000088	0,000629	0,001509	0,002406
60		0,000001	0,000004	0,000046	0,000406	0,001088	0,001851
65			0,000002	0,000024	0,000263	0,000784	0,001424
70				0,000012	0,000170	0,000565	0,001096

ТАБЛИЦА 2

$$\frac{V}{\sqrt{g}} = f_2(x) ; \quad h = 12 \text{ см.}$$

$x(\text{см})$	$H(\text{см})$	15	16	18	24	36	48	60
-30	0,99982	0,99983	0,99985	0,99988	0,99990	0,99992	0,99993	0,99993
-25	0,99933	0,99937	0,99943	0,99954	0,99965	0,99970	0,99974	0,99974
-20	0,99753	0,99767	0,99790	0,99831	0,99870	0,99890	0,99903	0,99903
-18	0,99582	0,99607	0,99645	0,99714	0,99780	0,99814	0,99836	0,99836
-16	0,99294	0,99336	0,99401	0,99517	0,99628	0,99686	0,99724	0,99724
-14	0,98808	0,98880	0,98989	0,99185	0,99373	0,99471	0,99534	0,99534
-12	0,97989	0,98110	0,98294	0,98625	0,98941	0,99107	0,99213	0,99213
-10	0,96608	0,96812	0,97122	0,97681	0,98214	0,98493	0,98672	0,98672
-8	0,94287	0,94630	0,95153	0,96092	0,96991	0,97461	0,97763	0,97763
-6	0,90421	0,90994	0,91868	0,93441	0,94949	0,95737	0,96243	0,96243
-4	0,84125	0,85066	0,86502	0,89101	0,91599	0,92908	0,93748	0,93748
-2	0,74448	0,75921	0,78189	0,82333	0,86354	0,88471	0,89832	0,89832
0	0,61193	0,63132	0,66695	0,72768	0,79346	0,82511	0,84190	0,84190
2	0,46514	0,49097	0,53264	0,61396	0,69776	0,74320	0,77296	0,77296
4	0,33059	0,35777	0,40351	0,49841	0,60215	0,66033	0,69875	0,69875
6	0,22574	0,25099	0,29555	0,39512	0,51239	0,58093	0,62701	0,62701
8	0,15104	0,17259	0,21250	0,30912	0,43299	0,50899	0,56117	0,56117
10	0,10010	0,11753	0,15134	0,24012	0,36471	0,44535	0,50205	0,50205
12	0,06606	0,07967	0,10726	0,18578	0,30672	0,38959	0,44440	0,44440
14	0,04352	0,05389	0,07584	0,14343	0,25777	0,34090	0,40259	0,40259
16	0,02864	0,03642	0,05356	0,11059	0,21656	0,29842	0,36095	0,36095
18	0,01885	0,02460	0,03780	0,08520	0,18190	0,26134	0,32386	0,32386
20	0,01237	0,01661	0,02667	0,06562	0,15278	0,22894	0,29078	0,29078
25	0,00435	0,00622	0,01115	0,03412	0,09877	0,16465	0,22259	0,22259
30	0,00153	0,00233	0,00466	0,01774	0,06384	0,11854	0,17077	0,17077
35	0,00054	0,00087	0,00195	0,00922	0,04127	0,08540	0,13118	0,13118
40	0,00019	0,00032	0,00081	0,00479	0,02668	0,06154	0,10085	0,10085
45	0,00007	0,00012	0,00034	0,00249	0,01724	0,04436	0,07757	0,07757
50	0,00002	0,00005	0,00014	0,00129	0,01115	0,03197	0,05968	0,05968
55	0,00001	0,00002	0,00006	0,00067	0,00720	0,02205	0,04592	0,04592
60		0,00001	0,00002	0,00035	0,00466	0,01662	0,03534	0,03534
65			0,00001	0,00018	0,00301	0,01198	0,02720	0,02720
70				0,00009	0,00195	0,00864	0,02093	0,02093

ТАБЛИЦА 3

$$\frac{eV_{max}}{2eV_0} = f_3(R) ; \quad h = 12 \text{ см.}$$

$R[\text{см}]$	$H[\text{см}]$	15	16	18	24	36	48	60
2	0,22102	0,21216	0,19701	0,16522	0,13076	0,11147	0,09868	0,09040
4	0,41303	0,39799	0,37168	0,31488	0,25085	0,21456	0,20497	0,27133
6	0,56343	0,54561	0,51356	0,44087	0,35505	0,30497	0,38266	0,34145
8	0,67516	0,65707	0,62353	0,54339	0,44314	0,44928	0,40224	0,45521
10	0,75628	0,73938	0,70707	0,62558	0,51718	0,50666	0,50181	0,54311
12	0,81490	0,79979	0,77011	0,69128	0,57952	0,56644	0,57997	0,61307
14	0,85738	0,84423	0,81775	0,74386	0,63230	0,59993	0,63817	0,57997
16	0,88843	0,87715	0,85393	0,73612	0,67720	0,63817	0,67197	0,61307
18	0,91134	0,90175	0,88162	0,82024	0,71562	0,67197	0,74099	0,68253
20	0,92847	0,92034	0,90297	0,84794	0,74866	0,70925	0,79325	0,73732
25	0,95546	0,95005	0,93812	0,89712	0,81297	0,79325	0,82335	0,78114
30	0,97001	0,96631	0,95799	0,92769	0,85825	0,82335	0,86443	0,81649
35	0,97850	0,97587	0,96990	0,94732	0,89099	0,86443	0,88870	0,84520
40	0,98382	0,98188	0,97744	0,96034	0,91471	0,88870	0,90780	0,86865
45	0,98738	0,98588	0,98243	0,96424	0,93221	0,90780	0,92295	0,88791
50	0,98986	0,98867	0,98598	0,97552	0,94529	0,92295	0,92504	0,90379
55	0,99167	0,99070	0,98852	0,98007	0,95519	0,92504	0,94476	0,91695
60	0,99203	0,99222	0,99042	0,98346	0,96278	0,94476	0,95263	0,92790
65	0,99408	0,99340	0,99188	0,98605	0,96868	0,95263		
70	0,99490	0,99432	0,99298	0,98807	0,97333			

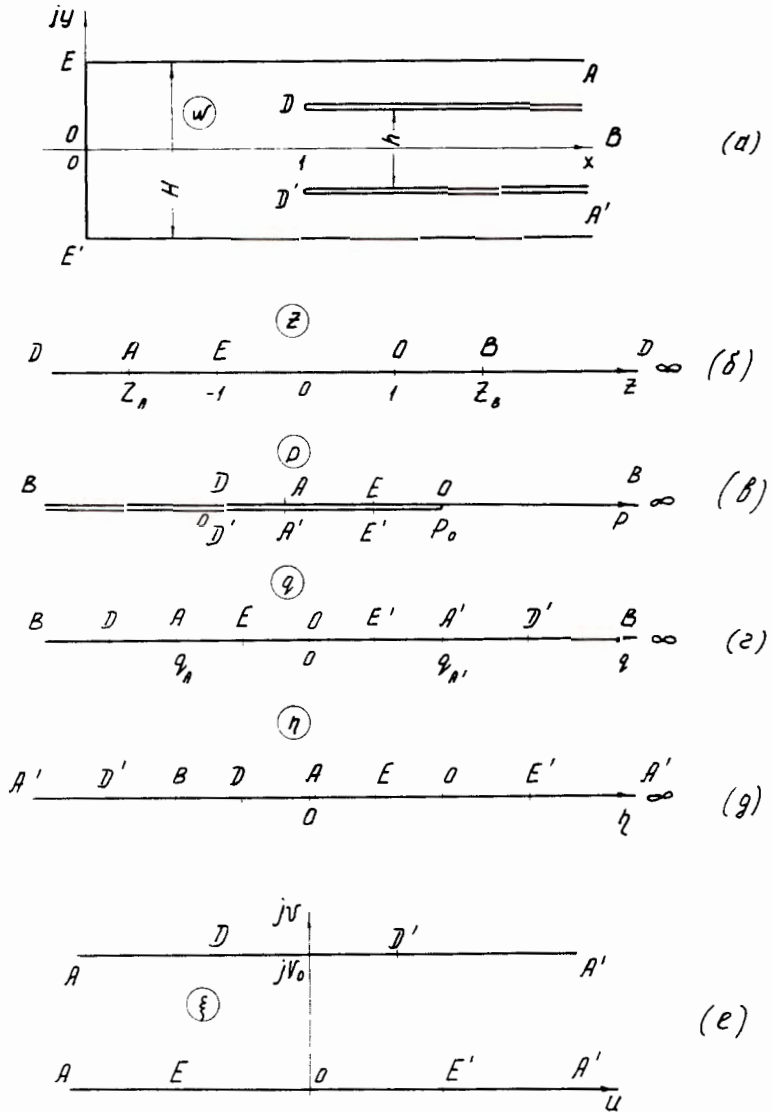


Рис. 1. Последовательность преобразований области w в область ξ для строгого решения (1-й случай).

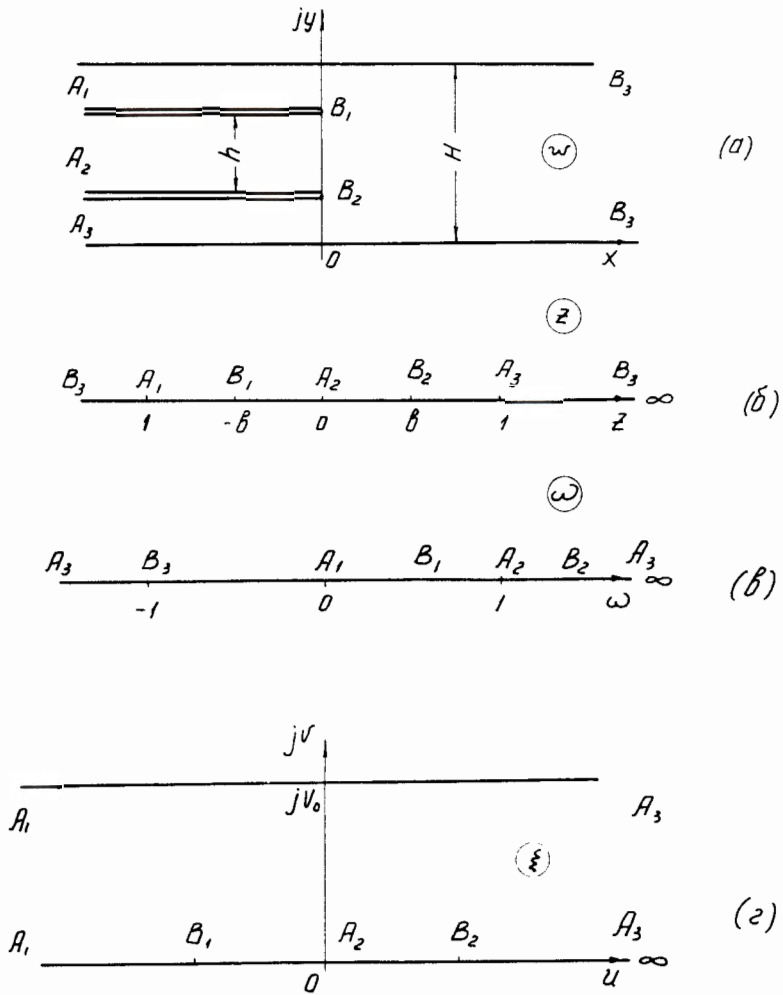
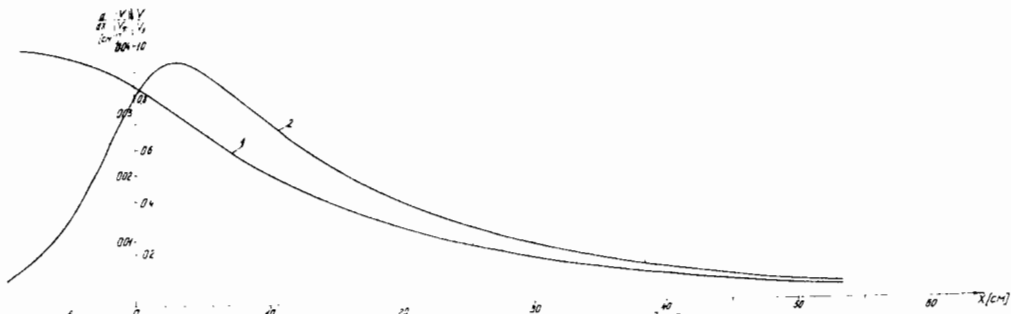
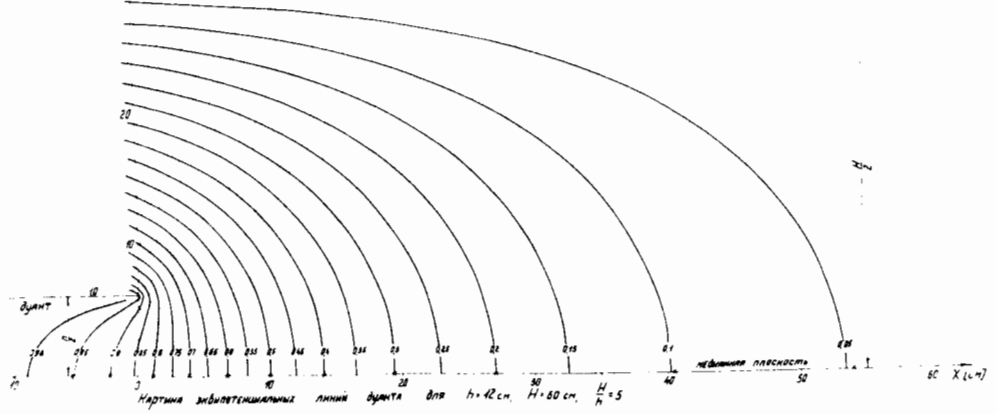


Рис. 2. Последовательность преобразований области w в область ξ для второго случая.

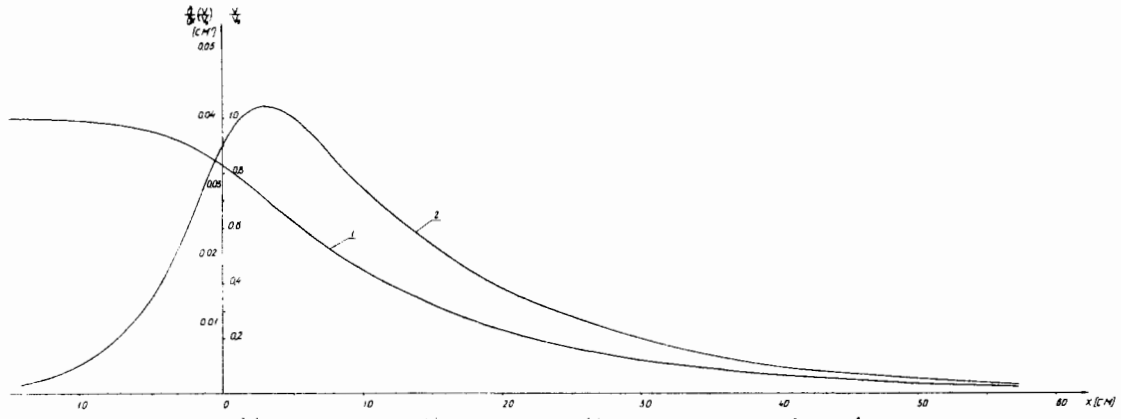


Зависимость потенциала (1) и плотности тока (2) электродного поля в медной плоскости от расстояния до центра электрода для $n=10$ см, $H=60$ см, $\frac{H}{h}=5$

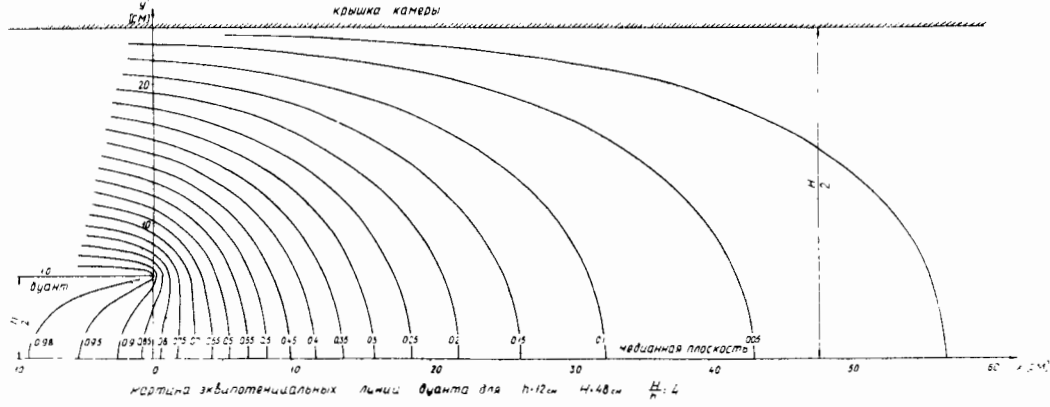


Картина эквипотенциальных линий электрода для $n=10$ см, $H=60$ см, $\frac{H}{h}=5$

Рис. 3.



Зависимость потенциала (1) и напряженности (2) электрического поля шуанта в
медианной плоскости от расстояния до кромки шуанта для $r=12\text{ см}$ $H=48\text{ см}$ $\frac{H}{r}=4$



картина эквипотенциальных линий шуанта для $r=12\text{ см}$ $H=48\text{ см}$ $\frac{H}{r}=4$

Рис. 4.

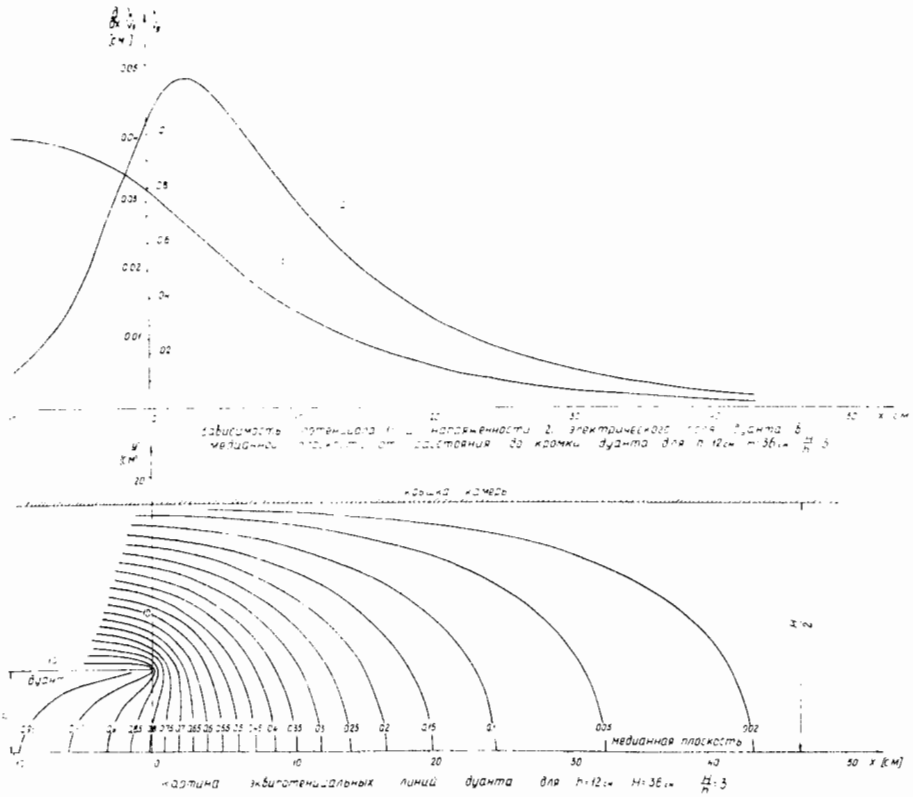
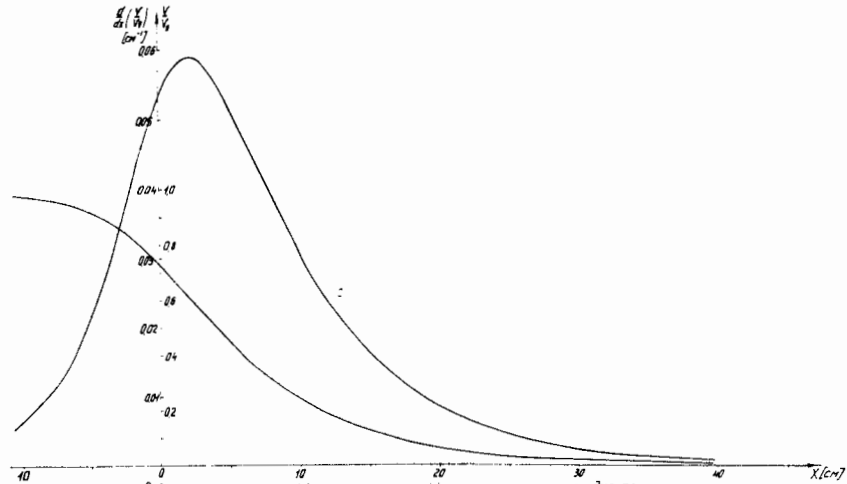
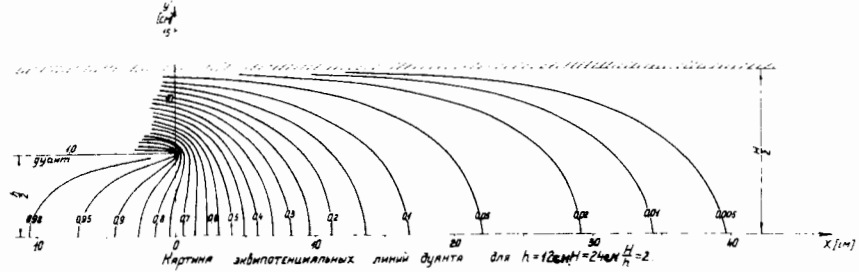


Рис. 5.



Зависимость потенциала (1) и напряженности (2) электрического поля дуанта в продвинутой плоскости от расстояния до кромки дуанта для $h=12cm$, $H=24cm$, $\frac{H}{h}=2$



Картина эквипотенциальных линий дуанта для $h=12cm$, $H=24cm$, $\frac{H}{h}=2$

Рис. 6.

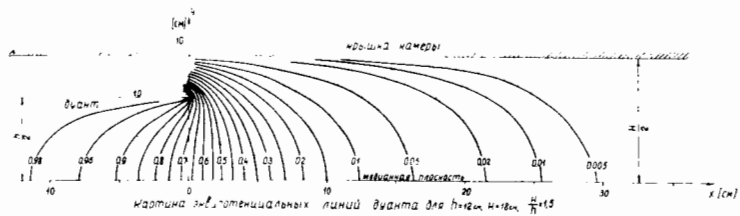
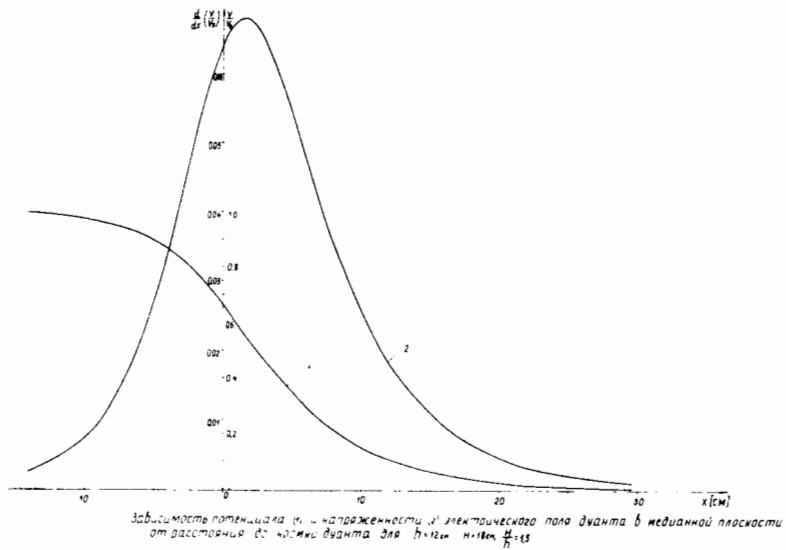
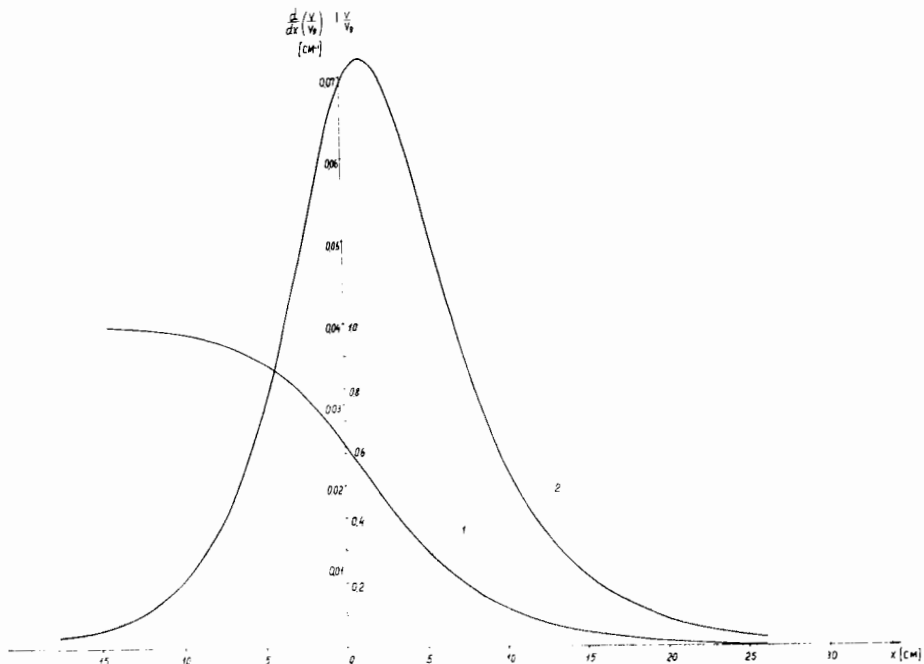
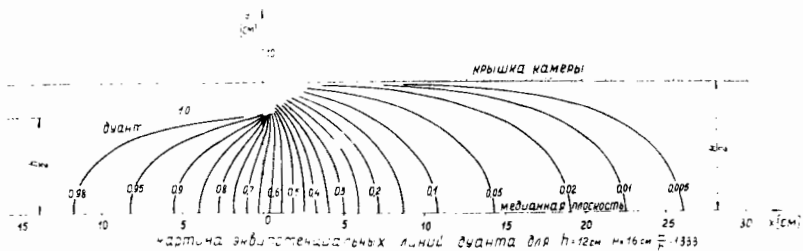


Рис. 7.



Зависимость потенциала (1) напряженности (2) электрического поля дианты в медианной плоскости от расстояния до кромки дианты для $h=12\text{ см}$, $n=16\text{ см}$, $\frac{h}{n}=1.333$



линии дианты для $h=12\text{ см}$, $n=16\text{ см}$, $\frac{h}{n}=1.333$

Рис. 8.

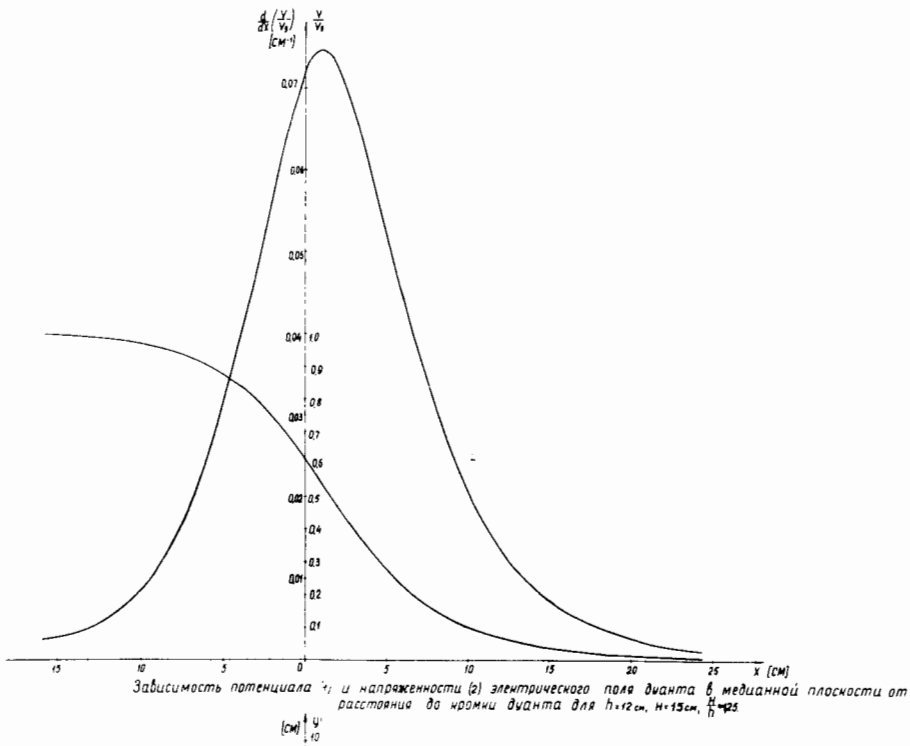


Рис. 9.

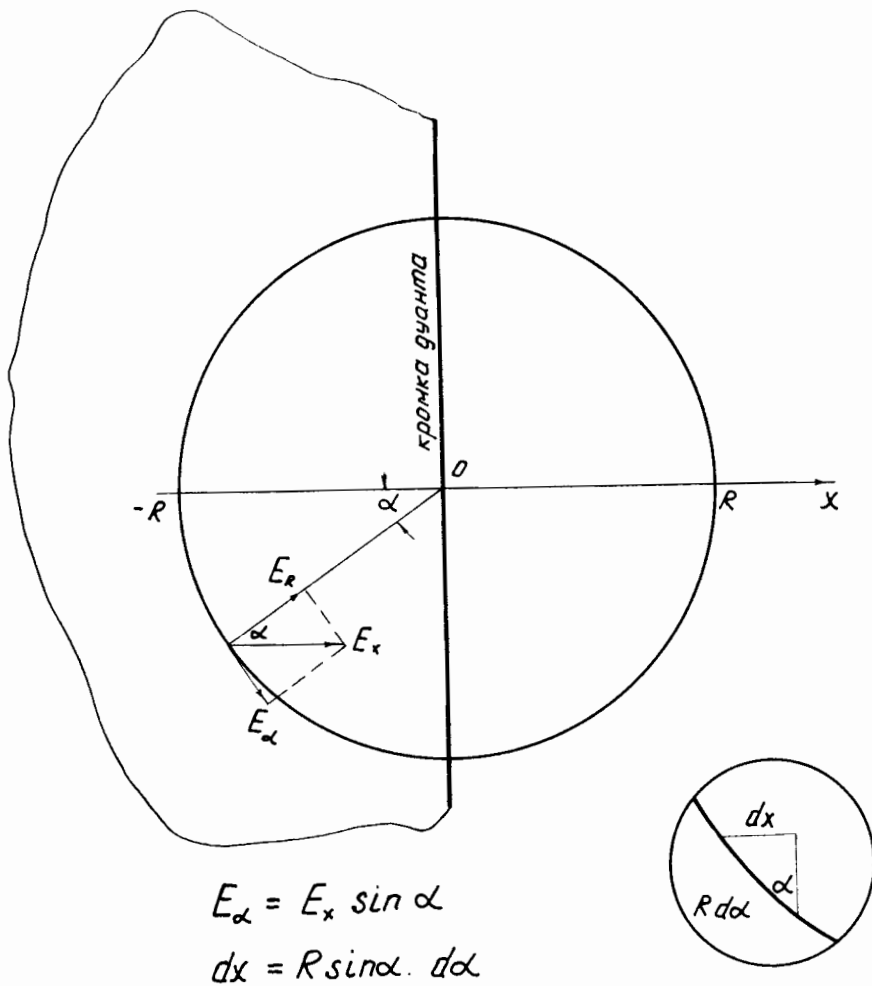


Рис. 10. Обозначения, используемые при расчете максимального набора энергии за оборот.

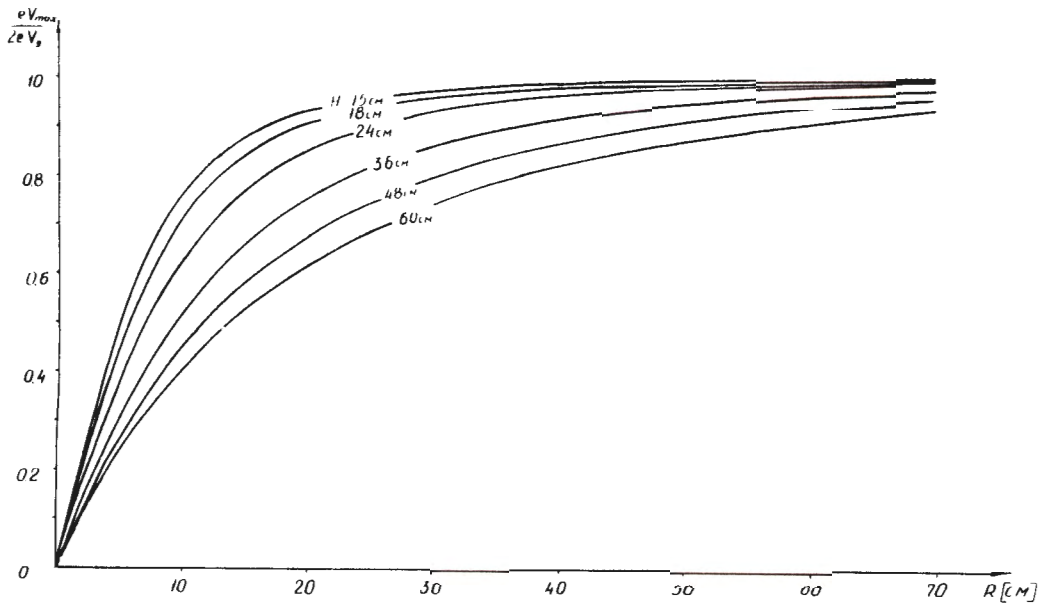


Рис. 11. Относительный набор энергии за оборот в зависимости от радиуса орбиты: апертура катоды H , апертура дуанта $h = 12$ см.

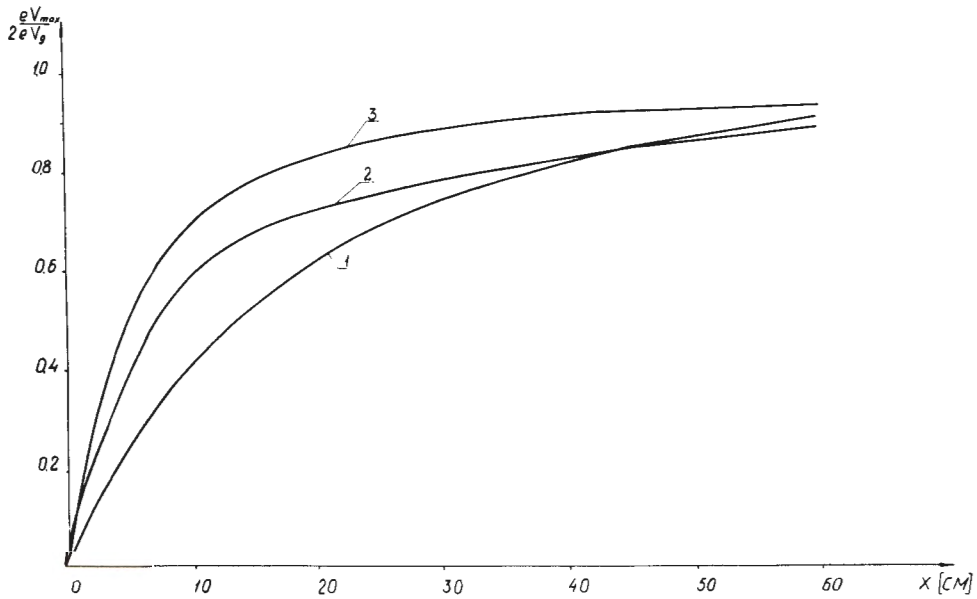


Рис. 12. Сравнение кривых относительного набора энергии за оборот.

1. Набор при отсутствии ионного источника (распределение поля рассчитано в данной работе).
2. Набор при наличии ионного источника (распределение поля измерено в электролитической ванне).
3. Набор, рассчитанный по формуле $\frac{eV_{\max}}{2eV_0} = \sqrt{\left(\frac{h}{\pi R}\right)^2 + 1} - \frac{h}{\pi R}$.

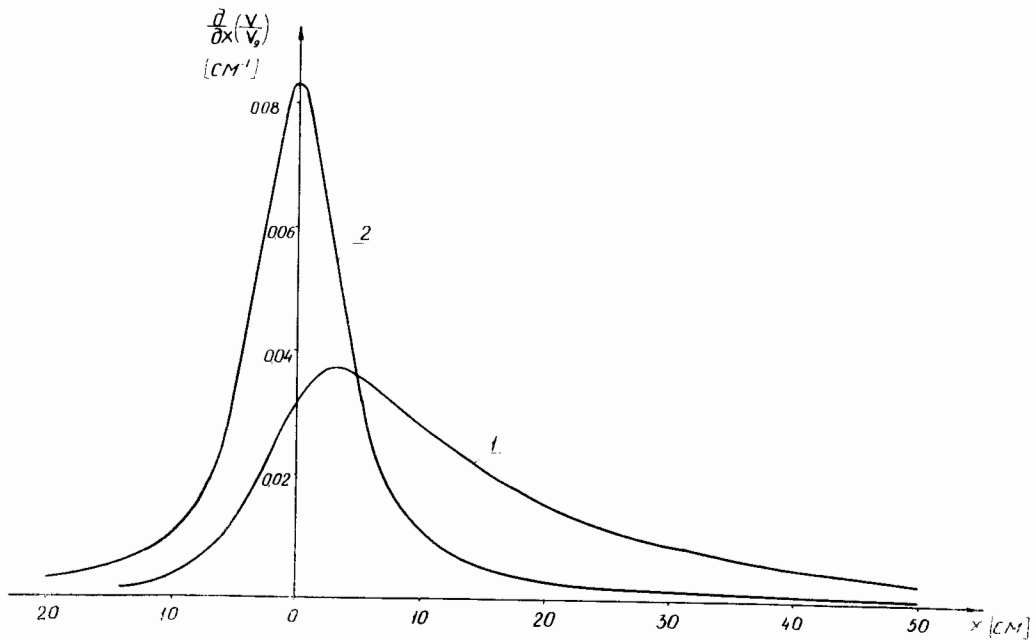


Рис. 13. Распределение электрического поля в медианной плоскости синхроциклотрона; 1 - поле рассчитано в данной работе, 2 - поле рассчитано по формуле

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v}{V_0} \right) = \frac{1}{h! \left[1 + \left(\frac{\pi x}{h} \right)^2 \right]}$$