СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

18-97-409

А.А.Старцев[1], Е.А.Федына[1], А.Е.Шиканов[1], С.Б.Борзаков

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСЛА КОМПОНЕНТ ВРЕМЕННОГО СПЕКТРА ЯДЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ, ПРЕДСТАВЛЯЮЩЕГО СОБОЙ СУММУ УБЫВАЮЩИХ ЭКСПОНЕНТ

[1]Институт геофизических и радиационных технологий Международной академии наук Высшей школы, г.Москва

1997

В работе [1] предложен алгоритм обработки экспоненциально спадающих временных спектров, порождаемых вторичными ядерными излучениями при высоком уровне стохастических помех. Он сводится к численному решению задачи декомпозиции сигнала вида

$$F(t) = \sum_{m=1}^{M} a_m \exp(-\lambda_m t) \tag{1}$$

путем независимого определения декрементов затухания λ_m и амплитуд a_m с использованием переопределенных систем линейных алгебраических уравнений, коэффициенты которых содержат измеренные параметры исследуемого временного спектра

$$f_j = f(t_j) = F(t_j) + h_j = F_j + h_j, \tag{2}$$

где h_j - случайные числа, соответствующие шумам, сопровождающим измерение, $f(t)$ - временной сигнал, искаженный шумами $h(t)$:

$$f(t) = F(t) + h(t), \tag{3}$$

$t_j = t_{j-1} + \Delta t$ $(j = 1 \div n)$ - узловые точки, $T = n\,\Delta t$ - временная база измерений, n $(n > M)$ - число узлов (временных каналов).

Сигналы вида (1) описывают временные спектры тепловых нейтронов, образуемых в горной породе при проведении импульсного нейтронного каротажа (ИНК) [1], ядерных излучений образцов, исследуемых на элементный состав методами активационного анализа [2], запаздывающих нейтронов делящихся ядер [3] и т.д. На практике при анализе временных спектров ЗН или ИНК не всегда имеется однозначная информация о количестве экспоненциальных компонент в сигнале. Поэтому процедуре декомпозиции сигнала вида (1) должна предшествовать процедура определения числа M - количества экспонент в сигнале.

При построении алгоритма определения M будем следовать идее, изложенной в работе [4]. Без ограничения общности положим n четным и рассмотрим симметричную матрицу G

$$G = \begin{pmatrix} F_1 & F_2 & \dots & F_{n/2} \\ F_2 & F_3 & \dots & F_{n/2+1} \\ . & . & . & . \\ F_{n/2} & F_{n/2+1} & \dots & F_{n-1} \end{pmatrix}. \tag{4}$$

Оказывается, что матрица G имеет $n/2-M$ нулевых собственных значений и M ненулевых собственных значений [4]. Таким образом, определение числа экспоненциальных компонент, представляющих функцию $F(t)$, сводится к нахождению числа ненулевых корней характеристического многочлена матрицы G.

Построим матрицу g

$$g = \begin{pmatrix} f_1 & f_2 & \dots & f_{n/2} \\ f_2 & f_3 & \dots & f_{n/2+1} \\ .. & .. & .. & .. \\ f_{n/2} & f_{n/2+1} & \dots & f_{n-1} \end{pmatrix}. \tag{5}$$

Матрица g представима в виде $g = G + \Delta g$, где g - симметричная матрица погрешностей измерений f_j. Пусть ρ и μ - собственные значения матриц G и g. Обозначим изменение собственных значений матрицы G из-за экспериментальных погрешностей через $\Delta\mu = \mu - \rho$. Известно, что собственные значения матрицы по своему абсолютному значению ограничены сверху нормой матрицы [5]. Поскольку изменение собственных значений $\Delta\mu$ ограничивается сверху, то наилучшую оценку дает норма, подчиненная евклидовой норме вектора. Такой нормой является спектральная норма матрицы, определяемая как максимальное из собственных значений. Таким образом, за оценку числа компонент в разложении функции $f(t)$ следует принять число собственных значений матрицы g, превосходящих по абсолютному значению спектральную норму матрицы погрешностей измерения $||\Delta\mu||_{сп}$. Важным свойством данного алгоритма является то, что: а) число m экспоненциальных компонент искаженной функции $f(t)$ ограничено сверху числом M - точным числом компонент в разложении функции $F(t)$ и б) при стремлении $h(t)$ к нулю получаемые значения m образуют неубывающую последовательность целых чисел, сходящуюся к числу M. Данный алгоритм не связан с нахождением оценок параметров a_m и λ_m, при этом процедура оценки числа компонент должна предшествовать процедуре нахождения оценок a_m и λ_m.

Изложенный алгоритм был реализован нами в виде фортран-программы и протестирован на примерах функций, представляющих собой сумму экспоненциально затухающих компонент при различных уровнях стохастических помех, имеющих пуассоновское распределение. В качестве примера приведем результаты моделирования трехкомпонентной функции

$$f_j = Q\sum_{m=1}^{3} a_m \exp(-\lambda_m t), \qquad (6)$$

где множитель Q задает порядок числа событий, регистрируемых детектором, и позволяет управлять моделированием статистики. В рассматриваемом примере взяты следующие параметры функции f: $a_1 = a_2 = a_3 = 1$; $\lambda_1 =$ 10 1/мкс, $\lambda_2 = 4$ 1/мкс, $\lambda_3 = 2$ 1/мкс, $\Delta t = 50$ мкс, $n = 40$ временных каналов. Для невозмущенной функции f три наибольшие из собственных значений матрицы g, проиндексированные в порядке убывания, равны: $\mu_1 = 3{,}134$,

$\mu_2 = 0{,}272$, $\mu_3 = 0{,}0097$, остальные 17 собственных значений матрицы оказываются меньше 10^{-16}, т. е. с машинной точностью равны нулю. Результаты оценки числа экспоненциальных компонент при различной степени искажения функции $f(t)$ статистическими помехами приведены в таблице:

Q	10^6	10^3	10^2
μ_1	3.131	3.122	3.105
μ_2	0.207	0.222	0.260
μ_3	0.0097	0.0371	0.100
μ_4	0.0011	0.0342	0.085
....	....	....	....
$\|\|\Delta\mu\|\|_{сп}$	0.0032	0.118	0.370
m	3	2	1

При ухудшении статистики, с одной стороны, возрастает величина спектральной нормы матрицы погрешностей измерений и, с другой стороны, увеличиваются собственные значения μ_i матрицы g для $i>M$, где M - точное значение числа экспоненциальных компонент функции $f(t)$. В самом деле, например, при Q = 10^3 из трехкомпонентной функции в данном примере можно выделить только две компоненты. Попытка выделения трех компонент приведет к неустойчивости решения и полученные при этом амплитуды и декременты затухания могут существенно отличаться от истинных величин.

В заключение отметим, что данный алгоритм позволяет оптимизировать выбор временной базы, ширины временных каналов и начальную временную задержку при обработке временных спектров нейтронов для наилучшей оценки амплитуд и декрементов затухания компонент сигнала ЗН и ИНК при имеющейся статистике.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.А. Старцев, А.Е. Шиканов и др., Сообщение ОИЯИ, 18-96-338, Дубна, 1996.
2. И.А. Маслов, В.А. Лукшицкий, Справочник по нейтронному активационному анализу, Наука, Ленинград, 1971.
3. Keepin G.R., Physics of Nuclear Kinetics, Addison Wesley, Reading Mass., 1965.
4. П.Н. Заикин, В.Н. Моисеев, сб. Некоторые вопросы автоматизированной обработки и интерпретации физического эксперимента, вып. 1, Изд-во МГУ, М., 1973, стр. 101-108.
5. Д.К. Фадеев, В.Н. Фадеева, Вычислительные методы линейной алгебры, Физматгиз, М., 1960.

Старцев А.А. и др.

18-97-409

Определение числа компонент временного спектра ядерного излучения, представляющего собой сумму убывающих экспонент

При анализе экспоненциально спадающих временных спектров ядерного излучения не всегда имеется однозначная информация о количестве экспонент в спектре. В данной работе описан алгоритм определения числа экспонент в анализируемом спектре.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики им. И.М.Франка ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1997

Перевод авторов

Startsev A.A. et al.

18-97-409

Determination of a Number of Components in Time Spectrum of Nuclear Radiation, which is Described by a Sum of Decaying Exponents

In some cases there is not definite information about a number of exponents when the analysis of exponentially decaying spectra is carried out. The algorithm which allows one to determine the number of exponents in a spectrum is described.

The investigation has been performed at the Frank Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1997