ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

17 - 9524

ЛАПУШКИН
Сергей Сергеевич

АСИМПТОТИЧЕСКИ ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ ДЛЯ НЕКОТОРОГО КЛАССА СПИНОВЫХ МОДЕЛЬНЫХ ГАМИЛЬТОНИАНОВ

Специальность 01.04.02 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико–математических наук

(Диссертация написана на русском языке)

Дубна 1976

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук, профессор Н.Н.Боголюбов(мл.)

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор Ф.М.Куни

доктор физико-математических наук, профессор С.В.Пелетминский

Ведущее научно-исследовательское учреждение:
Институт теоретической физики АН УССР, г.Киев

Автореферат разослан " " 1976 года

Защита диссертации состоится " " 1976 года на заседании специализированного Ученого совета Лаборатории теоретической физики.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь
совета

В.И.Журавлев

17 - 9524

ЛАПУШКИН
Сергей Сергеевич

АСИМПТОТИЧЕСКИ ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ ДЛЯ НЕКОТОРОГО КЛАССА СПИНОВЫХ МОДЕЛЬНЫХ ГАМИЛЬТОНИАНОВ

Специальность 01.04.02 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

(Диссертация написана на русском языке)

В современной статистической механике общепринятым является модельный подход к изучению квантово-статистических систем. Однако при исследовании большинства конкретных моделей применяются приближенные методы, основывающиеся на том или ином варианте теории возмущений, что объясняется невозможностью найти точное решение модельной задачи. В этом случае возникают серьезные трудности, связанные с оценкой точности приближения при вычислении основных физических характеристик в рассматриваемой модели. С учетом того, что число точно решаемых модельных задач крайне незначительно, наибольший интерес в настоящее время представляет расширение класса таких задач и описание с их помощью реальных свойств физических систем. Значительный успех в этом направлении достигнут на основе эффективного метода изучения модельных гамильтонианов, развитого в работах Н.Н.Боголюбова (мл.) [1-3] .

Указанный метод дает строгое математическое доказательство асимптотической близости термодинамических характеристик модельной системы к соответствующим величинам, вычисленным с помощью так называемого аппроксимирующего гамильтониана, в термодинамическом пределе: $V \to \infty$, $N \to \infty$, $N/V = const$, где V - объем системы, N - число частиц. В результате мы имеем строго обоснованную возможность асимптотически точного описания физических свойств исследуемой модельной системы с помощью аппроксимирующей модели.

Для доказательства термодинамической эквивалентности модельной и аппроксимирующей систем разработана специальная мажорационная техника, которая впервые применена при исследовании модельных гамильтонианов с отрицательным четырехфермионным взаимодействием, имеющих большое значение в теории сверхпроводимости [1]. Затем в работах [2] на основе принципа минимакса была решена задача об асимптотически точном построении свободной энергии в случае гамильтонианов, содержащих как положительные, так и отрицательные компоненты взаимодействия. В монографии [3] обобщается техника мажорационных оценок, позволяющая доказать в случае гамильтонианов более общего вида, нежели изучаемые в [1], асимптотическую близость термодинамических средних по модельному и аппроксимирующему гамильтонианам от рассматриваемых динамических операторов, удовлетворяющих некоторым весьма общим условиям [4]. Для гамильтонианов такого вида представилось возможным обобщить теоремы для свободной энергии систем с отрицательным четырехфермионным взаимодействием [5]. Методика, предлагаемая в [1 – 3], оказалась также плодотворной и при исследовании модельных задач с положительным взаимодействием и источниками [6].

Следует отметить, что методы, развитые Н.Н.Боголюбовым(мл.), можно распространить на достаточно широкий класс спиновых модельных гамильтонианов, содержащих спиновые операторы в любой степени, при условии дальнодействия с интенсивностью $\mathcal{J}/N$ ($\mathcal{J}$ - константа взаимодействия) для каждой пары взаимодействующих спинов. При этом необходимо подчеркнуть, что возможность рассмотрения с помощью единой методики модельных задач с парным четырехфермионным взаимодействием и спиновых модельных задач основана в значительной мере на определенной математической аналогии в формулировке задач сверхпроводимости [7] и спиновых моделей с инфинитезимально малым дальнодействующим взаимодействием между спинами.

Одним из важнейших вопросов при исследовании спиновых модельных систем является поведение системы при фазовом переходе. Возможность описания фазовых переходов I и II рода в магнитных системах с помощью гамильтонианов, содержащих спиновые операторы в четвертой степени, впервые обсуждалась в работе [8]. Однако в этой работе, как и в ряде других работ по спиновым моделям, использующих приближение молекулярного поля, не ставится вопрос о точности приближенного описания модели и асимптотической близости рассматриваемых термодинамических характеристик к соответствующим термодинамическим функциям модельной системы.

Настоящая диссертация посвящена расширению класса точно решаемых спиновых модельных задач, причем основное внимание уделяется строгому математическому доказательству асимптотической эквивалентности модельной и аппроксимирующей систем применительно к каждой модели. В случае кластерной модели Изинга проведено исследование уравнения самосогласования, реализующего асимптотически точное решение для данной модельной системы, и рассмотрены ее физические свойства.

Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения.

Введение представляет собой обзор современного состояния изучаемых вопросов, при этом излагаются основные идеи метода аппроксимирующих гамильтонианов и приводятся результаты, полученные этим методом для конкретных моделей. Во введении также представлен план изложения результатов, полученных в диссертации.

В главе I излагается математический аппарат аддитивных гамильтонианов и на примере модельного гамильтониана с положительным взаимодействием доказана асимптотическая близость удельных свободных энергий, вычисляемых для модельной и аппроксимирующей систем.

В § I приведены основные определения и сформулированы основные свойства аддитивных гамильтонианов.

Аддитивный гамильтониан определяется как тензорная сумма гамильтонианов подсистем:

$$H = \sum_{j=1}^{N}{}^{\textcircled{T}} H_j = \\ = H_1 \underset{N-1}{\otimes} 1 + \ldots + \underset{K-1}{\otimes} 1 \otimes H_K \underset{N-K}{\otimes} 1 + \ldots + \underset{N-1}{\otimes} 1 \otimes H_N , \qquad (I)$$

где 1 -тождественный оператор, гамильтониан H_j действует в гильбертовом пространстве $\mathcal{H}_j$ и гильбертово пространство состояний системы является тензорным произведением пространств $\mathcal{H}_j$:

$$\mathcal{H} = \bigotimes_{j=1}^{N} \mathcal{H}_j . \qquad (2)$$

Гамильтониан H действует на N - частичную волновую функцию, и соответствующее собственное значение равно сумме собственных значений одночастичных гамильтонианов H_j.

Для гамильтонианов вида (1), содержащих одночастичные спиновые операторы S_j , где j - номер узла спиновой модельной системы, среднее значение полного оператора по полному гамильтониану равно среднему от одночастичного оператора по одночастичному гамильтониану:

$$\langle S \rangle_H = \langle S_j \rangle_{H_j} . \qquad (3)$$

Здесь $S = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}{}^{\textcircled{T}} S_j$ - оператор полного нормированного спина, все узлы считаются идентичными, а среднее значение определяется обычным образом:

$$\langle \ldots \rangle_H = \frac{Sp\{\ldots e^{-H/\theta}\}}{Sp\, e^{-H/\theta}} , \qquad (4)$$

где θ имеет смысл температуры, выраженной в энергетических единицах.

В дальнейшем тензорные суммы будем обозначать так же, как и обычные.

В § 2 излагается теорема Н.Н.Боголюбова (мл.) [3] , устанавливающая асимптотически точное решение для класса модельных гамильтонианов с отрицательным взаимодействием общего вида:

$$H = T - 2V\sum_{\alpha=1}^{\ell} g_\alpha J_\alpha J_\alpha^+ , \quad g_\alpha \geq 0 , \qquad (5)$$

при этом динамические операторы T, J_α не конкретизируются, но требуется выполнение следующих условий:

$$T = T^+ ; \quad \| J_\alpha \| \leq M_1 , \; \| T J_\alpha - J_\alpha T \| \leq M_1 , \\ \| J_\alpha J_\beta - J_\beta J_\alpha \| \leq \frac{M_2}{V} , \; \| J_\alpha^+ J_\beta - J_\beta J_\alpha^+ \| \leq \frac{M_2}{V} , \qquad (6)$$

где $1 \leq \alpha \leq \ell$, $1 \leq \beta \leq \ell$, а M_1 и M_2 - некоторые константы при $V \to \infty$.

В этом же параграфе показано, что сформулированная теорема не распространяется на случай положительного взаимодействия, когда параметры $g_\alpha < 0$.

В § 3 доказана асимптотическая эквивалентность гамильтониана с положительным взаимодействием

$$H = T + 2V\sum_{\alpha=1}^{\ell} g_\alpha \mathcal{J}_\alpha \mathcal{J}_\alpha^+ \qquad (7)$$

и аппроксимирующего гамильтониана

$$H_o(c) = T + 2V\sum_{\alpha=1}^{\ell} g_\alpha (c_\alpha \mathcal{J}_\alpha^+ + \overset{*}{c}_\alpha \mathcal{J}_\alpha - c_\alpha \overset{*}{c}_\alpha), \qquad (8)$$

где положено $g_\alpha = |g_\alpha|$, операторы $\mathcal{J}_\alpha$ имеют специальный вид $\mathcal{J}_\alpha = \frac{1}{V}\sum_{j=1}^{N} \mathcal{J}_{\alpha j}$, и удовлетворяют условиям (6), а $c_1, c_2, \ldots$ $\ldots, c_\alpha, \ldots, c_\ell$ – некоторые комплексные числа. При этом решается задача на абсолютный максимум для свободной энергии

$f_V\{H_o(\bar{c})\} = \max_{(c)} f_V\{H_o(c)\}$, и показано, что $\bar{c}_\alpha = \langle \mathcal{J}_\alpha \rangle_{H_o(c)}$.

Здесь введено общепринятое обозначение для удельной свободной энергии системы с произвольным гамильтонианом Γ :

$$f_V[\Gamma] = -\frac{\theta}{V} \ln Sp\, e^{-\Gamma/\theta}. \qquad (9)$$

На основе аддитивности аппроксимирующего гамильтониана (8) получены предельные соотношения для свободных энергий в следующем виде:

$$0 \leq f_V\{H\} - f_V\{H_o(c)\} \leq const \cdot N^{-1}. \qquad (10)$$

Для простоты положим здесь и далее, что $V = N$.

Во второй главе рассматриваются спиновые "магнитные" модели Изинга и Гейзенберга, содержащие дальнодействующее взаимодействие между спинами.

В § I исследованы асимптотические свойства модели Изинга, представляющей собой одномерную цепочку со взаимодействием между ближайшими соседями, на которое наложено положительное дальнодействие.

Модель состоит из четного числа N частиц со спином $1/2$ и описывается гамильтонианом:

$$H = -h\sum_{j=1}^{N} S_j^z + g\sum_{j=1}^{N} S_j^z S_{j+1}^z + \frac{I}{N}\sum_{j=1}^{N}\sum_{j'=1}^{N} S_j^z S_{j'}^z. \qquad (11)$$

Цепочка предполагается замкнутой: $S_{N+1}^z = S_1^z$, g – параметр близкодействия, $I > 0$ – параметр дальнодействия, h – внешнее магнитное поле.

По общей методике гамильтониан (11) разбивается на аппроксимирующий $H_o(c)$ и остаточный $H_1(c)$ гамильтонианы:

$$\begin{aligned} H_o(c) &= -Nh_c S + g\sum_{j=1}^{N} S_j^z S_{j+1}^z - NIC^2, \\ H_1(c) &= H - H_o(c) = NI(S-c)^2, \end{aligned} \qquad (12)$$

где $S = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} S_j^z$, $h_c = h - 2IC$, а параметр C выбирается, как и в предыдущей главе, из условия максимума $f_N\{H_o(c)\}$ и приводит к уравнению самосогласования $C = \langle S \rangle_{H_o(c)}$.

Доказана асимптотическая близость удельных свободных энергий модельной и аппроксимирующей систем, причем оценка имеет вид (10), и отмечено, что в термодинамическом пределе при отсутствии внешнего магнитного поля положительное дальнодействие несущественно, а при наличии поля приводит к размагничиванию цепочки.

Во втором параграфе сформулирован принцип минимакса Н.Н.Боголюбова(мл.) для гамильтонианов общего вида, включающих одновременно члены с положительным и отрицательным взаимодействием:

$$H = T + N\sum_{\alpha=1}^{r}\sum_{(i)} g_\alpha \tau_\alpha^{(i)} \overset{+}{\tau}{}_\alpha^{(i)} - N\sum_{\alpha=r+1}^{r+s}\sum_{(i)} g_\alpha \tau_\alpha^{(i)} \overset{+}{\tau}{}_\alpha^{(i)}, \qquad (13)$$

$$(\, g_\alpha > 0,\ \alpha = 1,2,\dots,r+s\,;\ i = 1,2,\dots,n\,).$$

Показано, что гамильтонианы, содержащие квадратичные формы операторов, удовлетворяющих условиям (6), приводятся линейным преобразованием к гамильтонианам вида (13) и допускают асимптотически точное решение в виде уравнений самосогласования, где усреднение берется по аппроксимирующему гамильтониану, выраженному через первоначальные операторы. При этом на константы g_α накладывается условие, отражающее наличие в системе дальнодействующего взаимодействия.

В § 3 в качестве примера рассмотрена гейзенберговская модель двухподрешеточного ферромагнетика с гамильтонианом следующего вида:

$$H = -\sum_f \mu_f \vec{h}\vec{S}_f - \frac{1}{2}\sum_{f,g} I(f,g)\vec{S}_f\vec{S}_g\ . \qquad (14)$$

Здесь $f,g = 1,2$, $\vec{S}_f$ и $\vec{S}_g$ есть операторы полных спинов первой и второй подрешеток, μ_f – магнитные моменты атомов сорта f, $I(f,g)$ – обменные интегралы между узлами подрешеток, $\vec{h}$ – внешнее магнитное поле.

Аппроксимирующий и остаточный гамильтонианы выбираются в виде

$$H_0 = -\sum_f \vec{h}_f\vec{S}_f + \frac{1}{2}\sum_{f,g} I(f,g)\vec{C}_f\vec{C}_g\,,$$
$$H_1 = -\frac{1}{2}\sum_{f,g} I(f,g)(\vec{S}_f - \vec{C}_f)(\vec{S}_g - \vec{C}_g), \qquad (15)$$

где $\vec{h}_f = \mu_f\vec{h} + \sum_g I(f,g)\vec{C}_g$. Уравнения самосогласования $\vec{C}_f = \langle \vec{S}_f \rangle_{H_0}$ приводят в этом случае к известным уравнениям молекулярного поля для парциальных намагниченностей:

$$\sigma_f = th(\alpha_f\beta),$$
$$\alpha_f = \mu_f\vec{h}\vec{\gamma}_f + \mathcal{I}_{ff}(0)\sigma_f + \mathcal{I}_{fg}(0)\sigma_g\vec{\gamma}_f\vec{\gamma}_g\ ,\ f \neq g\,. \qquad (16)$$

Величины $\mathcal{I}_{fg}(0)$ представляют собой суммы обменных интегралов по узлам соответствующих подрешеток, $\vec{\gamma}_f$ – единичный вектор, определяющий направление оси квантования и выбранный таким образом, чтобы он совпадал с вектором намагниченности подрешетки f, β – величина, обратная температуре.

Как известно, гамильтонианы Изинга и Гейзенберга с парным взаимодействием служат лишь первым приближением для описания свойств реальных магнетиков. Физически естественным представляется появление в общем "магнитном" гамильтониане слагаемых с четырьмя, шестью и т.д. спиновыми операторами. При определенных предположениях об обменных интегралах такие многоспиновые взаимодействия описываются гамильтонианами кластерного типа:

$$\mathcal{H} = -\mu h \mathcal{N} S - \mathcal{N} \sum_{n=1}^{\mathcal{K}} \frac{\mathcal{J}_{2n}}{2n} S^{2n}, \quad S = \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_{j=1}^{\mathcal{N}} S_j^z . \qquad (17)$$

Изучению свойств подобных моделей посвящены третья и четвертая главы диссертации.

В § I главы III для модельной системы с гамильтонианом (17) строится аппроксимирующая модель путем введения эффективного поля $h_{эфф.}$, характеризующего взаимодействие какого-либо спина со всем остальным коллективом спинов в каждом члене кластерного взаимодействия. С учетом полной идентичности всех спинов аппроксимирующий гамильтониан имеет вид

$$H_0 = -h_{эфф.} \mathcal{N} S - \mathcal{N} \sum_{n=1}^{\mathcal{K}} \frac{\mathcal{J}'_{2n}}{2n} C^{2n}, \qquad (18)$$

где $\mathcal{J}'_{2n} = \mathcal{J}_{2n} - 2n \mathcal{J}_{2n}$; $h_{эфф.} = \mu h + \sum_{n=1}^{\mathcal{K}} \mathcal{J}_{2n} C^{2n-1}$.

Обменные константы $\mathcal{J}_{2n}$ в (17) и (18) предполагаются ограниченными по модулю некоторой величиной $I < \infty$. Параметр $C = \langle S \rangle_{H_0}$ определяется из условия минимума разности свободных энергий модельной и аппроксимирующей систем.

Учитывая (17) и (18), остаточный гамильтониан можно записать в следующем виде:

$$H_1 = -\mathcal{N} \sum_{n=1}^{\mathcal{K}} \frac{\mathcal{J}_{2n}}{2n} \left\{ S^{2n} - 2n S C^{2n-1} + (2n-1) C^{2n} \right\} = \qquad (19)$$
$$= -\mathcal{N} (S - C)^2 \sum_{n=1}^{\mathcal{K}} a_{2n}(S, C),$$

где

$$a_{2n}(S, C) = \frac{\mathcal{J}_{2n}}{2n} \left\{ S^{2n-2} + 2 C S^{2n-3} + 3 C^2 S^{2n-4} + \ldots + (2n-1) C^{2n-2} \right\}.$$

В § 2 получена оценка разности удельных свободных энергий модельной и аппроксимирующей систем:

$$\delta_{\mathcal{N}}(h, \theta) \leq a \langle (S - \langle S \rangle)^4 \rangle^{1/2}, \quad a = \frac{I \mathcal{K}^2}{2}. \qquad (20)$$

Здесь обозначено $\delta_N(h,\theta)=|f_N[H_0]-f_N[H]|$, при выводе используются ограниченность обменных констант и ограниченность по норме спиновых операторов: $|\langle S\rangle| \leq \|S\| \leq 1$.

Термодинамическое среднее, стоящее в правой части неравенства (20), выражается далее через производные свободной энергии по полю:

$$\langle (S-\langle S\rangle)^4\rangle = = -\frac{1}{(\beta N)^3}\frac{\partial^4 f_N}{\partial h^4} + 3\left\{-\frac{1}{\beta N}\frac{\partial^2 f_N}{\partial h^2}\right\}^2, \tag{21}$$

где первое слагаемое соответствует кумулянтному среднему от операторов $\Delta_{j_k} = S_{j_k} - \langle S_{j_k}\rangle$, $k=1,2,3,4$, а второе – трем различным комбинациям спариваний операторов Δ_{j_k}.

В § 3 развивается метод последовательного интегрирования неравенства (20) по h на отрезке произвольной длины $\ell>0$. Разбивая множество всех $h\in(-\infty,\infty)$ на интервалы выпуклости и вогнутости второй производной свободной энергии по полю, получаем из (20) равномерную по h оценку для разности удельных свободных энергий:

$$\delta_N(h,\theta) \leq \frac{2a\sqrt{3}}{\beta N\ell} + \frac{2a\sqrt{2}}{(\beta N\ell)^{3/2}} + 12\ell. \tag{22}$$

В результате минимизации (22) по произвольному параметру ℓ имеем окончательно асимптотическую оценку по N в следующем виде:

$$|f_N\{H_0\} - f_N\{H\}| \leq const\cdot N^{-1/2}. \tag{23}$$

Аналогичная оценка получена в работе [9] в случае гамильтониана с парным взаимодействием.

Далее показывается, что вне критической точки $h=0$, т.е. на интервалах $(-\infty,-\delta)$ и (δ,∞), $\delta>0$, где вторая производная ограничена, оценку (23) можно улучшить до N^{-1}.

Таким образом, доказана термодинамическая эквивалентность модельной и аппроксимирующей систем.

В § 4 исследована возможность улучшения полученной оценки в самой критической точке, когда $h=0$, $\theta=\theta_c$. Этот вопрос изучен для специального вида кластерных гамильтонианов:

$$\mathcal{H} = -\mu h N S - N\sum_{k=1}^{p}\frac{I_{2^k}}{(2^k)}S^{2^k}. \tag{24}$$

При решении такого круга задач был привлечен метод перевала, позволивший в случае $p=1$ получить всюду, кроме критической точки, оценку N^{-1}, а в точке $h=0$, $\theta=\theta_c$ – смену асимптотики на $\frac{\ln N}{N}$.

В пятом параграфе обсуждается другой способ выбора аппроксимирующего гамильтониана для рассматриваемой модели. Показана асимптотическая эквивалентность кластерного гамильтониана (17) в случае $\mathcal{K}=3$ и аппроксимирующего гамильтониана, в качестве которого выбран также кластерный гамильтониан специального вида (24) при $p=2$.

В главе IУ проведено исследование уравнения самосогласования $C=\langle S\rangle_{H_0}$, которое представляет широкие возможности для моделирования физических свойств магнитных систем.

В § I уравнение самосогласования рассматривается в случае произвольного $\mathcal{K}$:

$$\sigma = th\,\beta\Big\{\mu h + \sum_{n=1}^{\mathcal{K}} \mathcal{I}_{2n}\,\sigma^{2n-1}\Big\}. \qquad (25)$$

Здесь σ имеет смысл средней удельной намагниченности на один узел кристаллической решетки.

На первом этапе исследования полагается $\theta=1, h=0$ и находится число решений уравнения

$$\mathcal{P}_{2\mathcal{K}-1}(\sigma) = \sum_{n=1}^{\mathcal{K}} \mathcal{I}_{2n}\,\sigma^{2n-1} = Arth\,\sigma, \qquad (26)$$

эквивалентного уравнению (25). Доказано, что это уравнение может иметь на промежутке $[0,1)$ любое число действительных корней до $\mathcal{K}+1$ включительно.

Во втором и третьем параграфах более подробно рассмотрена модель с "четверным" взаимодействием $(\mathcal{K}=2)$. Отметим, что некоторые выводы о свойствах такой модели сделаны в работе [10]. § 2 посвящен исследованию областей изменения обменных параметров, реализующих различное число корней уравнения самосогласования. При этом для наглядности используется фазовая плоскость параметров $\mathcal{I}_2, \mathcal{I}_4$. Предлагается геометрический способ нахождения намагниченностей σ_1, σ_2, являющихся нетривиальными решениями уравнения (26), для конкретных значений обменных констант.

Затем в уравнение (26) вводится температура θ и показывается, как меняется число корней уравнения с изменением температуры на фазовой плоскости.

В § 3 исследуются графики зависимости намагниченности и восприимчивости от температуры для различных областей изменения обменных параметров. Показано, что при различных соотношениях между $\mathcal{I}_2, \mathcal{I}_4$ возможны как фазовые переходы I рода, так и фазовые переходы II рода. Кроме того, на границе, разделяющей области с фазовыми переходами I и II рода, меняется критический показатель в точке Кюри.

В результате вся плоскость $(\mathcal{I}_2, \mathcal{I}_4)$ делится на области, которые отвечают пара- и ферромагнитным состояниям рассматриваемой модели, причем фазовые переходы II рода имеют место как для насыщенного, так и для ненасыщенного ферромагнетика.

Далее показано, что при фазовом переходе I рода разрушение ферромагнитного упорядочения сопровождается скачком,конечным по величине, не только намагниченности, но и восприимчивости, соответствующей в окрестности точки фазового перехода различным состояниям модельной системы.

В четвертом параграфе обсуждается вопрос о физической адекватности описания свойств реальных магнетиков с помощью кластерной модели.

В Заключении перечислены основные результаты,полученные в диссертации, и сделаны некоторые выводы о путях дальнейшего использования применяемых методов.

Основные результаты диссертации докладывались на семинарах ЛТФ ОИЯИ, отдела статистической механики МИАН СССР им.В.А.Стеклова, кафедры квантовой статистики МГУ, семинаре Института физики АН ЭССР (Тарту, 1975), на УП Международном симпозиуме по проблемам магнетизма и рассеянию нейтронов (Гауссиг, ГДР, 1975), На У рабочем совещании по статистической физике (Львов, 1975) и опубликованы в следующих работах:

С.С.Лапушкин,В.А.Плечко. Препринт ИТФ-73-149Р, Киев, 1973

С.С.Лапушкин. Сообщения ОИЯИ, Р4-7738,Дубна, I974
С.С.Лапушкин.Сообщения ОИЯИ, Р4-8508, Дубна, I974
С.С.Лапушкин. Сообщения ОИЯИ, PI7-8820, Дубна, I975
С.С.Лапушкин.Сообщения ОИЯИ, PI7-9I06, Дубна, I975
S.S.Lapushkin,B.V.Moshchinsky, V.K.Fedyanin.
Preprint JINR, E4-8816,Dubna, 1975.

Цитированная литература

I. N.N.Bogolubov (Jr.).Physica,32,933,1966.

2. Н.Н.Боголюбов(мл.).Препринт ИТФ-68-8I,Киев, I968. Ядерная физика, I0, 2, 425,I969.

3. Н.Н.Боголюбов (мл.) Метод исследования модельных гамильтонианов,"Наука", М., I974.

4. Н.Н.Боголюбов(мл.), И.Г.Бранков.Сообщения ОИЯИ,Р4-7426, Дубна, I974.

5. А.М.Курбатов,С.С.Лапушкин.ТМФ, 2I, I,I03,I974.

6. Н.Н.Боголюбов(мл.), В.Н.Плечко.Сообщения ОИЯИ,Р4-849I, Дубна, I974.

7. W.Thirring.Preprint Institute for Theoretical Physica, University of Viena,Austria, 1968.

8. D.S.Reodbell, I.S.Jacobs,J.Owen, E.A.Harris. Phys.Rev.Lett., 11,10,1963.

9. И.Г.Бранков. Сообщения ОИЯИ, Р4-6998,Дубна, I973.

I0. В.А.Загребнов. Вестник МГУ(физ.,астр.),4,46I,I973.

Рукопись поступила в издательский отдел
9 февраля I976 года.