

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

На правах рукописи

Г-19

17-91-526

**ГАНЦОГ
Цэрэнсодномын**

УДК 530.145

**КВАНТОВЫЕ ФЛУКТУАЦИИ
И КОРРЕЛЯЦИИ ФАЗЫ
В НЕЛИНЕЙНЫХ ОПТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ**

Специальность: 01.04.02 - теоретическая физика

**Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук**

Дубна 1991

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук
профессор Р. Танась

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук,
старший научный сотрудник А.В. Андреев (МГУ, г. Москва)

кандидат физико-математических наук,
старший научный сотрудник В.П. Карасев (ФИАН, г. Москва)

Ведущая организация:

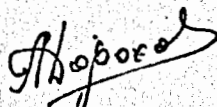
Институт спектроскопии АН СССР, г. Троицк.

Защита диссертации состоится "15" января 1992 года на заседании Специализированного совета К047.01.01 Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Объединенного института ядерных исследований.

Автореферат разослан "16" декабря 1991 года.

Ученый секретарь
Специализированного совета
кандидат физико-математических наук


А. Е. Дорохов

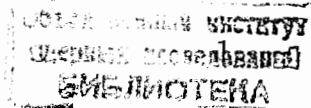
Актуальность темы.

Проблема квантового описания фазы занимает важное место в современной квантовой оптике. Обусловлено это прежде всего тем, что в связи с успешными экспериментами, проведенными в последние годы, по измерению чувствительных к фазе оптического поля эффектов, таких как сжатое состояние света, заметно возрос интерес к исследованию фазовых свойств поля.

Несмотря на многочисленные попытки, до 1988–89 гг., по существу, не удавалось построить эрмитовый оператор, хорошо описывающий оптическую фазу и имеющий простую конструкцию, удобную для применения в конкретных задачах. Заметным шагом вперед в этом направлении стал новый формализм эрмитового оператора фазы, введенный Пеггом и Барнеттом в 1988–89 гг. Этот формализм позволяет вычислять не только такие "старые" фазовые характеристики поля, как косинус и синус фазы, но и функцию распределения фазы, среднее значение и дисперсию фазы для данной моды и корреляцию фаз разных мод, что было невозможно в других подходах.

Нелинейные явления, происходящие в различных средах, привлекают внимание исследователей как разнообразием свойств, так и широкими возможностями их практического применения в науке и технике. Оптические поля, генерируемые в нелинейных процессах, обладают особыми фазовыми свойствами, зависящими от нелинейного процесса, в котором они генерированы, и от состояний, в которых они находились до нелинейного преобразования. Поскольку существует множество разных нелинейных процессов, имеется возможность генерировать поля с разными фазовыми свойствами. Поэтому исследование фазовых свойств оптических полей, генерируемых разными нелинейными процессами, на основе нового формализма эрмитовой фазы является актуальным направлением в развитии квантовой оптики.

Целью работы является изучение, на основе нового формализма эрмитового оператора фазы Пегга-Барнетта, квантовых флуктуаций и корреляций фазы в разных нелинейных оптических про-



цессах. Рассмотрена модель ангармонического осциллятора, задача распространения эллиптически поляризованного света в Керровской среде, генерация второй гармоники, двухфотонная даун-конверсия с квантовой накачкой, двухмодовый сжатый вакуум и парное когерентное состояние.

Научная новизна и практическая ценность

В работе впервые исследованы квантовые флуктуации и корреляции фазы для следующих процессов: распространения света в Керровской среде, генерации второй гармоники, двухфотонной даун-конверсии, а также для двухмодового сжатого вакуума и парного когерентного состояния. Результаты, полученные на основе формализма Пегга-Барнетта для функции распределения фазы, среднего значения, дисперсии и корреляции фазы в этих состояниях, являются новыми, поскольку в рамках других подходов вычисление таких величин было невозможным. Для физических состояний впервые установлена взаимосвязь между функцией распределения фазы Пегга-Барнетта и “классическим” распределением фазы, полученным интегрированием Q функции по радиальной переменной. Впервые обнаружена бифуркация в фазовом распределении, возникающая в процессе генерации второй гармоники, и установлена ее связь с переходом процесса от режима генерации гармоники к даун-конверсии. Впервые найдена точная аналитическая формула, описывающая суперпозицию когерентных состояний, генерируемых при распространении света в Керровской среде, и указано на возможность использования функции распределения фазы для описания такой суперпозиции. Обнаружено существование чисто квантового эффекта размывания фазы за счет квантовых флуктуаций. Впервые показано существование сильной корреляции фаз в двухмодовом сжатом вакууме и парных когерентных состояниях.

Полученные в диссертации результаты способствуют лучшему пониманию квантовой динамики фазы в нелинейных оптических процессах.

Для защиты выдвигаются следующие основные результаты, полученные в диссертации:

1. Для физических состояний установлена взаимосвязь между

фазовым распределением Пегга-Барнетта и “классическим” распределением фазы, полученным интегрированием Q функции по радиальной переменной. Показано, что “классическое” распределение получается в результате процедуры усреднения распределения Пегга-Барнетта, что приводит к уширению распределения и, следовательно, потере части фазовой информации.

2. Показано, что для большей части периода эволюции состояния ангармонического осциллятора и эллиптически поляризованного света, распространяющегося в Керровской среде, близки к состоянию с равномерно распределенной фазой. В случае эллиптически поляризованного света показано наличие значительного влияния одной моды на фазовые свойства другой моды.
3. Обнаружена бифуркация в фазовом распределении, возникающая в процессе генерации второй гармоники. Дано объяснение ее происхождения.
4. Установлена связь между двухфотонным характером процесса и его фазовым распределением. Исследовано влияние квантового характера накачки на фазовые свойства двухфотонной даун-конверсии и показан предел применимости параметрического приближения.
5. В рассмотренных нелинейных процессах обнаружен чисто квантовый эффект размывания фазы за счет квантовых флуктуаций.
6. Обнаружен эффект “затягивания фазы” (phase locking) в двухмодовом сжатом вакууме и парном когерентном состоянии. Показано существование сильной корреляции фаз в этих состояниях.
7. Исследован вопрос о генерации суперпозиции любого конечного числа когерентных состояний в модели ангармонического осциллятора и в задаче распространения эллиптически поляризованного света в Керровской среде. Найдена точная аналитическая формула, позволяющая описать суперпозиционное

состояние с любым числом компонент. Показано, как можно использовать функцию фазового распределения для описания такой суперпозиции.

Апробация работы. Основные результаты диссертации представлялись на Международных конференциях по квантовой оптике (Италия, 1990; Индия, 1991), Европейской конференции по квантовой электронике (Эдинбург, 1991), XIV Международной конференции по когерентной и нелинейной оптике (Санкт-Петербург, 1991), Международном семинаре по проблемам квантовой оптики (Дубна, 1991).

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 8 работ.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из трех глав и Заключения. Она содержит 126 страниц машинописного текста, 51 рисунок. Библиографический список составляет 119 ссылок.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Первая глава есть введение, где дается краткий исторический очерк о различных попытках построения эрмитового оператора фазы, начиная с подхода Дирака и заканчивая формализмом Пегга-Барнетта. Также дан обзор литературы по исследованию фазовых свойств оптических полей. Излагается содержание диссертации.

Вторая глава посвящена основам формализма эрмитового оператора фазы, развитого некоторое время назад Пеггом и Барнеттом. Вводятся состояния с точно определенной фазой и изучаются их основные свойства. Это является содержанием раздела 2.1. В разделе 2.2 дано определение эрмитового оператора фазы, на основе которого строится фазовый формализм. В разделе 2.3 описываются рецепты применения формализма Пегга-Барнетта для изучения фазовых свойств конкретных состояний. Дано определение физических состояний. Выводятся общие для физических состояний формулы вычисления функции распределения фазы, среднего

значения и дисперсии как самого оператора фазы, так и его косинуса и синуса. Также приводятся формулы для соотношения неопределенностей число-фаза и параметров сжатия числа фотонов и фазы.

В разделе 2.4 получено выражение для "классического" распределения фазы, полученного интегрированием Q функции по радиальной переменной. Установлена взаимосвязь между распределением Пегга-Барнетта и "классическим" распределением. Показано, что "классическое" распределение фазы получается в результате процедуры усреднения распределения Пегга-Барнетта, приводящее к сглаживанию и уширению фазового распределения и тем самым к потере части фазовой информации.

Третья глава посвящена изучению квантовых флуктуаций и корреляции фаз в разных нелинейных оптических процессах на основе формализма эрмитовой фазы, изложенного во второй главе. Здесь приводятся основные результаты.

Раздел 3.1 посвящен изучению фазовых свойств состояний ангармонического осциллятора. В подразделе 3.1.1 дано решение уравнения Шредингера для ангармонического осциллятора. Рассмотрен вопрос о возможности генерации суперпозиции конечного числа когерентных состояний в ходе эволюции ангармонического осциллятора. Найдена общая аналитическая формула, позволяющая вычислить коэффициенты при базисных когерентных состояниях в такой суперпозиции.

В 3.1.2 изучаются фазовые свойства поля. Обсуждены фазовые свойства самосжимающихся состояний, генерируемых в процессе эволюции ангармонического осциллятора с точки зрения нового фазового формализма Пегга-Барнетта. Для эрмитового оператора фазы получены функция распределения фазы, ее среднее значение и дисперсия, а эволюция этих величин проиллюстрирована графически. Показано, что дисперсия фазы в начале эволюции растет быстро за счет квантовых флуктуаций и начинает осциллировать вблизи значения $\pi^2/3$, т.е. значения для состояния с равномерно распределенной фазой. Это означает, что для большей части периода эволюции состояние ангармонического осциллятора близко к состоянию с равномерно распределенной фазой. Эта тенденция еще сильнее проявляется с ростом интенсивности начального коге-

рентного состояния. Показано, что, когда интенсивность начального когерентного состояния света большая, функция распределения фазы становится гауссовой. В этом случае сдвиг фазы прямо пропорционален времени эволюции и среднему числу фотонов, что согласуется с классическим результатом. Дисперсия фазы и произведение неопределенностей число-фаза при этом возрастают пропорционально квадрату времени эволюции. Рассчитаны также средние значения и дисперсии операторов косинуса и синуса фазы. Эти результаты сравниваются как с результатами, полученными на основе формализма Сасскинда-Глоговера, так и с результатами, полученными на основе концепции измеряемой фазы. Показано, что для полей с малым числом фотонов имеется существенное различие между этими подходами, и по мере увеличения интенсивности различие становится несущественным. На основе этих результатов установлена связь между фазовым свойством поля и сжатием. Показана возможность качественного предсказания сжатия квадратурных компонент поля по фазовым свойствам поля.

В подразделе 3.1.3 дано сравнение функций Q и $P(\theta)$ для описания суперпозиции когерентных состояний. Показано, что когда состояние системы становится суперпозицией когерентных состояний, функция фазового распределения расщепляется на отдельные пики, которые соответствуют отдельным компонентам суперпозиции. Приводится оценка максимального числа хорошо различимых состояний суперпозиции для заданного начального числа фотонов поля. Также проведено сравнение "классического" распределения и распределения Пегга-Барнетта на примере ангармонического осциллятора.

Раздел 3.2 посвящен изучению фазовых свойств эллиптически поляризованного света, распространяющегося в Керровской среде. В подразделе 3.2.1 дано квантовое описание эллиптически поляризованного света. В 3.2.2 дано решение уравнения Шредингера, описывающее эволюцию квантового состояния эллиптически поляризованного света, распространяющегося в Керровской среде.

В 3.2.3 подробно изучаются фазовые свойства поля. Получена функция совместного распределения вероятности фаз двух ортогональных мод, описывающих эллиптическую поляризацию поля, а также условные распределения вероятности фазы отдельных мод.

Эволюция этих функций иллюстрируется графически. Показано, что в ходе эволюции распределение смещается и уширяется, что означает наличие чисто квантового эффекта - размывания фазы. Вычислены среднее значение и дисперсии оператора фазы отдельной моды. Показано наличие значительного влияния одной моды на другую. Полученные результаты показывают, что смещение фазы одной моды зависит от интенсивности другой моды и от свойства симметрии нелинейной среды. Также вычислены существенно двухмодовые фазовые характеристики поля, такие как: дисперсия разности фаз, корреляционная функция фазы, дисперсии косинуса и синуса разности фаз. Показано, что двухмодовые характеристики сильно зависят от свойства симметрии тензора нелинейной восприимчивости среды. Кратко обсуждена взаимосвязь между межмодовыми фазовыми свойствами и степенью поляризации поля. Все эти результаты проиллюстрированы графически.

В подразделе 3.2.4 обсуждается проблема генерации суперпозиции конечного числа когерентных состояний при распространении эллиптически поляризованного света в Керровской среде. Показано, что когда безразмерное время эволюции принимает значение дробной части периода, при определенных свойствах симметрии среды состояние системы становится суперпозицией когерентных состояний. Найдена точная аналитическая формула для коэффициентов суперпозиции. Предложено использовать совместную функцию распределения $P(\theta_+, \theta_-)$ для описания такой суперпозиции.

Раздел 3.3 посвящен изучению фазовых свойств полей в процессе генерации второй гармоники. В подразделе 3.3.1 приводится чисто квантовый подход нахождения эволюции состояния поля с применением численного метода диагонализации гамильтониана взаимодействия. В подразделе 3.3.2 подробно изучаются фазовые свойства полей при генерации второй гармоники. Найдены выражения для совместного распределения вероятностей фаз и условного распределения фазы для основной моды и второй гармоники. Обнаружена бифуркация совместного распределения фаз. Это связано с переходом от режима генерации второй гармоники к режиму даун-конверсии. Когда система эволюционирует достаточно долго, функция распределения становится более равномерной, что озна-

чает размывание фаз. Вычислены также межмодовая корреляционная функция фаз и дисперсии как самих операторов фаз, так и их косинуса и синуса. Эволюция этих величин проиллюстрирована графически.

Раздел 3.4 посвящен изучению квантовых флуктуаций числа фотонов и фазы поля, генерированного в процессе деления частоты (даун-конверсия) с квантовой накачкой. В подразделе 3.4.1 дано решение уравнения Шредингера для этой системы. При этом используется численный метод диагонализации гамильтониана взаимодействия. Этот метод позволяет вычислить и графически проиллюстрировать эволюцию ряда величин, характеризующих квантовые флуктуации числа фотонов и фазы поля.

В подразделе 3.4.2 исследовано и проведено сравнение квантовых флуктуаций двух сопряженных величин: числа фотонов и фазы для сигнальной моды и моды накачки. Найдены выражения для дисперсии числа фотонов, совместного распределения чисел фотонов, дисперсии квадратурных компонент, совместного распределения вероятностей фаз, условного распределения числа фотонов и фазы для сигнальной моды и произведения неопределенностей и параметров сжатия для числа фотонов и фазы. Эволюция этих величин проиллюстрирована графически. Свойства сигнальной моды, генерируемой в процессе даун-конверсии с квантовой накачкой, были сравнены с таковыми для идеального сжатого вакуума, чтобы показать предел применимости параметрического приближения. Полученные результаты показывают, что квантовый характер моды накачки существенно изменяет свойства поля на более позднем этапе эволюции, тогда как на раннем этапе эволюции свойства сигнальной моды очень близки к таковым для идеального сжатого вакуума. Квантовая флуктуация моды накачки устанавливает, фактически, ограничение на значение параметра сжатия, которое можно получить в реальной физической ситуации. Из полученных результатов также видно, что двухфотонный характер процесса прямо отражается в распределении числа фотонов посредством отсутствия нечетных чисел фотонов (или, более точно, присутствием только пар фотонов), и в распределении фазы посредством двухпиковой структуры распределения фазы сигнальной моды. Более того, видно, что мода накачки может стать сжатой, и, когда получается максималь-

ное сжатие, распределение числа фотонов и распределение фазы для моды накачки показывают характерные особенности, свойственные соответствующим распределениям для сигнальной моды, хотя не в таком чистом виде. Это может рассматриваться как иллюстрация сопряженного характера числа и фазы.

Также исследованы произведение неопределенностей числа фотонов и фазы, и среднее значение их коммутатора. В противоположность идеальному сжатому вакууму произведение неопределенностей остается конечным в пределе больших времен. Поскольку ожидаемое значение коммутатора определяет нижнюю границу произведения неопределенностей, иногда удобно характеризовать флуктуацию числа фотонов и фазы как относительные величины, вычисляемые относительно минимальной неопределенности. Это приводит к понятию сжатия числа фотонов и фазы. Степень такого сжатия также вычислена для обеих мод.

В разделе 3.5 рассматриваются квантовые флуктуации и корреляции фаз двухмодового сжатого вакуума. Показано, что функция совместного распределения фаз зависит только от суммы двух фаз, что означает существование сильной корреляции между модами. Установлено фундаментальное свойство двухмодового сжатого вакуума: фазы отдельных мод, так же как и разность фаз, равномерно распределены, в то время как сумма фаз распределена неравномерно. Это есть явление затягивания фазы (phase locking). Показано, что сильная корреляция между фазами двух мод понижает дисперсию оператора суммы фаз. По мере увеличения сжатия эффект затягивания фаз становится более сильным, и в пределе сильного сжатия дисперсия суммы фаз стремится к нулю. Это означает, что в случае сильного сжатия сумма двух фаз может принимать только одно определенное значение, равное удвоенной фазе сжатого вакуума. Также получены простые аналитические формулы для средних значений и дисперсии косинуса и синуса оператора суммы фаз. Показано, что в случае сильного сжатия ожидаемые значения операторов косинуса и синуса становятся соответствующими функциями удвоенной фазы сжатого вакуумного состояния. В этом случае дисперсии становятся равными нулю, и синус и косинус суммы фаз будут хорошо определенными. Эти результаты сравниваются с результатами, полученными на основе формализма

Сасскинда-Глоговера.

Предложен способ проверки правильности выбора фазового окна путем согласования поведения самой фазы с поведением ее косинуса и синуса.

Раздел 3.6 посвящен изучению квантовых флуктуаций и корреляции фаз в парных когерентных состояниях. Получено выражение для совместного распределения вероятности фаз двух мод, и показано, что это распределение фаз зависит только от суммы фаз двух мод, что означает существование сильной корреляции между модами. Установлено, что фазы отдельных мод, также как и разность фаз, равномерно распределены, в то время как сумма фаз распределена неравномерно. Корреляционная функция фаз всюду отрицательна и понижает дисперсию оператора суммы фаз. При увеличении $|\zeta|$ ($\zeta = |\zeta| \exp(i\varphi)$ – собственное значение парного оператора уничтожения) корреляционная функция уменьшается (ее абсолютное значение увеличивается), вследствие чего дисперсия оператора суммы фаз тоже уменьшается. В пределе $|\zeta| \rightarrow \infty$ дисперсия оператора суммы фаз стремится к нулю, и сумма двух фаз принимает только одно определенное значение, равное φ . Это есть эффект затягивания фаз (phase locking).

Также вычислены среднее значение и дисперсия косинуса оператора суммы фаз и проведено сравнение с результатами, полученными на основе формализма Сасскинда-Глоговера.

В **Заключении** приводятся основные результаты и перечень основных положений диссертации, выносимых на защиту.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Ts.Gantsog, R.Tanaś. Phase properties of self-squeezed states generated by the anharmonic oscillator. J. Mod. Optics, 1991, v 38, p.1021–1034.
2. Ts.Gantsog, R.Tanaś. Discrete superpositions of coherent states and phase properties of elliptically polarized light propagating in a Kerr medium. Quantum Optics, 1991, v 3, p.33–48.

3. Ts.Gantsog, R.Tanaś. Phase properties of elliptically polarized light propagating in a Kerr medium. J. Mod. Optics, 1991, v 38, p.1537–1558.
4. Ts.Gantsog, R.Tanaś. Phase properties of the two-mode squeezed vacuum states. Phys. Lett., 1991, v 152A, p.251–256.
5. Ts.Gantsog, R.Tanaś. Phase properties of pair coherent states. Opt. Commun., 1991, v 82, p.145–152.
6. R.Tanaś, Ts.Gantsog, A. Miranowicz, S. Kielich. The quasiprobability distribution $Q(\alpha, \alpha^*)$ versus the phase distribution $P(\theta)$ in description of superpositions of coherent states. J. Opt. Soc. Am. B, 1991, v 8, p.1576–1582.
7. Ts.Gantsog, R.Tanaś, R.Zawodny. Quantum phase fluctuations in the second harmonic generation. Phys. Lett., 1991, v 155A, p.1–6.
8. Ts.Gantsog, R.Tanaś, R.Zawodny. Quantum phase fluctuations in parametric down-conversion with quantum pump. Opt. Commun., 1991, v 82, p.345–350.

Рукопись поступила в издательский отдел
28 ноября 1991 года.