сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

18-81-189

И.П.Недялков

ОБ ОДНОЙ ВОЗМОЖНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ЗЕМЛИ ПРИ ПОМОЩИ НЕЙТРИННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

1981

§1. ВВЕДЕНИЕ

Хорошо известна огромная проникающая способность нейтрино. По сути дела она используется в эксперименте Дейвиса[1,2] для измерения температуры в центральных областях Солнца при помощи нейтрино, которые рождаются в ядерных реакциях, протекающих в солнечной плазме. Благодаря ничтожно малому сечению при соударении с частицами солнечной материи, эти нейтрино проходят через все Солнце, т.е. расстояние в 10^{11}см, и регистрируются земными приборами. Предложен и ряд других впечатляющих нейтринных экспериментов, включающих такие, при которых нейтрино проходит через всю Землю[2]. Однако, насколько известно автору, за исключением нескольких работ последнего времени[3-6], нигде не обсуждалась возможность экспериментального определения функции распределения плотности Земли на основе информации об ослаблении мощных нейтринных пучков, проходящих через всю Землю, и последующей обработки этой информации при помощи методов компьютерной томографии.

Объясним более подробно, о чем идет речь. Пусть область g /в данном случае круг/, ограниченная контуром s /в данном случае окружность/, является сечением некоторой плоскости Π с земным шаром. Пусть $P'\in s$ и $P''\in s$ - какие-нибудь точки. Пропустим через P' и P'' нейтринный пучок. Обозначим через N'_ν соотв. N''_ν его интенсивность в P', соотв. P''. Если N'_ν и N''_ν известны из измерений, то тем самым определена и средняя плотность вдоль пучка $\bar{D}(P',P'')=\frac{1}{\ell}\int_0^\ell D(\zeta)d\zeta$, /$\ell = P',P''$, ζ - координата вдоль пучка/, которая, как известно из физики, пропорциональна $\ln(N'_\nu N''^{-1}_\nu)$. Измеренная величина $\bar{D}(P',P'')$ является некоторым усреднением функции $D(x,y)$ распределения плотности в области $g+s$, где x и y - декартовы координаты точки $P\in g+s$. Очевидно, что зная некоторое усредненное значение $\bar{D}(P',P'')$ некоторой функции $D(x,y)$, ничего нельзя сказать об этой функции. Однако, если нам известны $\bar{D}(P',P'')$ для некоторого множества бесчисленных пар точек $P'\in s$ и $P''\in s$, то тогда компьютерная томография[7,8] может восстановить значение $D(x,y)$ во всей области $g+s$. В данном случае речь идет не только об одной теоретической возможности, но и об одном новом методе, который реализован и применяется как при рентгеновской, так и при ультразвуковой диагностике[8]. В [3-6] сделано частично обоснованное предложение об использовании той же методики для определения распределения $D(x,y)$ плотности Земли в сечении $g+s$, если известны усредненные значения $\bar{D}(P_j', P_j'')$ для некоторого числа пар точек P_j', P_j'', $j=1,2,\ldots$.

В настоящей работе мы рассмотрим заново этот вопрос. Будут исследованы в отдельности системы с π и k-мезонными нейтринными пучками, которые генерируются в ускорительных установках для протонных пучков с энергиями 0,4; 1; 3 и 20 ТэВ.

Исследования проводятся при помощи грубой математической модели /§2/. Подсчеты, сделанные на основе этой модели, показывают, что средствами современной техники генерирования и детектирования нейтринных пучков успешное проведение эксперимента в принципе представляется весьма вероятным /§3/, хотя и связано с большими трудностями. В §4 сформулировано несколько новых задач из области компьютерной томографии, успешное решение которых уменьшило бы затраты на проведение эксперимента и увеличило ценность полученных результатов. Суммируя соображения за и против предлагаемого эксперимента, в заключении /§5/ автор высказывает мысль о целесообразности его изучения параллельно с обсуждением и проектированием нового поколения ускорителей с тэвными и мультитэвными энергиями, а также с обсуждением программы DUMAND [2,10].

§2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Как было сказано во введении, измерительная установка состоит из источника нейтринного пучка в точке P' с интенсивностью $N_\nu'\ \nu\cdot c^{-1}$ и детектора нейтрино в точке P''. Будем предполагать, что пучок генерируется в ускорительной установке моноэнергетическим протонным пучком с интенсивностью N_p и энергией E_p, из которого рождается π-мезонный пучок с интенсивностью N_π и энергией E_π. В туннеле распада из последнего образуется интересующий нас нейтринный пучок [9]. При прохождении через земной шар расстояния $\ell = P'P''$, этот пучок регистрируется детектором в точке P''. Обозначим через N_{reg}^ν число нейтрино, зарегистрированных в P'' за 1 с. Предположим, что область рождения нейтрино можно рассматривать как точку $O \equiv P'$, что эта точка является началом локальной декартовой системы координат $O\xi\eta\zeta$, что ось $O\zeta$ проходит через точку P'' и что она совпадает с осью нейтринного пучка. Кроме того, π-мезонный пучок будем рассматривать как моноэнергетический. При этих предпосылках N_{reg}^ν можно определить при помощи формулы

$$N_{reg}^\nu = \int_0^\psi A(\theta) B(\theta)\, 2\pi\theta d\theta, \qquad /1/$$

где $\theta = \measuredangle MP'P''$, причем M - произвольная точка в детекторе.

В /1/ $A(\Theta)$ дает плотность ослабленного пучка после прохождения им отрезка ℓ через Землю, а $B(\Theta)$ выражает долю нейтринного потока, которая регистрируется детектором. Значения $A(\Theta)$, $B(\Theta)$ и интеграла /1/ приведены в [5]. Здесь мы воспользуемся грубой математической моделью, в которой $A(\Theta)$ и $B(\Theta)$ заменены их усредненными в интервале $0 \le \Theta \le \psi$ значениями $\bar{A}$, соотв. $\bar{B}$, где $\psi = \frac{m_\pi}{E_\pi}$ / m_π - масса π-мезона/ - угол конуса, на котором энергия нейтрино уменьшается в два раза. Внутри этого конуса проходит половина нейтринного потока. При сделанных предположениях вместо /1/ имеем

$$N_{reg}^\nu = \bar{A}\bar{B}_\alpha, \qquad /2/$$

где

$$\bar{A} = N_\nu' \exp[-0{,}50\cdot 10^{-11} D_0\, \ell E_\pi E_0^{-1} \kappa\beta I],$$

$$\bar{B} = 0{,}50\cdot 10^{-11} D_{det} H_{det} E_\pi E_0^{-1} \kappa\beta.$$

В этих формулах D_0 - средняя плотность Земного шара, $\kappa = 1 - m_\mu^2 m_\pi^{-2}$, где m_μ - масса μ-мезона, $E_0 = 1$ ТэВ, D_{det} - плотность чувствительного вещества детектора, H_{det} - высота детектора и $I = \int_0^\ell \frac{D(\zeta)}{D_0} d(\frac{\zeta}{\ell})$ - среднее значение безразмерного интеграла плотности вдоль отрезка $P'P''$. Коэффициент $0{,}50\cdot 10^{-11}$ получен из умножения числа Авогадро $0{,}606\cdot 10^{24}$ на коэффициент $0{,}83\cdot 10^{-35}$ в формуле [10]

$$\sigma_\nu = 0{,}83\cdot 10^{-35} E_\nu E_0^{-1} \qquad /3/$$

для сечения σ_ν реакции $\nu_\mu + N \to \mu^-$ + адроны, порождаемой нейтрино с энергией E_ν.

В /2/ фигурируют еще величины α и β, которые определяются так: $\alpha = \theta^2 \psi^{-2}$, $\beta = 1$, если $\psi > \theta$ и $\alpha = 0{,}5$, $\beta = \ln 2$, если $\psi < \theta$, где $\theta = R_{det}\cdot \ell^{-1}$, причем R_{det} - радиус детектора, форма которого по предположению - круглый цилиндр.

Очевидно, что нужная для компьютерной томографии величина $\bar{D}(P', P'')$ вычисляется через I, а для нахождения самого I необходимо измерить N_{reg}^ν и N_ν'.

Экспонента в выражении для $\bar{A}$ - малая величина, а $I \approx 1$. Поэтому можно представить /2/ в виде

$$N_{reg}^\nu = a(1 - bI), \qquad /4/$$

где

$$a = 0{,}50\cdot 10^{-11} D_{det} H_{det} E_\pi E_0^{-1} \kappa\alpha\beta N_\nu',$$

$$b = 0{,}50\cdot 10^{-11} D_0\, \ell E_\pi E_0^{-1} \kappa\beta.$$

В /2/ фигурирует величина $E^*_\nu = E_\pi \kappa$, как в экспоненте, так и в виде множителя перед экспонентой, т.е. /2/ можно записать и в виде $N^\nu_{reg} = k_0 E^*_\nu \exp[-k_1 E^*_\nu]$. Из этой записи видно, что при всех прочих одинаковых условиях N^ν_{reg} достигает максимума, если $E^*_\nu = E^{opt}_\nu = k_1^{-1}$. Отсюда получаем

$$E^{opt}_\nu \cdot E^{-1} = (0{,}50 \cdot 10^{-11} D_0 \ell \beta I)^{-1} . \qquad /5/$$

При очень больших энергиях сечение σ_ν перестает расти линейно с E_ν. Тогда вместо формулы /3/ можно использовать приближенную формулу [10]

$$\sigma_\nu \approx \left(\frac{E_0}{E_1} + \frac{E_0}{E_\nu}\right)^{-1} \cdot 10^{-35}, \qquad /6/$$

где $E_0 = 1$ ТэВ и $E_1 = 12$ ТэВ. В этом случае E^{opt}_ν вычисляется выражением

$$E^{opt}_\nu E_0^{-1} = \left(1{,}5 \cdot 10^{-12} \frac{M}{R^2} - \frac{1}{12}\right)^{-1} , \qquad /7/$$

которое получено тем же способом, что и /5/. В /7/ M и R означают соответственно массу и радиус небесного тела.

Данные о множественности и энергии вторичных π-мезонов, генерированных на мишени протонным пучком, грубо оценим при помощи формул, которые часто используются в физике космических лучей. Для средней множественности вторичных π-мезонов будем использовать формулу $\langle n_\pi \rangle = 0{,}85 \langle n \rangle$ /см. рис.2 работы [15]/, где $\langle n \rangle = 11{,}2 (E_p E_0^{-1})^{1/4}$ - средняя множественность заряженных частиц для pp-соударений /см. рис.1 работы [12]/. Для среднего коэффициента неупругости вторичных π-мезонов примем значение $K^\pi_{inel} = 0{,}45$. /В [13] предложено значение $\bar{K}^\pi_{inel} = 0{,}42$/. Соответствующие величины для вторичных K-мезонов будем оценивать по формулам $\langle n_K \rangle \approx 0{,}07 \langle n \rangle$ и $\bar{K}^K_{inel} \approx 0{,}05$.

§3. АНАЛИЗ ПАРАМЕТРОВ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Начнем с определения значения E^{opt}_ν нейтринного пучка, при котором описанная измерительная установка в применении к Земле имела бы наибольшую чувствительность. E^{opt}_ν можно грубо оценить при помощи /5/, но мы будем пользоваться формулой /7/, которая дает более точные результаты. Для сравнения с теми же формулами, оценим E^{opt}_ν и для некоторых других небесных тел. Результаты расчетов приведены в табл.1.

Результаты этих расчетов имели бы некоторую ценность в применении к нейтронной звезде, белому карлику и даже к Солнцу, если найдутся совершенно новые, достаточно компактные устрой-

Таблица 1

Энергии E^{opt}_ν для некоторых небесных тел, при которых описанная измерительная установка имела бы максимальную чувствительность

Небесное тело	По какой формуле сделан расчет
Нейтронная звезда	($m \approx m_\odot$; $R \approx 10^{-5} R_\odot$); $E^{opt}_\nu = 150$ эВ. Расчет сделан по /5/.
Белый карлик	($m \approx m_\odot$; $R = 10^{-2} R_\odot$); $E^{opt}_\nu = 150$ эВ. Расчет сделан по /5/.
Солнце	$E^{opt}_\nu = 1{,}5$ ТэВ согласно /5/; $E^{opt}_\nu = 1{,}7$ ТэВ - согласно /7/.
Земля	$E^{opt}_\nu = 41$ ТэВ согласно /5/*; E^{opt}_ν не существует, если расчет сделан по /7/.

*Результат верен, если $m_\omega \gg 70$ ГэВ.

ства для генерации и детектирования нейтринных пучков. Тогда можно было бы думать об изучении состава Солнца посредством современной космической техники. В более отдаленном будущем были бы мыслимы и эксперименты с белыми карликами и даже с нейтронными звездами. Такая возможность существует потому, что некоторые из этих объектов в астрофизическом плане являются нашими соседями и в принципе доступны нам в случае реализации программ, подобных программе DAEDALUS [14]. Опять нужно оговориться, что все сказанное для неземных объектов имело бы смысл, если бы были открыты новые принципы генерации и детекции нейтринных пучков.

Теперь обсудим условие выполнимости эксперимента для Земли, для которой $E^{opt}_\nu = 41$ ТэВ, если $m_\omega \gg 70$ ГэВ.

Для Земли $E^{opt}_\nu = 41$ ТэВ, тогда как в нашем исследовании максимальная энергия нейтринного пучка не будет превышать 4 ТэВ. Имея в виду, что при энергиях $E_\nu < 12$ ТэВ в оценочных вычислениях можно использовать формулу /3/ линейного роста сечения σ_ν с энергией E_ν [10], дальнейшие расчеты будем делать при помощи формулы /4/, которая выводится при предположении, что имеет место /3/.

Из $E^{opt}_\nu \approx 41$ ТэВ следует, что нейтринные пучки обсуждаемых в настоящее время ускорителей с энергиями $E_p = 1$ ТэВ, $E_p = 3$ ТэВ и $E_p = 20$ ТэВ, не так уж далеки от оптимальных. Поэтому, если предлагаемая методика применима вообще, то это должно быть доказано на основе параметров обсуждаемых в настоящее время ускорителей тэвных и мультитэвных энергий. Для сравнения целесообразно иметь в виду и один действующий большой ускоритель - церновский SPS.

Итак, мы будем изучать возможности применения обсуждаемой методики на основе параметров следующих ускорителей:

а/ SPS - ЦЕРН, E_p = 400 ГэВ, $N_p = 2{,}10^{13}$ прот./импульс

б/ Тэватрон, E_p = 1 ГэВ, $N_p \approx 5\cdot10^{13}$ прот./импульс /15/

в/ УНК - Серпухов, E_p = 3 ТэВ, $N = 6\cdot10^{14}$ прот./импульс /15/

г/ 20-тэвный ускоритель; E_p = 20 ТэВ, $N_p = 10^{15}$ прот./импульс /16/.

Чтобы облегчить сравнение, предположим, что во всех ускорителях интенсивность одинакова $N_p = 10^{12}$ прот.$с^{-1}$.

Целесообразно рассмотреть два предельных случая:

А/ широкие нейтринные пучки со сравнительно небольшим E_ν и большим N_ν;

Б/ узкие пучки, в которых E_ν имеет большие значения, но зато N_ν - меньшие значения.

А/ Широкие пучки

В табл.2 приведены значения параметров $\langle E_\pi \rangle$, N'_ν, a и b для π-мезонного пучка, полученного из вторичных π-мезонов, которые рождаются при соударении протонного пучка и мишени. Наличие магнитного рога не предполагается. Расчет сделан для R_{det} = = 0,5 км, H_{det} = 1 км, D_{det} = 1 г.$см^{-3}$, $\ell = 2R$.

Таблица 2

Параметры $\langle E_\pi \rangle$ и N'_ν нейтринного пучка, генерированного источником нейтрино при помощи распада π-мезонов; параметры детекции пучка a и b

Параметры \ Ускоритель		SPS E_p=0,4 ТэВ	Тэватрон E_p=1 ТэВ	УНК E_p=3 ТэВ	20-тэвный E_p=20 ТэВ
$\langle E_\pi \rangle$	ГэВ	23,4	47,5	109	455
N'_ν	$[\nu\cdot c^{-1}]$	$4{,}33\cdot10^{12}$	$2{,}65\cdot10^{12}$	$1{,}49\cdot10^{12}$	$1{,}18\cdot10^{12}$
a_π	$[\nu\cdot c^{-1}]$	0,94	4,95	33,3	459
b_π		$0{,}359\cdot10^{-3}$	$0{,}725\cdot10^{-3}$	$1{,}66\cdot10^{-3}$	$7{,}0\cdot10^{-3}$

При выводе формул /1/-/4/ предполагалось, что нейтринный пучок генерирован π-мезонным пучком. Но теми же формулами можно рассчитать нейтринный пучок, генерированный К-мезонным пучком. Результаты такого расчета, сделанные при предположении, что R_{det} = 0,5 км, H_{det} = 1 км, D_{det} = 1 г$\cdot$см$^{-3}$ и $\ell = 2R$, приведены в табл.3.

Таблица 3

Параметры $\langle E_k \rangle$ и N'_ν нейтринного пучка, генерированного источником нейтринного пучка при помощи распада К-мезонов; параметры детекции пучка a_k и b_k

Параметры \ Ускоритель		SPS E_p=0,4 ТэВ	Тэватрон E_p=1 ТэВ	УНК E_p=3 ТэВ	20-тэвный E_p=20 ТэВ
$\langle E_k \rangle$	ГэВ	31,8	61	148	600
N'_ν	$[\nu\cdot c^{-1}]$	$0{,}598\cdot10^{12}$	$0{,}600\cdot10^{12}$	$0{,}487\cdot10^{12}$	$0{,}284\cdot10^{12}$
a_k	$[\nu\cdot c^{-1}]$	0,058	0,48	6,2	185
b_k		$1{,}08\cdot10^{-3}$	$2{,}16\cdot10^{-3}$	$5{,}0\cdot10^{-3}$	$20{,}2\cdot10^{-3}$

Для того чтобы применить формулы компьютерной томографии, необходимо выразить I через N^{ν}_{reg}, a и b. По /4/ находим

$$I = \frac{N^{\nu}_{reg} - a}{ab} . \qquad /8/$$

Из /8/ следует, что для получения I, а заодно и D(x,y) /8/ с относительной точностью δ, необходимо измерить N^{ν}_{reg} и N'_ν с относительной точностью порядка $b\delta$. Как видно из табл.2 и 3, такая точность выходит за пределы современных технических возможностей. С другой стороны, относительная погрешность вследствие флуктуаций N'_ν равняется $\delta_\Phi \approx \frac{1}{\sqrt{N'_\nu t}}$, где t - длительность процесса измерения. Если сравнить δ и δ_Φ, то из данных табл.2 и 3 следует, что необходимое для измерения время t неоправданно мало. И, наконец, величина N^{ν}_{reg} намного больше необходимого минимального уровня, который определяется фоном космического излучения /10/. Поэтому система измерения, основанная на широком нейтринном пучке, оказывается дефектной. Она недостаточно чувствительна по отношению к точности и избыточна по отношению к интенсивности.

Другая особенность, которая бросается в глаза, - это то обстоятельство, что хотя при тэвных энергиях пучки из К-мезонных нейтрино менее выгодны, при 20 ТэВ наблюдается тенденция к выравниванию качеств K и π-мезонных пучков, хотя π-мезонные пучки в общем предпочтительнее. И, наконец, еще одно важное замечание состоит в том, что требования к точности измерений N^{ν}_{reg} и N'_{ν} уменьшаются с ростом E_p.

Б/ Узкие пучки

Имея в виду сделанный выше анализ, целесообразно сразу ориентироваться на нейтринный пучок, который: а/ узок, б/ состоит из нейтрино с возможно большей энергией и в/ генерируется распадом π-мезонов. Этим требованиям отвечает меченый нейтринный пучок, предложенный Кафтановым в/17/, где $E_{\nu} = 4$ ТэВ, $N'_{\nu} = 10^8 [\nu \cdot c^{-1}]$ и $N^{\nu}_{reg} = 9 [\nu \cdot c^{-1}]$. При пучке Кафтанова длина туннеля распада $L_1 = 30$ км, а в нашем случае предполагается, что $L_2 = 1,5$ км. В этом случае детектор будет иметь в мишенной секции 4000 г·см$^{-2}$, а у нас в качестве детектора будет служить установка DUMAND/2,10/ с $R_{det} = 0,5$ км и $D_{det} = 1$ г·см$^{-3}$, а $H_{det} = 1$ км. Имея в виду это и разницу в расчетных формулах/17/ и в данной работе, для модифицированного пучка имеем $N^{\nu}_{reg} \approx 3,5 [\nu \cdot c^{1}]$. Для параметра b при $\ell = 2R$ получаем $b \approx 0,10$. Поэтому, чтобы получить I и $D(x,y)$ с точностью порядка 10%, необходимо измерить N^{ν}_{reg} и N'_{ν} с точностью порядка $0,7\%$, которая, по-видимому, в принципе не является недостижимой, особенно для меченых нейтринных пучков. Теперь проверим, какая должна быть продолжительность измерения. Из соотношения $\frac{1}{\sqrt{N^{\nu}_{reg} \cdot t}} \approx 0,007$ находим $t \approx 1,5$ ч. Отсюда видно, что мы можем работать с самостоятельным протонным пучком, который составлял бы малую часть основного протонного пучка. Интенсивность самостоятельного протонного пучка тогда будет лимитироваться только фоном космических и атмосферных нейтрино/10/.

§4. ВОССТАНОВЛЕНИЕ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ

Полученная при помощи описанной в предыдущих параграфах измерительной системы "ускоритель DUMAND" /коротко система AD/ информация должна быть обработана на основе формул компьютерной томографии/8/. Ниже мы систематизируем возникающие при этом задачи. Первые две фактически идентичны соответствующим задачам рентгеновской компьютерной томографии/8/, а следующие имеют некоторые специфические особенности и ранее не встречались.

Задача 1. Предположим, что $D(x,y,z) = D(r)$, $r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$. Как выбрать величины $\tilde{D}(P'_1, P''_1)$, $\tilde{D}(P'_2, P''_2)$,... с тем, чтобы на основе этой информации реконструировать функцию $D(r)$?

Это - классическая задача компьютерной томографии. Для ее решения необходимо провести одну плоскость П через центр Земли, выбрать на s достаточное число пар точек $P'_1, P''_1; P'_2, P''_2$,... измерить соответствующие значения $\tilde{D}(P'_1, P''_1), \tilde{D}(P'_2, P''_2)$,... и на их основе при помощи формул "рентгеновской" компьютерной томографии реконструировать $D(r)$.

Задача 2. Пусть функция $D(x,y,z)$ не обладает центральной симметрией. Как выбрать величины $\tilde{D}(P'_1, P''_1), \tilde{D}(P'_2, P''_2)$,..., чтобы на основе этой информации реконструировать $D(x,y,z)$?

И в этом случае мы имеем задачу классической компьютерной томографии. Для ее решения проведем плоскости Π^{I}, Π^{II},.... через Землю с тем, чтобы соответствующие сечения $g^{I}+s^{I}$, $g^{II}+s^{II}$,... "охватили" существенные части функции $D(x,y,z)$. Следующий шаг - на каждой из плоскостей, Π^{I}, Π^{II},... выбирая подходящие пары точек $P^{I'}_1, P^{I''}_1; \dots, P^{II'}_1, P^{II''}_1$,.... при помощи стандартных формул/8/ надо восстановить соответствующие двумерные функции $D^{I}(x,y)$, $D''(x,y)$,... и тем самым искомую $D(x,y,z)$. При этом надо иметь в виду, что DUMAND легче перемещается по дну океана, тогда как перемещение ускорителя очень трудно. Поэтому должно быть как можно больше точек $P^{I'}_1 \equiv P^{I'}_2 \equiv \dots \equiv P \equiv P^{II'}_n \equiv P^{II}_{n+1} \equiv \dots \equiv Q_1$, иначе говоря, один ускоритель в данном положении Q_1 должен обслуживать как можно больше плоскостей Π^{I}, Π^{II},.... Другой ускоритель расположен в другой точке Q_2 земного шара и будет обслуживать другую систему плоскостей и т.д.

Если будет решено на основе системы AD изучать детально часть мантии Земли в некотором районе океана, то тогда придется перемещать одновременно и ускорить и DUMAND.

Перейдем к следующим задачам.

Пусть $D(x,y)$ - точное значение функции плотности в некотором сечении $g+s$ земного шара, а $\tilde{D}(x,y)$ - ее приближенное значение. Пусть $\rho[D,\tilde{D}] = \delta$, где ρ - расстояние от D до $\tilde{D}$ в смысле некоторой функциональной метрики, а δ - допустимая ошибка. Пусть $\tilde{D}(P'_j, P''_j; \Delta_j)$, $j = 1,2,\dots, J$ - значение $\tilde{D}$, если измерения соответствующих значений N^{ν}_{reg} и N'_{ν} сделаны с заданными ошибками Δ_j, и пусть Z_j - затрата для получения значения $\tilde{D}(P'_j, P''_j; \Delta_j)$. Используя эти обозначения, сформулируем следующую задачу.

Задача 3. При фиксированном δ надо выбрать число J пары точек P'_j, P''_j, $j = 1,2,\dots,J$ и ошибки Δ_j, таким образом, чтобы суммарные затраты $\Phi_3 = \sum_{j=1}^{J} Z_j$ были минимальны.

В последующей задаче используется дополнительная информация о $D(x,y,z)$. Она содержится в значениях вертикального градиента V силы тяжести, который предполагается известным. Для простоты затратами на приобретение этой информации будем пренебрегать. Пусть $Q_k \equiv x_k, y_k, z_k \in s$, $k=1,2,...,K$ - точки на поверхности земного шара, в которых имеются данные о вертикальном градиенте V_k силы тяжести

$$V_k = \frac{\partial U(Q_k)}{\partial n} = G\frac{\partial}{\partial n} \iiint\limits_{/\text{земной шар}/} \frac{D(\xi,\eta,\zeta)\,d\xi d\eta d\zeta}{\sqrt{(x_k-\xi)^2+(y_k-\eta)^2+(z_k-\zeta)^2}},$$

где G - гравитационная постоянная.

Пусть величины V_k известны с ошибками δ_k. Обозначим через V_k^* значение вертикального градиента силы тяжести в точках Q_k, полученные на основе решения задачи 3 для $\Pi^I, \Pi^{II}, ...$ Далее обозначим $\sup|V_k^* - V_k|$ через δ_k^* и через S_k выражение $S_k = f(|\delta_k^* - \delta_k|)$, где f - некоторая штрафная функция с аргументом $|\delta_k^* - \delta_k|$. Тогда можно сформулировать задачу следующим образом:

Задача 4. При фиксированном δ надо выбрать числа J пары точек P_j', P_j'', ошибки Δ_j, $j=1,2,...,J$ и плоскости $\Pi^I, \Pi^{II}, ...$ так, чтобы функционал

$$\Phi_4 = \sum_{j=1}^{J} Z_j + \sum_{k=1}^{K} S_k$$

имел минимальное значение.

§5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Суммируя сказанное, отметим следующее. По-видимому, не существует причин, из-за которых предлагаемый эксперимент был бы принципиально неосуществим. Мы обсудили экспериментальную установку при предположении, что генератор нейтринного пучка - тэвный или мультитэвный ускоритель, а детектор - детектор типа DUMAND [2,10].

Но даже при этом предположении, не учитывая возможный прогресс в будущем, оказалось, что измерительный комплекс - 20-тэвный ускоритель - DUMAND в принципе пригоден для измерения распределения плотности земного шара с точностью порядка 10%. Однако надо отметить, что его осуществление выдвигает трудные проблемы технического и финансового характера, вызванные необходимостью поворота протонного пучка в вертикальное направление. Поэтому не исключено, что компромиссное решение с 3-тэвным или 1-тэвным ускорителем более предпочтительно. При таком решении трудности, связанные с поворотом протонного пучка, существенно уменьшаются. При этом, однако, повысятся в несколько раз требования к точности измерения N_{reg}^{ν} и N_{ν}'.

Для решения этой проблемы, вероятно, надо искать принципиально новые пути в рамках метода меченых пучков.

ЛИТЕРАТУРА

1. Davis R., Jr., Harmer D.S., Hoffman K.C. Phys.Rev.Lett., 1968, 20, p.1205.
2. Conference Proceedings Neutrino-78, ed. by E.C.Fowler. Pardue University, April 28 - May 2, 1978.
3. Недялков И.П. Докл. БАН, 1980, 33, кн.10.
4. Nedelkov I.P. In: Seventh Annual Meeting European Geophysical Society. 24-29 August, 1980. Programme and Abstracts. Budapest, 1980.
5. Недялков И.П. Изв. вузов. Техническая физика, 1980, 15, кн.2.
6. Недялков И.П. Докл. БАН /в печати/.
7. Гельфанд И.М., Гиндикин С.Г., Шапиро З.Я. Функциональный анализ и его приложения, 1979, 13, вып.2.
8. Kak A.C. Proc. IEEE, 1979, 68, No.9.
9. Kleinknecht K. In: Proc. of the 1978 CERN School of Physics. Geneva, 1978.
10. Березинский В.С., Зацепин Г.Т. УФН, 1977, 122, вып.1.
11. Гришин В.Г. УФН, 1979, 127, №1.
12. Лиходед А.К., Шляпников П.В. УФН, 1978, 124, №1.
13. Барашенков В.С., Елисеев С.М. ОИЯИ, P2-5331, Дубна, 1970.
14. DAEDALUS Study Group. Project Daedalus. Space Flight, 1977, 19, No.12.
15. Goldwasser E.L. In: Proc. 19th Conf. High Energy Physics, Tokyo, 1978.
16. Proc. of the Second ICFA Workshop on Possibilities and Limitations of Accelerators and Detectors. Les Diablerets, Switzerland 4-10 October, 1979. Ugo Amaldi ed., CERN.
17. Kaftanov V. - see [16].

Рукопись поступила в издательский отдел
27 апреля 1981 года.