

СЗ428

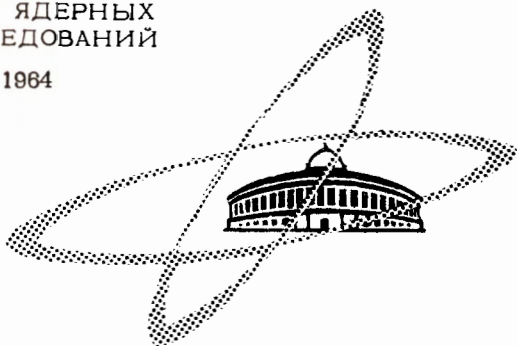
Г-761

14/X-64

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубне 1964

1783



И.М. Граменицкий, Г.М. Сташков, Л.А. Тихонова

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИЗМЕРЕНИЕ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ
В КСЕНОНОВОЙ ПУЗЫРЬКОВОЙ КАМЕРЕ

1964

1788

И.М. Граменицкий, Г.М. Сташков, Л.А. Тихонова

ИЗМЕРЕНИЕ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ
В КСЕНОНОВОЙ ПУЗЫРЬКОВОЙ КАМЕРЕ

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

2701/3 ч.

Величина $\rho\beta$ связана со средним значением модуля второй разности $|\bar{D}|$ и угла многократного рассеяния $|\bar{\theta}|$ соотношениями:

$$\rho\beta = \frac{kt^{\frac{1}{2}}}{|\bar{D}|}, \quad (1)$$

$$\rho\beta = \frac{kt^{\frac{1}{2}}}{|\bar{\theta}|}, \quad (2)$$

где t — длина ячейки, k — константа рассеяния, характеризующая вещество. Численное значение этой константы k слабо зависит от длины выбранной ячейки и скорости частицы.

При измерении треков энергичных частиц, для которых кулоновское рассеяние мало, следует учитывать процессы, имитирующие рассеяние (например, турбулентное движение жидкости в период роста пузырьков). Эти случайные отклонения называются шумами пузырьков. При измерении координат пузырьков дополнительно появляются ошибка, связанная с неточностью измерительного прибора (шум столика микроскопа), и субъективная ошибка, вносимая наблюдателем (шум отсчета). При оценке точности измерений необходимо учитывать суммарное влияние всех шумов.

1. Оценка шумов для ксеноновой пузырьковой камеры /1/

а/ Оценка шумов измерений

Для исключения кулоновского рассеяния и шумов пузырьков были проведены измерения эталонной линии, в качестве которой использовалась ранее измеренная маркировочная линия фотопластинки с толстослойной эмульсией. Измерения проводились на микроскопе УИМ-22 методом вторых разностей. Длина ячейки при измерениях была выбрана постоянной. Координаты центра линии определялись как среднее значение координат правого и левого краев линии.

По двум измерениям одной и той же точки находилась величина $\Delta x = x_1^{(1)} - x_1^{(2)}$ и среднеквадратичная ошибка $\sigma_{\Delta x} = \sqrt{\frac{\sigma_{\text{ш}}^2}{2}} |\bar{\Delta x}|$, определяющая дисперсию шума измерений $\sigma_{\text{ш}}^2$.

$$\sigma_{\text{ш}}^2 = \frac{\sigma_{\Delta x}^2}{2}. \quad (3)$$

Далее, вычислялись значения первых разностей $y = x_i - x_{i+1}$ и их дисперсия, по которой определялась дисперсия суммарного шума (шума линии и шума измерений)

$$\sigma_x^2 : \quad \sigma_y^2 = \overline{y^2} - \bar{y}^2 \quad \sigma_x^2 = \frac{\sigma_y^2}{2} \quad (4)$$

Эталонная линия измерялась ячейками в 1000 и 2000 мк. Суммарный шум оказался равным $\sigma_{x1000} = 1,54$ мк, $\sigma_{x2000} = 1,05$ мк. Шум измерений равен $\sigma_{\Delta x1000} = 1,41$ мк; $\sigma_{\Delta x2000} = 0,99$ мк, соответственно. Данные для ячейки в 1000 мк усреднены по 9 случаям, данные для ячейки в 2000 мк - по 3 случаям.

Приведенные значения свидетельствуют о том, что шумы эталонной линии незначительны, величина шумов с возрастанием длины ячейки не меняется.

Шум столика и шум отсчета в этих измерениях разделить было нельзя, но даже если принять нулевой шум отсчета, то шум столика микроскопа УИМ-22 имеет величину порядка 1 мк.

Шум столика микроскопа является постоянной величиной, а шум отсчета (ошибка, вносимая наблюдателем) при переходе от измерений эталонной линии к измерениям реальных следов возрастает из-за меньшего контраста изображения границы пузырьков по сравнению с эталонной линией. Оценка шума измерений на рабочих пленках была сделана при измерениях треков π -мезонов с импульсом 9 Гэв/с. Кулоновским рассеянием частиц с таким импульсом можно пренебречь. Было измерено 10 следов π -мезонов тем же способом, что и эталонная линия. Длина ячеек составляла 400, 800, 1200 и 1600 мк. Средневзвешенные значения величины $\sigma_{\Delta x}$ для этих ячеек оказались равными $3,45 \pm 0,36$, $3,30 \pm 0,30$, $3,34 \pm 0,42$, $3,48 \pm 0,32$ мк, соответственно.

Полученные значения подтверждают уже сделанный ранее вывод о том, что величина шумов остается постоянной для различных длин ячеек. Дисперсия шума измерений (шума отсчета и шума столика) на реальных следах равна $\sigma_{ш}^2 = 5,8$ мк.

б/ Оценка шумов пузырьков

Для оценки шумов пузырьков измерения проводились при неподвижном столике микроскопа, что было сделано с целью исключения шумов столика. Измерялись координаты только тех пузырьков, которые находились в поле зрения микроскопа (30 - 40 пузырьков). Отсчет координаты X производился от вертикальной линии измерительного перекрестия микроскопа. Методика измерений была такая же, как и в предыдущих сериях измерений. По измерениям π -мезонов с импульсом 9 Гэв/с вычислялись дисперсии суммарного шума и шума отсчета. Дисперсия шумов пузырьков определялась по

разностному эффекту $\sigma_{п}^2 = \sigma_x^2 - \sigma_{ш}^2$ и оказалась равной $\sigma_{п}^2 = 7,3$ мк.

в/ Суммарный шум и точность измерений

Дисперсия суммарного шума в ксеиновой камере равна:

$$\sigma_x^2 = \sigma_{обш.}^2 = \sigma_{п}^2 + \sigma_{ш}^2 = 7,3 + 5,8 = 13,1 \text{ мк.}$$

Среднее значение модуля второй разности, обусловленное шумами, находится из соотношения $|\bar{D}| = \sqrt{6} \sigma_{обш.}$ и составляет для ксеиновой камеры $|\bar{D}|_{шум} = 8,7$ мк на пленке. На десяти релятивистских следах были экспериментально определены значения $|\bar{D}|_{шум}$ для ячеек длиной 400, 800 и 1200 мк. Усредненное по трем ячейкам значение $|\bar{D}|_{шум} = 8,48$ мк, что хорошо согласуется с величиной, полученной расчетным путем.

В соотношении (1) входит величина $|\bar{D}|_{кул}$:

$$|\bar{D}|_{кул}^2 = |\bar{D}|_{изм}^2 - |\bar{D}|_{шум}^2 \quad (5)$$

Среднеквадратичная ошибка этой величины равна:

$$\sigma_{кул} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{|\bar{D}|_{изм}^4 + |\bar{D}|_{шум}^4}{|\bar{D}|_{кул}^2}} \cdot \frac{|\bar{D}|_{кул}}{|\bar{D}|_{шум}} \quad (6)$$

Введя новую переменную - отношение сигнал/шум $\mu = \frac{|\bar{D}|_{кул}}{|\bar{D}|_{шум}}$, получим

$$\sigma_{кул} = \frac{|\bar{D}|_{кул}}{\sqrt{N}} \sqrt{\left(1 + \frac{1}{\mu^2}\right)^2 + \frac{1}{\mu^4}} \quad (7)$$

Относительная ошибка измерений величины $\rho\beta$ будет равна:

$$\frac{\Delta(\rho\beta)}{\rho\beta} = \frac{F(\mu)}{\sqrt{N}} \quad (8)$$

Значения функции $F(\mu)$ приведены в таблице:

μ	1	1,25	1,5	2	3	4	5
$F(\mu)$	2,236	1,760	1,388	1,248	1,117	1,064	1,041

Точность измерений величины $\rho\beta$ для следов в камере будет определяться двумя факторами: отношением сигнал/шум и статистической точностью, определяемой числом ячеек N . Это хорошо можно видеть на графике рис. 1. По оси абсцисс отложено значение $\lg \rho\beta$, по оси ординат - значение $\lg |\bar{D}|$ в мк в камере. Для построения графика по соотношению (1) были вычислены значения $\rho\beta$ для заданных $|\bar{D}|$. Значения констант k для ксеиона взяты из работы [2]. На график нанесены прямые - значения, рассчитанные для заданных длин ячеек.

Цифры на прямых обозначают длину ячейки в мм в камере. На график также нанесены кривые равной точности измерений, вычисленные по соотношению (8) для следа фиксированной длины (500 мм в камере). Из графика видно, что для следа фиксированной длины каждому значению $p\beta$ соответствует оптимальная длина ячейки, позволяющая получать наилучшую для данных условий точность. Имеется также оптимальное значение μ , которое лежит в пределах $2 < \mu < 3$. Для следов различной длины в камере при $\mu = 2$ была вычислена относительная ошибка измерений. Результаты приведены на рис. 2. По осям отложены значения длины измеряемого участка следа и относительная ошибка измерений $p\beta$ в %. Цифры на кривых обозначают длину ячейки в мм в камере. Пунктиром проведены те кривые, для которых пробег π -мезона полностью укладывается в камере, т.е. для которых возможно использование зависимости пробег-энергия.

Из графика следует, что точность измерения величины $p\beta$ в ксеноновой камере невелика и составляет 20-30% для следов, имеющих видимый в камере пробег $150 < L < 400$ мм.

II. Определение $p\beta$ для случая больших потерь энергии

При измерении треков частиц, не останавливающихся в камере, следует иметь в виду, что усреднение значений величины второй разности $|D|$ имеет смысл только в том случае, если на измеряемом участке можно пренебречь потерями энергии на ионизацию. Поэтому представляется интересным отыскать способ, позволяющий измерять величину $p\beta$ для частиц, у которых ионизационные потери на измеряемом участке составляют большую долю энергии частицы.

Соотношение (2) определяет зависимость $p\beta$ от среднего значения угла кулоновского рассеяния $|\theta|$:

$$p\beta = \frac{kt}{|\theta|} \quad (2)$$

Величину $p\beta$ можно записать в виде функции остаточного пробега частицы R_0 :

$$p\beta = a \cdot R_0^{\frac{1}{a}} \quad \text{или} \quad (9)$$

$$(p\beta)^{\frac{1}{a}} = R_0^{\frac{1}{a}} \quad (9')$$

где a - константа, зависящая от массы частицы и от рассеивателя, a - константа, общая для всех веществ, численное значение которой в широком интервале энергий $\approx 0,55$.

Используя (2) и (9), получаем:

$$R_0 a^{\frac{1}{a}} |\theta| = (kt)^{\frac{1}{a}} \quad (10)$$

При измерениях трека ячейками постоянной длины t можно записать:

$$\text{для 1-ой ячейки} \quad R_0 a^{\frac{1}{a}} |\theta_0| = C a^{\frac{1}{a}}$$

$$\text{для 2-ой ячейки} \quad (R_0 - t) a^{\frac{1}{a}} |\theta_1| = C a^{\frac{1}{a}}$$

$$\text{для } (n+1)\text{-ой ячейки} \quad (R_0 - nt) a^{\frac{1}{a}} |\theta_n| = C a^{\frac{1}{a}}, \quad \text{где } C - \text{ постоянная величина,}$$

После суммирования и усреднения имеем:

$$\sum_{n=0}^m (R_0 - nt) a^{\frac{1}{a}} |\theta_n| = C a^{\frac{1}{a}} (m+1) \quad (11)$$

$$R_0 a^{\frac{1}{a}} \sum_{n=0}^m |\theta_n| (1 - \frac{nt}{R_0}) = C a^{\frac{1}{a}} (m+1) \quad (12)$$

$$R_0 a^{\frac{1}{a}} = \frac{C a^{\frac{1}{a}}}{\frac{1}{m+1} \sum_{n=0}^m |\theta_n| - \frac{1}{m+1} \sum_{n=0}^m |\theta_n| \frac{nt}{R_0}} = \frac{C a^{\frac{1}{a}}}{|\theta|^{\frac{1}{a}} - \frac{1}{m+1} \sum_{n=0}^m |\theta_n| \frac{nt}{R_0}} \quad (13)$$

При сравнении формул (10) и (13) видно, что в них входят разные величины $|\theta|^{\frac{1}{a}}$ и $|\theta|^{\frac{1}{a}}$ соответственно, причем $|\theta|^{\frac{1}{a}} \neq |\theta|^{\frac{1}{a}}$.

Соотношение между этими величинами можно найти, задав функцию распределения $\phi(\theta)$ для многократного рассеяния. Тогда

$$|\theta|^{\frac{1}{a}} = 2 \int_0^{+\infty} \phi(\theta) \cdot \theta^{\frac{1}{a}} \cdot d\theta \quad (14)$$

Примем для $\phi(\theta)$ гауссово распределение

$$\phi(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2}}, \quad (15)$$

где

$$\sigma = \sqrt{\frac{\pi}{2}}, \quad |\theta| = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \frac{kt}{p\beta}$$

После замены переменной $\theta^2/2\sigma^2 = x$ интеграл (14) приводится к виду:

$$|\theta|^{\frac{1}{a}} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \frac{kt}{p\beta} \cdot 2 \int_0^{\infty} x^{\frac{1-a}{2a}} \cdot e^{-x} \cdot dx, \quad (16)$$

и окончательно имеем

$$|\theta|^{\frac{1}{\alpha}} = 1,0604 |\theta|^{\frac{1}{\alpha}} \quad (17)$$

Если теперь перейдем к величине $p\beta$, то получим

$$p\beta = R_0 \cdot a = \frac{C}{\left(|\theta|^{\frac{1}{\alpha}} - \frac{1}{m+1} \sum_{n=0}^m |\theta_n|^{\frac{1}{\alpha}} \cdot \frac{nt}{R_0} \right)^\alpha} \quad (18)$$

где $C = (1,0604)^\alpha \cdot kt^{\frac{1}{2}}$.

Отличительной особенностью полученного выражения является наличие в знаменателе поправочного члена, величина которого зависит от отношения $\frac{nt}{R_0}$. При измерениях на малых участках, для которых $\frac{nt}{R_0} \ll 1$, поправочным членом можно пренебречь, и выражение (18) приобретает обычно употребляемый при измерениях многократного рассеяния вид:

$$p\beta = \frac{(1,0604)^\alpha \cdot kt^{\frac{1}{2}}}{\left(|\theta|^{\frac{1}{\alpha}} \right)^\alpha} = \frac{(1,0604)^\alpha \cdot kt^{\frac{1}{2}}}{(1,0604 \cdot |\theta|^{\frac{1}{\alpha}})^\alpha} = \frac{kt^{\frac{1}{2}}}{|\theta|} \quad (2)$$

Выражение (18) неудобно для работы, так как поправочный член содержит R_0 в явном виде. Выражение (11) можно переписать в виде:

$$\frac{1}{m+1} \sum_{n=0}^m R_0 \cdot a^{\frac{1}{\alpha}} |\theta_n|^{\frac{1}{\alpha}} - \frac{1}{m+1} \sum_{n=0}^m a^{\frac{1}{\alpha}} |\theta_n|^{\frac{1}{\alpha}} \cdot nt = C \cdot a^{\frac{1}{\alpha}} \quad (19)$$

отсюда

$$R_0 \cdot a^{\frac{1}{\alpha}} = \frac{C \cdot a^{\frac{1}{\alpha}} + \frac{a^{\frac{1}{\alpha}}}{m+1} \sum_{n=0}^m |\theta_n|^{\frac{1}{\alpha}} \cdot nt}{\frac{1}{m+1} \sum_{n=0}^m |\theta_n|^{\frac{1}{\alpha}}} \quad (20)$$

Переходя к величине $p\beta$, получим:

$$p\beta = \frac{\left(C \cdot a^{\frac{1}{\alpha}} + \frac{a^{\frac{1}{\alpha}}}{m+1} \sum_{n=0}^m |\theta_n|^{\frac{1}{\alpha}} \cdot nt \right)^\alpha}{\left(|\theta|^{\frac{1}{\alpha}} \right)^\alpha} \quad (21)$$

Соотношение (21) дает общий вид зависимости значения $p\beta = F(\theta, a, a)$, справедливый для любых значений ионизационных потерь энергии частицы вдоль измеряемого участка трека. Значения $p\beta$ получаются различными для частиц с разными a . В некоторых случаях это позволит только по измерениям многократного рассеяния получить указания о массе частицы (например, когда измеряемый участок следа превышает расчетный пробег частицы).

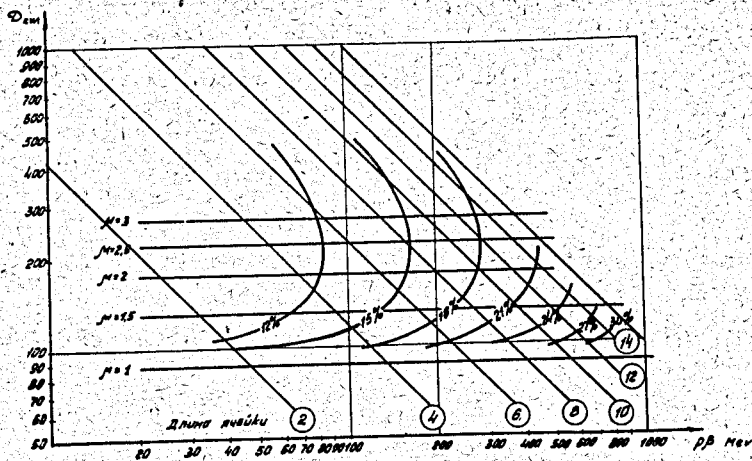
Если частица остановилась в камере, то предложенный метод, как и метод постоянной сагитты^{1/3/}, дает возможность идентифицировать частицы по массам.

В заключение авторы выражают благодарность М.И. Подгорецкому за обсуждение и интерес к данной работе.

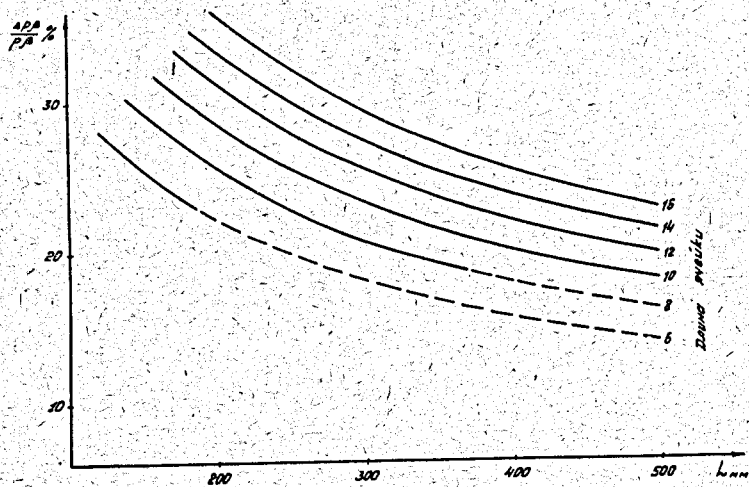
Л и т е р а т у р а

1. Kanarek et al. Proc. of the Inter. Conf. CERN (1959).
2. Д. Пинтер. ПТЭ, № 6, 31, 1961.
3. А.П. Карацуба и др. Совещание по методике пузырьковых камер. ОИЯИ, 796, 1961.

Рукопись поступила в издательский отдел
4 августа 1964 г.



Р и с. 1. Относительная ошибка измерений $\frac{\Delta \rho \beta}{\rho \beta}$ в % как функция длины ячейки, отношения сигнал/шум для трека фиксированной длины в ксеноновой камере.



Р и с. 2. Относительная ошибка измерений $\frac{\Delta \rho \beta}{\rho \beta}$ в % как функция длины ячейки и длины измеряемого участка следа в ксеноновой камере при отношении сигнал/шум $\mu = 2$.