



СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

18-96-338

А.А.Старцев*, А.Е.Шиканов*, С.Б.Борзаков

К ВОПРОСУ ОБ ИНТЕРПРЕТАЦИИ СИГНАЛОВ
ИМПУЛЬСНОГО НЕЙТРОННОГО КАРОТАЖА

*Институт геофизических и радиационных технологий Международной академии наук высшей школы, г.Раменское, Московская область

1996

К вопросу об интерпретации сигналов импульсного нейтронного каротажа

Предлагается устойчивый алгоритм разложения сигналов импульсного нейтронного каротажа (ИНК) на экспоненциальные компоненты и вычисления параметров (амплитуд и декрементов) этих компонент. Приводится пример разложения сигнала ИНК при низкой статистике.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики им. И.М.Франка ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1996

On the Interpretation of the Pulsed Neutron Carotage Signals

A stable algorithm of expansion of the pulsed neutron carotage (PNC) signals into a series of exponents and calculation of the parameters (amplitudes and decrements) of the exponents is proposed. The PNC signal expansion at low statistics is exemplified.

The investigation has been performed at the Frank Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Известно [1], что сигнал импульсного нейтронного каротажа (ИНК) $J(t)$ для t , превышающих некоторое значение t_0 , зависящее в общем случае от свойств пласта и скважины, с хорошим приближением может быть представлен в виде суммы убывающих экспонент:

$$J(t) = \sum_{s=1}^L A_s \exp(-\lambda_s t), \quad (1)$$

где $\lambda_s > 0$ - декременты затухания плотности тепловых нейтронов для различных радиальных зон окружающих каротажный прибор в скважине, $A_s \geq 0$ - соответствующие амплитуды.

Есть публикации [2,3], в которых предлагаются методы декомпозиции сигналов типа (1) на отдельные экспоненты. Однако реализация этих методов предполагает наличие хорошей статистики измерений, что не всегда достижимо при проведении ИНК скважин.

Функция (1) равно, как и каждая ее составляющая, являются решением однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами

$$Ay = \prod_{s=1}^L (d/dt + \lambda_s)y = 0. \quad (2)$$

Оператор A может быть представлен также в виде

$$A = \sum_{r=0}^L \alpha_r (d'/dt)^r, \quad \alpha_L = 1. \quad (3)$$

При этом коэффициенты α_r заведомо ограничены, т.е. существует число $a > 0$ такое, что $\sum |\alpha_r| \leq a$. Обобщенная теорема Виетта устанавливает однозначную связь между числами λ_s и коэффициентами α_r :

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \prod_{s=1}^L \lambda_s, \\ \alpha_1 &= \sum_{r=1}^L \prod_{s=1}^L \lambda_s \end{aligned} \quad (4)$$

$$\alpha_{L-1} = \sum_{s=1}^L \lambda_s.$$

Таким образом, задачу нахождения декрементов λ_s , несущих информацию о поглощающих свойствах пласта и скважины, можно свести к нахождению коэффициентов α_r .

Используя методы регрессии; в принципе, можно найти некоторое приближение к функции $J(t)$, подстановка которого в (2) дает уравнение для определения коэффициентов α_r . Такой прямой подход, однако, сопряжен с трудностями устойчивого вычисления фигурирующих в (2) производных от функций, аппроксимирующих случайную функцию $J(t)$. Поэтому для определения α_r мы предлагаем использовать уравнение, получаемое после подстановки $J(t)$ в (2) и $(L+1)$ -кратного интегрирования. Это уравнение имеет вид

$$\sum_{r=0}^L (-1)^r \alpha_{L-r} \int_t^{\infty} du_1 \int_{u_1}^{\infty} du_2 \dots \int_{u_{r-1}}^{\infty} S^0(u_r) du_r = 0, \quad (5)$$

$$S^0(u) = \int_u^{\infty} J(x) dx. \quad (6)$$

Введем функции $S^r(u)$:

$$S^r(u) = \int_u^{\infty} S^{r-1}(x) dx, \quad (7)$$

тогда уравнение (5) может быть записано в более компактном виде:

$$\sum_{r=0}^L (-1)^r \alpha_{L-r} S_r(t) = 0. \quad (8)$$

Уравнение (8) может служить аппаратом для нахождения коэффициентов α_r оператора A .

Поскольку временная база при ИНК ограничена ($0 \leq t \leq t_1$), введем функции $S_r^1(t)$:

$$S_r^1(u) = S^0(u) - \int_t^{\infty} J(x) dx, \quad (9)$$

$$S_r^l(u) = \int_{u_0}^{\infty} S_r^{l-1}(x) dx, \quad r=1, L. \quad (10)$$

Оценим погрешность, возникающую при замене бесконечных пределов интегрирования в (6) и (7) на конечные, равные t_l . Для этого покажем сначала, что для любых $t \in (t_0, \infty)$ и $r = 0+L$ существуют числа $\lambda_0 > 0$ и $A > 0$, не зависящие от t и r , такие, что выполняется неравенство

$$0 \leq | \exp(\lambda_0 t) (d^r J(t)/dt^r) | < A. \quad (11)$$

Действительно, так как $\lambda_s > 0$ для любого $s \leq L$, то существует λ_0 такое, что

$$0 < \lambda_0 < \min\{\lambda_s\}, \quad s=1, L,$$

и справедлива следующая цепочка неравенств:

$$| \exp(\lambda_0 t) (d^r J(t)/dt^r) | \leq \sum_{s=1}^L A_s \lambda_s^r \exp[(\lambda_0 - \lambda_s)t] < < \sum_{s=1}^L A_s \lambda_s^r \leq \max_{r=0, L} \sum_{s=1}^L A_s \lambda_s^r = A > 0.$$

Для $r=0$ с учетом (11) получается следующая оценка:

$$E_0(t, t_l) = S^0(t) - S_l^0(t) \leq (A/\lambda_0) \exp(-\lambda_0 t) = B_0 \exp(-\lambda_0 t). \quad (12)$$

При $r=1$, используя неравенства (11) и (12), получаем

$$E_1(t, t_l) = S^1(t) - S_l^1(t) \leq (B_0/\lambda_0)[(t_l - t_0) + 1/\lambda_0] \exp(-\lambda_0 t) = B_1 \exp(-\lambda_0 t). \quad (13)$$

По индукции аналогичные оценки получаются для произвольного r :

$$E_r(t, t_l) = S^r(t) - S_l^r(t) \leq [(t_l - t_0) B_{r-1} + B_0/\lambda_0] \exp(\lambda_0 t) = B_r \exp(-\lambda_0 t) \leq B \exp(-\lambda_0 t), \quad (14)$$

где $B = \max\{B_r\}, \quad r=0..L.$

Уравнение (8) может быть переписано в виде

$$\sum_{r=0}^L (-1)^r \alpha_{L-r} S_l^r(t) + g(t, t_l) = 0. \quad (15)$$

Функция $g(t, t_l)$, определяющая точность аппроксимации уравнения (8) при замене $S^r(t)$ на $S_l^r(t)$, допускает согласно (14) следующую оценку:

$$|g(t, t_l)| \leq \sum_{r=0}^L |\alpha_{L-r}| E_r(t, t_l) < B \exp(-\lambda_0 t). \quad (16)$$

При проведении ИНК наблюдаемыми величинами являются случайные векторы $N_i^{(m)}$:

$$N_i^{(m)} = \varphi_m \int_{t_{i-1}}^{t_i} J(t) dt, \quad t_i \in [t_0, t_l] \subset [t_0, \infty), \quad i=0, L, \quad (17)$$

где φ_m - случайная функция, обусловленная наличием статистической погрешности измерений и возможными флуктуациями выхода нейтронов, m - номер измерения. Случайная функция φ_m удовлетворяет очевидному условию

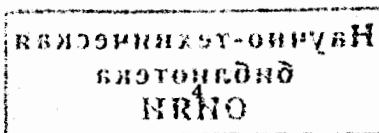
$$\langle \varphi_m \rangle = \lim_{M \rightarrow \infty} (1/M) \sum_{m=1}^M \varphi_m = 1. \quad (18)$$

Число M по своему физическому смыслу означает количество нейтронных вспышек излучателя каротажного прибора за время прохождения одного кванта глубины h :

$$M = E(h f / v),$$

а m означает номер отдельной нейтронной вспышки на данном кванте глубины. Здесь v - скорость каротажа, f - частота следования нейтронных вспышек, $E(x)$ - оператор выделения целой части числа x .

Интервал интегрирования в (5) $\Delta_i = [t_{i-1}, t_i]$ принято называть временным окном с номером i . При этом $N_i^{(m)}$ приобретает



физический смысл интегрального счета тепловых нейтронов в окне Δ_i за время, соответствующее m вспешкам генератора нейтронов.

Введем функцию $S_{IM}^0(t)$:

$$S_{IM}^0(t_i) = (1/M) \sum_{j=i+1}^I \sum_{m=1}^M N_j(m), \quad (19)$$

имеющую смысл интегрального счета тепловых нейтронов, накопленных на временной базе $t_i \leq t \leq t_l$ при прохождении прибором кванта глубины h , причем

$$S_l^0(t_i) = \lim_{M \rightarrow \infty} S_{IM}^0(t_i). \quad (20)$$

Потребуем удовлетворения уравнения (15) в узловых точках t_i и заменим интегралы в выражениях (9) и (10) приближенными суммами с использованием квадратурных формул с весовыми коэффициентами P_i^j . Тогда, полагая $g(t_i, t_l) = 0$, получаем приближенную систему линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов α_r :

$$\sum_{r=0}^{L-1} R_{ir} \alpha_r = b_i, \quad i=0, I, \quad (21)$$

в которой введены следующие обозначения:

$$b_i = S_{IM}^0(t_i). \quad (22)$$

На практике число временных окон значительно превышает количество выделяемых экспоненциальных составляющих сигнала ИНК $J(t)$. Поэтому $I \gg L$ и система (21) оказывается переопределенной. Для ее решения можно воспользоваться методом неопределенных множителей Лагранжа [2]. Задавая регуляризирующим множителем γ , будем находить коэффициенты α_r из условия минимума положительно определенной квадратичной по α_r формы:

$$\Phi(\omega, \gamma, b, \alpha) = \sum_{i=0}^I \omega_i (b_i - \sum_{r=0}^{L-1} R_{ir} \alpha_r)^2 + \gamma \sum_{r=0}^{L-1} \alpha_r^2. \quad (23)$$

Приравнивая нулю частные производные от квадратичной формы Φ , приходим к линейной системе алгебраических уравнений относительно α_r с квадратной матрицей:

$$\sum_{r=0}^{L-1} q_{nr}(\omega, \gamma) \alpha_r = f_n(\omega), \quad n=0, L-1, \quad (24)$$

где введены обозначения

$$q_{nr}(\omega, \gamma) = \sum_{i=0}^I R_{ir} \omega_i R_{in} + \gamma \delta_{nr},$$

$$f_n(\omega) = \sum_{i=0}^I \omega_i b_i R_{in}, \quad (25)$$

δ_{nr} - символ Кронекера. Система уравнений (24) может быть использована для численного нахождения коэффициентов α_r стандартными методами. Весовые множители ω_i , параметр γ и ширины временных окон Δ_i подбираются путем минимизации погрешности при решении тестовых задач. Решение системы уравнений (4) для нахождения декрементов затухания плотности тепловых нейтронов λ_s осуществляется стандартными методами решения алгебраических уравнений L -го порядка, к которым может быть сведена эта система уравнений.

Нахождение амплитуд A_s экспоненциальных составляющих сигнала ИНК также может быть реализовано с помощью метода неопределенных множителей Лагранжа путем минимизации по A_s квадратичной формы:

$$\Phi(\omega, \gamma, b, A) = \sum_{i=0}^I \omega_i [M b_i - \sum_{s=1}^L A_s (\exp(-\lambda_s t_i) - \exp(-\lambda_s t_l)) / \lambda_s]^2 + \gamma \sum_{s=1}^L A_s^2. \quad (26)$$

Аналогично процедуре получения системы уравнений (24) приходим к системе линейных алгебраических уравнений относительно A_s :

$$\sum_{r=0}^L q_{nr}(\omega, \gamma) A_r = f_n(\omega), \quad n=0..L, \quad (27)$$

с квадратной матрицей

$$q_{nr}(\omega) = \sum_{i=0}^I \omega_i [exp(-\lambda_{ni}t) - exp(-\lambda_{nr}t)] [exp(-\lambda_{ni}t) - exp(-\lambda_{nr}t)] / \lambda_n \lambda_r + \delta_{nr} \quad (28)$$

и правой частью

$$f_n(\omega) = M \sum_{i=0}^I \omega_i b_i [exp(-\lambda_{ni}t) - exp(\lambda_{nr}t)] / \lambda_n. \quad (29)$$

Система (27) может быть использована для численного нахождения амплитуд A_S стандартными методами линейной алгебры. Коэффициенты ω_i и множитель Лагранжа γ , как и в случае системы уравнений (24), подбираются путем математического эксперимента по минимизации погрешности аппроксимации сигнала ИНК. Рассмотрим пример конкретной реализации алгоритма для случая $L=2$. Проведенный анализ большого объема скважинных измерений показывает, что во всей области геолого-технических условий каротажа, кроме, возможно, случая больших каверн или наличия проникновения в пласт нейтронно-меченого раствора в технологиях закачек, сигнал ИНК может быть представлен в виде суммы двух экспоненциальных убывающих компонент. Долгоживущая компонента несет информацию о нейтронных свойствах пласта, а короткоживущая компонента - о нейтронных свойствах околоскважинного пространства. Заметим, что околоскважинное пространство имеет сложную радиальную структуру, составляющие которой резко контрастируют друг с другом как по нейтронно-поглощающим, так и по нейтронно-рассеивающим свойствам. Однако гомогенизация нейтронным полем нейтронных параметров околоскважинной среды приводит к тому, что последняя описывается одной (короткоживущей) компонентой.

На рисунке 1 изображены измеренный сигнал ИНК, восстановленный за мертвое время, а также долгоживущая и короткоживущая компоненты, вычисленные согласно представленному выше алгоритму. Измерения проводились в обсаженной скважине против плотного карбонатного пласта; скорость каротажа - 120 м/час; квант глубины - 10 см. Временная база от 0 до 2000 мкс была разбита на 100 временных окон шириной 20 мкс. Результат расчета: $\lambda_1 = 2.1$ 1/мс и $\lambda_2 = 8.9$ 1/мс. Устойчивость алгоритма декомпозиции тестировалась на материалах измерений на натуральных моделях, а

также математическим моделированием. Алгоритм декомпозиции включен в программу обработки данных ИНК.

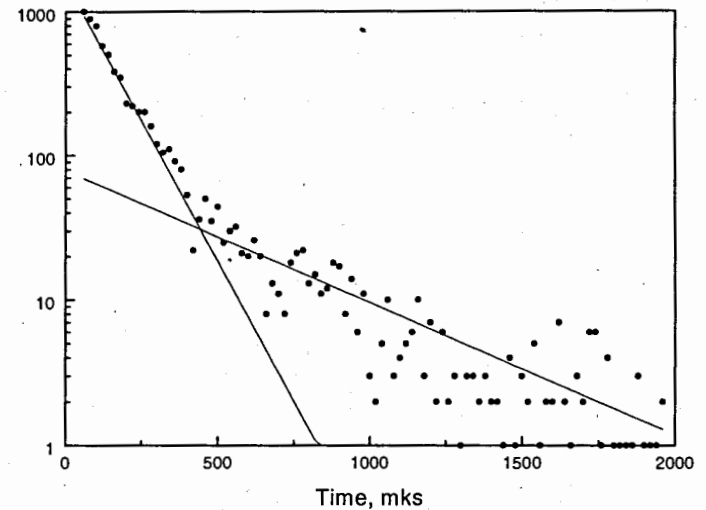


Рис. 1. Сигнал ИНК (счет нейтронов во временном окне 20 мкс). 1 - короткоживущая (скважинная) компонента, 2 - долгоживущая (пластовая) компонента

Аналогичная задача возникает при исследовании выхода запаздывающих нейтронов (ЗН) делящихся ядер. В настоящее время зависимость выхода ЗН от времени описывается с помощью формулы (1), в которую входят 6 слагаемых /4/. Для развития физики реакторов необходимо более точное знание параметров λ_i и A_i . Мы надеемся, что развитый в данной работе метод поможет в описании данных по ЗН, полученных в последнее время в ЛНФ ОИЯИ /5/.

В заключение, авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность В.И.Фурману и Ю.С.Замятнину за поддержку данной работы и многочисленные обсуждения.

Литература.

1. Одинокое В.П., Сребродольский Д.М., Денисик Ф.Ц. и др., В сб.: Ядерная геофизика (ВНИИЯГТ), 1968, вып. 3, стр. 97.
2. Gardner D.G. et.al. J. Chem. Phys., 1959, v. 31, p. 978.
3. Schlessinger J. NIM, 1973, v. 106, p. 503.
4. Keepin G.R., Physics of Nuclear Kinetics, Addison Wesley, Reading. Mass., 1965.
5. Борзаков С.Б. и др. Атомная энергия, 1995, т. 79, вып. 3, с. 231.

Рукопись поступила в издательский отдел
13 сентября 1996 года.