

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

На правах рукописи

17-94-25

**СЮРАКШИНА**  
Людмила Александровна

УДК 535.14

**НЕКЛАССИЧЕСКИЕ СОСТОЯНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ  
В ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ  
И МНОГОКВАНТОВЫХ ПРОЦЕССАХ**

Специальность: 01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Дубна 1994

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований и Физическом факультете МГУ

**Научные руководители:**

член-корреспондент РАН, профессор  
доктор физико-математических наук

Н.Н. Боголюбов (мл.)  
В.С. Ярунин

**Официальные оппоненты:**

доктор физико-математических наук, проф. Ю.Л. Климонтович  
(МГУ, Москва)

кандидат физико-математических наук, доцент А.И. Кириллов  
(Московский энергетический институт)

**Ведущая организация:**

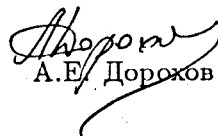
Санкт-Петербургский государственный университет.

Защита диссертации состоится " \_\_\_\_\_ " 199 \_\_\_\_\_ года на заседании Специализированного совета К047.01.01 Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Объединенного института ядерных исследований.

Автореферат разослан " \_\_\_\_\_ " 199 \_\_\_\_\_ года.

Ученый секретарь  
Специализированного совета  
доктор физико-математических наук

  
А.Е. Дорохов

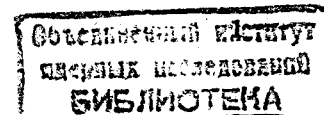
## Общая характеристика работы

Актуальность темы.

Исследование квантовых состояний электромагнитного поля, не имеющих классических аналогов, занимает важное место в современной квантовой оптике. Эффекты субпуассоновской статистики фотонов и сжатия света приводят к состояниям, уровень квантовых шумов которых ниже уровня шума лазерного излучения. Использование этих эффектов позволяет повысить, например, точность интерференционных измерений, качество передаваемой информации в оптической связи. Поэтому возникает необходимость создания оптических систем, генерирующих такие состояния. Изучение статистических свойств оптических полей, создаваемых в конкретных процессах взаимодействия с веществом при нелинейных преобразованиях, позволяет определить оптимальные условия существования субпуассоновской статистики фотонов, сжатия света. Важную роль при этом играет использование метода функционального интегрирования, который позволяет расширить область исследования за пределы гауссовой (линейной) аппроксимации.

Последние теоретические расчеты и экспериментальные работы показали сильную чувствительность данных эффектов к фазе оптического поля. К настоящему времени было сделано много попыток построения эрмитового оператора фазы. В частности, наряду с математически корректным определением эрмитового оператора фазы существует и широко используется в конкретных расчетах его полуклассическое приближение. Важной задачей является исследование пределов применимости этого приближения.

Разнообразными статистическими свойствами обладают многоквантовые нелинейные процессы, нашедшие широкое практическое применение. Эти процессы могут описываться как феноменологическими моделями, гамильтонианы которых зависят только от операторов поля, так и моделями, явно содержащими взаимодействие поля со средой. При этом статистические свойства оптических полей зависят как от вида нелинейного процесса, преобразующего их, так и от начальных условий, исследование которых позволяет определять оптимальные условия существования поля с задан-



ными свойствами. Поэтому изучение конкуренции между различными факторами, влияющими на статистические свойства оптических полей, генерируемых различными многоквантовыми и параметрическими процессами, является актуальной задачей в современной квантовой оптике.

#### Цель работы

Целью работы является определение оптимальных условий существования состояний электромагнитного поля с малым уровнем тепловых и квантовых флуктуаций путем исследования областей значений параметров рассматриваемых моделей: двухквантовых возбуждений с классической и квантовой накачкой, а также двух двухуровневых атомов, взаимодействующих с электромагнитным полем в идеальном резонаторе.

#### Научная новизна

Впервые для параметрического усилителя аналитически в явной форме определены зависимости интенсивности флуктуаций среднего числа фотонов от частоты, температуры, наличия накачки и величины дипольного взаимодействия. Представляет новизну математическая техника нахождения предэкспоненциального множителя континуального интеграла для матричных элементов оператора эволюции и начального распределения с учетом граничных условий, определяемых рассматриваемой моделью. С помощью условия полуклассичности, накладываемое на действие в континуальном интегральном представлении для двухфотонного процесса с квантовой накачкой, найдена область значений частот, амплитуд и постоянной дипольного взаимодействия нелинейной динамики накачки и регистрируемого поля. В работе впервые рассчитаны флуктуации оператора квантовой фазы, проведено сравнение с результатами, полученными с помощью оператора, соответствующего полуклассической фазе. Определена связь влияния дополнительных членов к последнему со статистикой поля.

#### Практическая ценность

Применение функционально-интегрального метода для решения как квантово-механических, так и равновесных задач квантовой

оптики представляет практическую ценность благодаря его универсальности в области нелинейных и параметрических процессов. Полученные в работе результаты могут быть применены при учете границ действительности моделей оптических систем, описывающих нелинейные процессы, для генерации света с малым уровнем шума.

Для защиты выдвигаются следующие основные результаты, полученные в диссертационной работе:

1. Для параметрического осциллятора с начальным условием в виде суперпозиции сигнала и шума определено влияние тепловых и вакуумных флуктуаций на статистику чисел заполнения. Показано, что квантовые и термодинамические флуктуации разрушают состояние света с субпуассоновской статистикой фотонов, которое существует в конечном объеме значений параметров.
2. Установлено, что подавление субпуассоновского эффекта в длинноволновом диапазоне обусловлено температурными флуктуациями и проявляется в наличии времени задержки эффекта. В области спектра, приближающейся к ультрафиолетовому излучению, подавление эффекта связано с квантовыми шумами, которое находит отражение в наличии пороговой частоты при низких температурах.
3. Показана невозможность субпуассоновского равновесного распределения состояний для двух связанных осцилляторов при любых значениях частот, температуры и величины дипольного взаимодействия. Установлено, что для связанных бозе-осцилляторов кинематическая независимость их переменных приводит к их статистической независимости, означающей при появлении вырождения переход к статистике одного осциллятора.
4. Показано, что вычисление предэкспоненциального множителя интеграла по траекториям для матричного элемента как оператора эволюции, так и оператора распределения Гиббса сво-

дится к вычислению определителя второй вариации действия с нулевыми граничными условиями.

5. Определены флуктуации косинуса оператора фазы Попова-Ярунина для чисел заполнения, гауссовых и когерентных состояний. Из сравнения с результатами, полученными при аппроксимации "непрерывного предела" Барнетта и Пегга, сделан вывод о существенности поправочных членов к дисперсии косинуса оператора полуклассической фазы в случае сильного субпуассоновского эффекта в слабых полях.

6. Исследована динамика системы двух двухуровневых атомов в идеальном резонаторе. Определены временные зависимости факторов сжатия квадрата амплитуды поля для начального вакуумного и когерентного состояний поля. Найдены условия превышения максимальным сжатием для системы двух атомов соответствующей величины для одноатомной модели.

Апробация работы. Основные результаты диссертации представлялись на Четвертом Всесоюзном симпозиуме "Световое эхо и пути его практических применений" (Самара, 1989), Международном семинаре по проблемам квантовой оптике (Дубна, 1991), Международном семинаре "Квантовые нелинейные явления в оптике и физике конденсированных сред" (Дубна, 1993), семинаре теоретического отдела Института спектроскопии РАН (1992), а также на семинарах Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 7 работ.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из пяти глав и Заключения. Она содержит 99 страниц машинописного текста, 9 рисунков. Библиографический список содержит 118 ссылок.

## Содержание диссертации

Первая глава - введение, в котором дан краткий исторический очерк развития основных направлений современной квантовой

оптики. Показаны важность исследований состояний оптического поля с малым уровнем флуктуаций и возможные способы получения таких состояний. Сформулированы цель работы, ее актуальность. Изложено содержание диссертации.

Раздел 1.1 обзора посвящен состояниям оптических полей с малым уровнем шума, таким как сжатые состояния, состояния с субпуассоновской статистикой фотонов. В параграфе 1.1.1 рассмотрен эффект сжатия света. Определены квадратурные компоненты и условия существования квадратурно-сжатых состояний. Введено понятие сжатия второго и более высоких порядков, в частности, определен фактор сжатия квадрата амплитуды поля. Показано, что одним из способов получения сжатых состояний электромагнитного поля является использование оптических процессов, описываемых квадратичными гамильтонианами. Эффекту субпуассоновской статистики фотонов (сжатия по флуктуациям числа квантов) посвящен параграф 1.1.2. Рассмотрены корреляционные свойства сжатых состояний. Определен критерий существования эффекта. В параграфе 1.1.3 рассмотрена связь сжатых состояний со статистикой фотонов. Показана зависимость статистики от фазы параметра сжатия.

В разделе 1.2 рассмотрены различные способы решения проблемы построения эрмитового оператора фазы осциллятора. Кратко изложен фазовый формализм Пегга-Барнетта и способ определения фазовых значений, предложенный Поповым и Яруниным.

Вторая глава посвящена изучению квантовых флуктуаций фазы оптического поля на основе определения эрмитового оператора фазы осциллятора, данного Поповым и Яруниным (оператор квантовой фазы). В разделе 2.1 показано, что "непрерывный предел" Барнетта-Пегга и полученные с помощью него выражения являются квазиклассическим приближением, совпадение результатов Попова-Ярунина и Барнетта-Пегга происходит только для сильно возбужденных состояний осциллятора. Для состояний близких к основному, используя определение Попова-Ярунина, введен поправочный член  $D_{mn}^{(2)}$  к матричным элементам произвольной функции

оператора полуклассической фазы:

$$\langle m|W(\Phi)|n\rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} W(\varphi) e^{i(m-n)\varphi} d\varphi + D_{mn}^{(2)},$$

$$D_{mn}^{(2)} \rightarrow 0 \quad \text{при } m, n \rightarrow \infty.$$

В разделе 2.2 рассмотрен вклад первой поправки, полученной из определения оператора квантовой фазы, в дисперсию косинуса оператора полуклассической фазы для представления чисел заполнения, а также гауссовых и когерентных состояний. Показано, что для чисел заполнения распределение квантовой фазы неравномерно, а ее дисперсия зависит от этого числа, в отличие от полуклассической фазы, имеющей дисперсию равной  $\frac{1}{2}$ . Отмечено, что это различие увеличивается с уменьшением числа заполнения и становится незначительным для гауссовых и когерентных состояний. Из сопоставления результатов со статистикой одномодового оптического поля сделан вывод о существенности дополнительного члена в случае сильного субпуассоновского эффекта в слабых полях.

Третья глава содержит изложение принципов метода функционального интегрирования и его применения к вычислению матричных элементов оператора Гиббса и оператора эволюции двухквантовых бозе-возбуждений. В разделе 3.1 рассмотрено применение функциональных методов для нахождения интеграла по траекториям гауссова типа. Показано, что использование полуклассического приближения ( $(S/\hbar) \gg 1$ ,  $\delta S = 0$ ) позволяет свести нахождение интеграла к решению функционального уравнения стационарной фазы, получаемого из обращения в нуль первой вариации действия:

$$\int \prod_{i=1}^N D a_i^* D a_i e^{iS} \sim \frac{\exp(\Phi_0)}{\sqrt{\text{Det} \delta^2 S_0}}, \quad \Phi_0 = iS_0 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (z_i^* a_{0i} + z_i' a_{0i}^*),$$

$$z_i^* = a_i^*(t), \quad z_i' = a_i(0).$$

Фаза интеграла содержит наряду с действием на экстремальных траекториях члены, учитывающие граничные условия для траекторий. Вычисление предэкспоненциального множителя сведено к нахождению обратного оператора  $K^{-1}$  с нулевыми граничными усло-

виями для дифференциального оператора  $K$ , определяемого действием:

$$\text{Det} \delta^2 S_0 = \text{Det} K, \quad S = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} f \\ f^* \end{pmatrix} K \begin{pmatrix} f \\ f^* \end{pmatrix},$$

$$\frac{\text{Det} K}{\text{Det} K_0} = \exp \left( \int_0^g dg \text{Tr} (K^{-1} \frac{\partial K}{\partial g}) \right), \quad f(0) = f^*(t) = 0,$$

где  $f, f^*$  —  $N$ -мерные вектора, составленные из компонент  $a_i, a_i^*$ .

Введен порождающий функционал для нахождения среднего числа бозе-возбуждений и его дисперсии.

В разделе 3.2 приведено нахождение матричных элементов статистического оператора в базисе когерентных состояний для бозе-возбуждений с парными корреляциями. Записан порождающий функционал для нахождения среднего числа бозе-возбуждений в термостате. В разделе 3.3 вычислены матричные элементы оператора эволюции в базисе когерентных состояний для параметрического процесса. В зависимости от начального состояния системы определен порождающий функционал для среднего числа фотонов.

Четвертая глава посвящена исследованию статистики двухквантовых бозе-возбуждений и условий разделения параметрического и нелинейного процессов. В разделе 4.1 методом канонического преобразования Боголюбова найдены средние значения числа бозе-возбуждений и его дисперсии для равновесной модели поляритонного типа. В подразделе 4.1.1 рассмотрен один бозе-осциллятор, в 4.2.1 — два связанных бозе-осциллятора в термостате. Показана невозможность субпуассоновской статистики как для фотонов, так и для фононов при любых значениях параметров системы: соотношения частот, температуры, постоянной дипольного взаимодействия.

В разделе 4.2 приведены результаты вычислений на основе порождающего функционала среднего числа фотонов и дисперсии при параметрическом усилении суперпозиции сигнала и шума. Эта модель описывается гамильтонианом:

$$H = \omega a^\dagger a + \frac{g}{2} (a^2 e^{i2\omega t - i\varphi} + (a^\dagger)^2 e^{-i2\omega t + i\varphi})$$

с начальным распределением

$$R_0 = \frac{1}{Q} e^{-\beta(\omega a^\dagger a + j a^\dagger + j^* a)}, \quad Q = \text{Tr} R_0, \quad \beta = T^{-1}.$$

Проведено разделение тепловых и вакуумных флуктуаций среднего числа фотонов. Показано, что тепловые флуктуации существенны на малых временах, а квантовые - на больших. Определена область значений параметров, допускающих существование малошумящего состояния поля. Обнаружено подавление субпуассоновского эффекта на малой частоте температурными флуктуациями, а на большой - квантовыми шумами, проявляющееся в наличии пороговой частоты при низких температурах. Определено, что уменьшение величины накачки приводит к уменьшению объема пространства параметров, допускающих субпуассоновскую статистику.

В разделе 4.3 рассмотрен двухфотонный процесс с квантовой накачкой:

$$H = \sum_{i=1}^2 \omega_i a_i^\dagger a_i + g(a_1^\dagger a_2^\dagger + a_2 a_1^\dagger), \quad \omega_2 = 2\omega_1 \quad [a_i, a_j^\dagger] = \delta_{ij}.$$

Из сравнения функционально-интегрального представления со случаем классической накачки получена система уравнений для экстремальных траекторий, обеспечивающих полуклассическое приближение. Из анализа этой системы уравнений найдены соотношения частот, амплитуд, величины дипольного взаимодействия исследуемого поля и поля накачки, при которых верна модель параметрического процесса.

Пятая глава посвящена исследованию динамики кооперативной системы с многофотонным резонансным взаимодействием.

В разделе 5.1 введен в дипольном приближении гамильтониан, описывающий простейшую кооперативную модель двух двухуровневых атомов, резонансно взаимодействующих с полем излучения через  $m$ -фотонный переход:

$$H = \omega a^\dagger a + \omega_0 \sum_{l=1}^2 R_l^3 + \sum_{l=1}^2 g (a^m R_l^\dagger + a^\dagger{}^m R_l^-), \quad \omega_0 = m\omega$$

и собственные вектора состояния системы "два атома + поле". Средние значения физических величин определяются как средние по этим векторам состояний.

Раздел 5.2 посвящен исследованию сжатия квадрата амплитуды поля в зависимости от начального состояния системы. В подразделе 5.2.1 рассмотрена система, состоящая в начальный момент времени из одного атома в основном состоянии и атома, находящегося в когерентном суперпозиционном состоянии. Приведено решение уравнения Шредингера для этой модели. Из анализа динамики факторов сжатия сделан вывод о возможности эффекта сжатия в двухфотонном и четырехфотонном процессах. Отмечено влияние коллективного характера излучения на осцилляционное поведение характеристик системы. Определены параметры системы, соответствующие максимальному сжатию квадрата амплитуды поля. Показано, что степень максимального сжатия оказывается меньше соответствующей величины для одноатомной модели и степени сжатия второго порядка в аналогичной двухатомной модели.

В подразделе 5.2.2 рассмотрены два начальных когерентных суперпозиционных состояния двух атомов в отсутствие электромагнитного поля. Получены временные зависимости волновой функции, средних значений полевых операторов и факторов сжатия. Показана возможность сжатия в однофотонном, двух- и четырехфотонном процессах. Определены максимальные величины и оптимальные условия сжатия.

В 5.2.3 исследованы факторы сжатия первоначально когерентного поля, взаимодействующего с двумя невозбужденными атомами. Найдены решение уравнения Шредингера, точные и асимптотические, в случае малых времен, выражения для факторов сжатия. Показана возможность сжатия одной из двух квадратурных компонент поля при любом времени взаимодействия для многофотонного процесса. В случае однофотонного взаимодействия атомной системы со слабым электромагнитным полем отмечено существование времени задержки появления эффекта сжатия.

Заключение содержит основные результаты диссертации, выносимые на защиту, и обсуждение возможных областей их применения.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Е.К. Башкиров, Л.А. Сюракшина. Динамика двухуровневых

атомов в неидеальном резонаторе.

Тезисы докладов 4 Всесоюзного симпозиума "Световое эхо и пути его практических применений". Куйбышев, 1989, с.26.

2. Е.К. Башкиров, А.Ю. Мосягина, Л.А. Сюракшина. Сжатие света в двухатомной одномодовой модели. Межведомственный сборник научных статей. Куйбышев, 1990, с.111-124.
3. Л.А. Сюракшина, В.С. Ярунин. Влияние тепловых и вакуумных флуктуаций на статистику бозе-поля при квантовой эволюции. ДАН СССР, 1991, т. 321, с.294-297.
4. L.A. Siurakshina, V.S. Yarunin. Thermal and vacuum fluctuation in Bose field statistics. Physics Letters A, 1992, Vol. 164, p. 167-170.
5. Л.А. Сюракшина, В.С. Ярунин. Статистика параметрического осциллятора в термостате. ТМФ, 1992, т. 92, с.158-165.
6. V.N. Popov, L.A. Siurakshina, V.S. Yarunin. Quantum phase operator and statistics of the optical field. препринт ОИЯИ, 1993, E17-93-453, с.1-11, J. Mod. Opt., 1994, in press.
7. Л.А. Сюракшина, А.С. Шумовский, В.С. Ярунин. О невозможности субпуассоновского равновесного распределения бозе-возбуждений с парными корреляциями. Сообщения ОИЯИ, 1993, P17-93-389, с.1-6.

Рукопись поступила в издательский отдел

28 января 1994 года.