

T-576



**ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

**УДК 539.2:538.9:536.75**

**17-86-358**

**ТОНЧЕВ**

**Николай Стойчев**

**ТЕОРИЯ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ  
В МОДЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ С ЭЛЕКТРОН-ДЫРОЧНОЙ  
И СТРУКТУРНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТЬЮ**

**Специальность: 01.04.02 - теоретическая  
и математическая физика**

**Автореферат диссертации на соискание ученой  
степени доктора физико-математических наук**

**Дубна 1986**

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы

В качестве объекта исследования, обладающего рядом уникальных свойств для физики фазовых переходов, все большую популярность приобретает обширный класс систем с электрон-дырочной и структурной неустойчивостью. Структурная неустойчивость может быть обусловлена особенностями электронного спектра, такими, как наличие конгруэнтных участков на поверхностях Ферми электронов и дырок в модели экситонного изолятора, или обращением в нуль частоты некоторой критической моды колебаний в модели энгармонического кристалла. С практической точки зрения, для получения экстремальных критических параметров особенно важно также теоретическое исследование этих систем в случае двух типов фазовых переходов - экситонного (или структурного) и сверхпроводящего.

В теории фазовых переходов при реализации программы статистической механики, сформулированной Гиббсом, обычно выбирают один из следующих двух подходов:

1. Замена реальной системы сильно идеализированной модельной системой, для которой статистическая сумма  $Z$  или термодинамические потенциалы вычисляются точно строгими методами.

2. Приближенное вычисление в рамках первоначальной, более реалистической модели статистической суммы  $Z$  или величин, связанных с ней.

Взаимодополняемость и эффективность обоих подходов общеизвестна, но для установления прямой связи между ними принципиально важно ответить на следующий вопрос: существует ли модельная система, для которой использование данного приближения приводит к точному решению? Утвердительный ответ на него известен для ряда физически содержательных случаев, однако в большинстве из них происходит подавление флуктуаций, т.е. имеет место классическое (среднеполевое) критическое поведение. Число точно решаемых моделей, в которых возможен эффективный учет критических флуктуаций, крайне невелико. Флуктуационные эффекты исследуются обычно приближенно, методами ренормгруппы, которые, хотя и не являются в достаточной мере математически обоснованными, считаются достаточно надежными.

При построении теории фазовых переходов в системах с электрон-дырочной и структурной неустойчивостью в рамках модели экситонного изолятора использовались, в основном, приближенные методы и, в част-

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук  
профессор

В.Н.ПОПОВ

доктор физико-математических наук  
старший научный сотрудник

Б.И.САДОВНИКОВ

доктор физико-математических наук  
академик АН УССР, профессор

И.Р.ЮХНОВСКИЙ

Ведущая организация -


Институт металлофизики АН УССР, Киев

Автореферат разослан "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 1986 г.

Защита диссертации состоится "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 1986 г. на заседании Специализированного совета Д 047.01.01 Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, Дубна Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Объединенного института ядерных исследований.

Ученый секретарь Совета  
кандидат физико-математических наук

  
В.И.ЖУРАВЛЕВ

Научно-техническая  
библиотека  
ОИЯИ

ности, методы, основанные на технике функций Грина. Так же обстоит дело и при изучении структурных переходов в моделях ангармонического кристалла, хотя в этой области имеются важные результаты, связанные с учетом критических флуктуаций. Изучение эффектов, в том числе и чисто флуктуационных, возникающих в случаях, когда электрон-дырочная или структурная неустойчивость сопровождается еще и куперовской неустойчивостью, тоже стимулировало развитие соответствующих теоретических представлений.

В диссертации исследуются два типа модельных систем:

1. Микроскопические модельные системы, допускающие точное в термодинамическом пределе решение.

2. Модельные системы, описываемые эффективным гамильтонианом типа гамильтониана Гинзбурга-Ландау с двумя взаимодействующими параметрами порядка.

Актуальность исследования первого типа моделей обусловлена, с одной стороны, стремлением понять механизм фазового перехода на математически строгом уровне, а с другой - возможностью выявить и проследить соответствие с результатами, полученными в рамках более реалистических моделей, но приближенными методами.

Важность исследования второго типа моделей обусловлена, с точки зрения общей теории критических явлений, наличием мультикритических точек, в окрестности которых роль флуктуационных эффектов может оказаться решающей. Учет этих эффектов позволяет также полнее понять конкретные особенности систем с электрон-дырочной и структурной неустойчивостью.

Целью работы является изучение термодинамических свойств систем с электрон-дырочной и структурной неустойчивостью на основе строгих математических методов, развитие новых вариационных подходов к вычислению термодинамических потенциалов, учет флуктуационных эффектов в таких системах.

#### Научная новизна и практическая ценность

Впервые идеи метода аппроксимирующего гамильтониана (МАГ) последовательно применены для исследования систем с фазовым переходом в экситонное состояние. Построены фазовые диаграммы в плоскости "температура - среднее число электронов" и выяснено влияние дополнительных зон, играющих роль резервуара электронов.

Показано, что те решения (как с пространственно-однородным, так и с пространственно-неоднородным параметром порядка), которые используются в теории экситонного изолятора, в определенной области значений параметров не удовлетворяют условию термодинамической стабильно-

сти. Получен новый тип решений, которые предсказывают появление двухфазной области и фазового перехода первого рода, что применительно к моделям, используемым для описания  $Cr$  и его сплавов, согласуется с экспериментальной ситуацией.

На основе полученной из первых принципов точно решаемой модели аддитивного типа показано, что электрон-дырочная и куперовская неустойчивости конкурируют друг с другом как в случае с фиксированным химическим потенциалом, так и в случае фиксированной средней плотности электронов в зоне.

Получены оценки для ширины критической области в окрестности различных мультикритических точек для систем с электрон-дырочным и куперовским спариванием и показано, что для полного описания критического поведения этих систем необходимо привлечение метода ренормгруппы (РГ).

Новым вкладом является применение метода  $\epsilon$ -разложения и последовательное исследование флуктуационных свойств систем с двумя взаимодействующими параметрами порядка в присутствии флуктуирующего электромагнитного поля, вычисление критических индексов, анализ фазовых диаграмм и доказательство возможности реализации в таких системах эффекта Гальперина-Любенского и Ма.

Новым вкладом является развитие МАГ для исследования модели, учитывающей взаимодействия флуктуации бесконечного радиуса и описывающей структурный фазовый переход ферродисторсионного типа. Впервые дано доказательство существования для этой модели точного решения в классическом, промежуточном и квантовом режимах. Получено подтверждение на базе этого решения гипотезы скейлинга и правила размерного "кроссовера".

Для защиты выдвигаются следующие основные результаты, полученные в диссертации:

1. Решена задача о фазовом переходе в редуцированной модели Келдыша-Копеева при заданной разности концентрации электронов и дырок и в модели Маттиса-Лангера при заданной средней плотности электронов в зоне. Решение получено с помощью конструктивного использования МАГ и обобщенного преобразования Лежандра. Доказано, что решение является точным в термодинамическом пределе.

2. Этим же методом изучено термодинамическое поведение упомянутых выше модельных систем в более реалистическом случае "контакта" с резервуаром электронов. Получено и исследовано выражение для энергии основного состояния как функции параметра, определяющего мощность резервуара. Найдены ограничения на область применимости различных приближенных схем, использованных ранее в теории.

3. Предложен вариационный подход для исследования фазовых переходов в модели экситонного изолятора с пространственно-неоднородным параметром порядка, используемых в зонной теории магнетизма. В этом подходе установлена и учтена неперестановочность двух следующих операций:

- а) нахождение минимума вариационного термодинамического потенциала;
- б) переход от переменных "химический потенциал, температура" к переменным "разность концентрации электронов и дырок, температура".

4. Для этой модели, в окрестности тройной точки, построена фазовая диаграмма. Для реалистических значений параметров модели получен фазовый переход первого рода из парамагнитного в несоизмеримое антиферромагнитное состояние. Найдено температурное поведение волнового вектора несоизмеримой структуры в зависимости от формы поверхностей ферми и мощности резервуара.

5. Из первых принципов выведен класс моделей аддитивного типа, описывающих взаимное влияние электрон-дырочного и куперовского спариваний.

6. Найдено точное решение задачи о фазовых переходах в этих моделях и показано, что экситонный и сверхпроводящий переходы подавляют друг друга как в случае фиксированного химического потенциала  $\mu$ , так и в случае фиксированной средней плотности электронов в зоне  $N$ .

7. Получен критерий применимости приближения среднего поля для модели экситонного изолятора в зависимости от величины химического потенциала в области, включающей трикритическую точку Лифшица. В окрестности бикритической и тетракритической точек получен критерий применимости квадратичного приближения по флуктуациям для корреляционных функций в системах с двумя взаимодействующими параметрами порядка и вычислен флуктуационный сдвиг линий фазовых переходов.

8. С помощью метода  $\xi$ -разложения Вильсона исследованы критические свойства модели с двумя взаимодействующими параметрами порядка (например, со сверхпроводящим и экситонным) при наличии флуктуирующего электромагнитного поля. Показано, что из-за флуктуации поля на фазовой диаграмме для таких систем отсутствуют бикритические и тетракритические точки. Тем самым показано, что эти системы являются новым (и, с экспериментальной точки зрения более доступным) примером систем, в которых реализуется так называемый фазовый переход "слабо первого" (weakly first) рода.

9. В термодинамическом пределе точно решена микроскопическая  $d$ -мерная модель с дальнедействующим ангармоническим взаимодействием, описывающая структурный фазовый переход ферродисторсионного типа.

10. Полученные точные выражения для термодинамических потенциалов исследованы в классическом, промежуточном и квантовом режимах. Исследованы фазовые переходы по температуре и параметру квантовости и вычислены соответствующие критические индексы и функции подобия.

11. В рамках этой точно решаемой модели подтверждена гипотеза подобия и доказано правило размерного "кроссовера", согласно которому критическое поведение квантовой  $d$ -мерной системы при  $\Theta_{кр} = 0$  и классической  $(d+1)$ -мерной системы эквивалентны.

#### Апробация работы

Основные результаты диссертации докладывались на семинарах Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, Института физики твердого тела им. Г.Наджаква Болгарской академии наук, Отдела статистической механики Математического института им. В.А.Стеклова АН СССР, Отдела теоретической физики Физического института им. П.Н.Лебедева АН СССР, Международного центра по теоретической физике в Триесте, Италия, а также на III Общей конференции Европейского физического общества по физике конденсированного состояния (Лозанна, Швейцария, 1983), XXI Международной конференции стран-членов СЭВ по физике и технике низких температур (Варна, НРБ, 1983), на III Международном симпозиуме по избранным проблемам статистической механики (Дубна, 1984), 23 Всесоюзном совещании по физике низких температур (Таллин, 1985), II Советско-итальянском симпозиуме по математическим проблемам статистической физики (Львов, 1985).

#### Публикации

По материалам диссертации опубликованы 18 статей, 1 обзор и 1 монография.

#### Объем работы

Диссертация состоит из введения, шести глав основного содержания, включающих 21 параграф, и заключения. Она содержит 255 страниц машинописного текста, 25 рисунков, 4 таблицы и библиографический список из 212 названий.

#### СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дано обоснование актуальности и важности рассматриваемых в диссертации проблем и сформулированы основные результаты.

В первой главе точно решаемые модельные системы с электрон-дырочной и структурной неустойчивостью исследуются с помощью МАГ в большом каноническом и каноническом ансамблях. Здесь исследуются два типа трехмерных модельных систем:

а) модель двухзонного (зоны "а" и "в") полуметалла, модель экситонного изолятора Келдыша-Копеева, когда электронные спектры удовлетворяют условию  $-\epsilon_a(\vec{p}) = \epsilon_b(\vec{p} + \vec{q})$ , где  $\vec{q}$  определяет расстояние в импульсном пространстве между экстремумами обеих зон (Келдыш-Копеев, 1964).

б) модель однозонного металла в приближении сильной связи, когда электронный спектр удовлетворяет условию  $\epsilon(\vec{p}) = -\epsilon(\vec{p} + \vec{Q})$  для некоторого вектора  $\vec{Q}$  (Маттис-Лангер, 1970).

Глава состоит из четырех параграфов.

В § I обсуждаются вопросы, связанные с определением гамильтонианов моделей и применением МАГ. В случае "а" рассматривается гамильтониан взаимодействия, редуцированный на подпространстве электрон-дырочных пар, т.е.

$$\mathcal{H}_{\text{вз}} = -\frac{2}{V} \left( \sum_{\vec{k}, \sigma, \nu} \lambda_{\sigma\nu}(\vec{k}) a_{\vec{k}\sigma}^+ b_{\vec{k}\nu} \right) \left( \sum_{\vec{k}, \sigma, \nu} \lambda_{\nu\sigma}(\vec{k}) b_{\vec{k}\nu}^+ a_{\vec{k}\sigma} \right), \quad (1)$$

где функция  $\lambda_{\sigma\nu}(\vec{k})$  равна отличной от нуля константе только в области  $|\epsilon_{\alpha, \beta}(\vec{k})| \leq W$  и учитывает либо синглетное, либо триплетное спаривание электронов и дырок.

В случае "б" гамильтониан взаимодействия получен из гамильтониана Фрёлиха, в котором оставлено взаимодействие только с фононной модой с импульсом  $\vec{Q}$ , т.е.

$$\mathcal{H}_{\text{вз}} = \frac{g}{\sqrt{V}} \sum_{\vec{k}, \sigma} (a_{\vec{k}+\vec{Q}, \sigma}^+ a_{\vec{k}, \sigma} c_{\vec{Q}} + \text{э.с.}). \quad (2)$$

В (1) и (2)  $a_{\vec{k}\sigma}^{\#}$  и  $b_{\vec{k}\sigma}^{\#}$  - операторы рождения и уничтожения электронов и дырок соответственно, а  $c_{\vec{Q}}$  - фононов.

Гамильтонианы с взаимодействием (1) и (2) являются простейшими гамильтонианами, описывающими фазовый переход в экситонное состояние. Для них с помощью МАГ можно вычислить асимптотически точно большой термодинамический потенциал

$$\Omega(\theta, \mu) = \min_{\Delta} \lim_{V \rightarrow \infty} \Omega_V(\theta, \mu; \Delta), \quad (3)$$

где  $\Omega_V(\theta, \mu; \Delta)$  - вариационный (аппроксимирующий) термодинамический потенциал, для которого в § I получено явное выражение.

В §§ 2 и 3 исследовано термодинамическое поведение исследуемых систем в каноническом ансамбле. Использование канонического ансамбля естественно, когда заданным параметром задачи является среднее число электронов в зоне или разность концентрации электронов и дырок. Такая ситуация имеет место в легированных системах.

При исследовании фазовых переходов в системах с электрон-дырочной и структурной неустойчивостью в этом случае обычно поступают следующим образом (Рэйс, 1970, Маттис и Лангер, 1970 и др.).

Уравнение самосогласования для параметра порядка  $\Delta$ , которое в рассматриваемом случае можно записать в виде

$$\frac{\partial}{\partial \Delta} \Omega_{\infty}(\theta, \mu; \Delta) = 0, \quad (4)$$

и уравнение, фиксирующее среднюю плотность электронов (или разность концентрации электронов и дырок), так называемое уравнение электро-нейтральности:

$$n = -\frac{\partial}{\partial \mu} \Omega_{\infty}(\theta, \mu; \Delta), \quad (5)$$

решаются совместно как система уравнений для неизвестных  $\Delta$  и химического потенциала  $\mu$ . Среди всех решений системы (4) и (5) выбирают те решения  $\Delta(n, \theta)$ ,  $\mu(n, \theta)$ , которые реализуют минимум плотности термодинамического потенциала свободной энергии:

$$\tilde{f}(\theta, n) = \Omega(\theta, \mu(n, \theta); \Delta(n, \theta)) + n \mu(n, \theta). \quad (6)$$

Казалось бы, этот стандартный путь решения задачи такого типа должен привести к правильному результату. Однако применимость системы (5) и (6) ограничена тем, что в определенной области на плоскости  $(\theta, n)$  функция  $\tilde{f}(\theta, n)$  теряет свойство выпуклости по  $n$ , т.е. возникает абсолютная неустойчивость системы. Здесь вскрыты причины неприменимости преобразования Лежандра (6) в теории экситонного изолятора. Основной причиной оказывается наличие на фазовой диаграмме  $(\theta, \mu)$  трикритической точки и линии фазового перехода первого рода. Показано, что в этом случае вместо (6) необходимо использовать обобщенное преобразование Лежандра

$$f(\theta, n) = \sup_{\mu} \{ \Omega(\theta, \mu) + \mu n \}. \quad (7)$$

Термодинамическое поведение исследуемой системы полностью определяется выражениями (3) и (7). Выполнение соответствующих вычислений в явном виде даже для рассматриваемых упрощенных модельных систем возможно только при  $\theta = 0$  (§ 2) или при  $\theta \approx \theta_{\text{кр}}$  на основе полученного в § 3 разложения Лендеу для вариационного термодинамического потенциала. В обоих случаях показано, что корректная плотность свободной энергии  $f(\theta, n)$  является выпуклой оболочкой функции  $\tilde{f}(\theta, n)$ , определяемой равенством (6). Фазовая диаграмма в плоскости  $(\theta, n)$ , опре-

деленная при помощи  $f(\theta, n)$ , имеет нужные свойства, т.е. имеется трикритическая точка и область сосуществования фаз.

В § 4 показано, что добавление третьей зоны, выполняющей роль резервуара электронов, может эффективно увеличить область применимости уравнений (4) и (5). Они описывают термодинамическое поведение системы только вне двухфазной области, ширина которой зависит от мощности резервуара. Вне двухфазной области термодинамический потенциал  $\tilde{f}(\theta, n)$  получается с правильной выпуклостью и совпадает с  $f(\theta, n)$ .

Во второй главе развита модель подхода применяется для исследования фазового перехода в неоднородное состояние. Исследуется модель экситонного изолятора, содержащая как предельные случаи сфер (Райс, 1970) и модель октаэдров (Шибетани и др., 1969), которые широко используются при описании фазовых переходов в хроме и его сплавах.

Глава состоит из четырех параграфов.

В § I определена модельная система и сформулирован вариационный подход, с помощью которого исследуется термодинамическое поведение этой системы.

Модельная система однозначно определяется:

а) законами дисперсии электронов в обеих взаимодействующих между собой зонах "а" и "в";

б) мощностью резервуара  $\rho$ , т.е. отношением плотности состояний взаимодействующей третьей зоны к плотности состояний двух взаимодействующих зон;

в) выбранным видом пространственной зависимости параметра порядка

$$\Delta(\vec{r}) = \Delta \left\{ \exp(i\vec{Q}\vec{r}) \cos\left(\frac{1}{4}\gamma\right) + \exp(-i\vec{Q}\vec{r}) \sin\left(\frac{1}{4}\gamma\right) \right\}, \quad (8)$$

где  $\Delta, |\vec{Q}| = |\vec{Q} - \frac{1}{2}\vec{G}|$  и  $\gamma$  являются реальными вариационными параметрами;  $\vec{Q}$  - волновой вектор, определяющий пространственную модуляцию  $\Delta(\vec{r})$ ,  $\vec{G}$  - вектор обратной решетки,  $\gamma$  - интерполирующий параметр между простейшими типами решений - геликоидальным и синусоидальным.

Предлагаемый здесь вариационный подход состоит из трех пунктов:

1) вычисление в большом каноническом ансамбле вариационного термодинамического потенциала  $\Omega(\theta, \mu; \Delta, \rho, \cos \gamma)$ ;

2) минимизация этого потенциала при фиксированных химическом потенциале  $\mu$  и температуре  $\theta$ ;

3) вычисление свободной энергии Гельмгольца, при фиксированной полной плотности электронов (т.е. для взаимодействующих зон и при конечной мощности резервуара), через обобщенное преобразование Лежандра, полученного в п. I большого термодинамического потенциала.

Для рассматриваемой модели п. I этой программы удается реализовать в аналитическом виде в окрестности трикритической точки Лифшица, где получено выражение для  $\Omega(\theta, \mu; \Delta, \rho, \cos \gamma)$  в виде ряда по степеням параметров  $\Delta$  и  $\rho$ .

От формы поверхности Ферми зависит только коэффициент  $d$  перед членом  $\rho^4 \Delta^2$  в разложении термодинамического потенциала (это впервые было отмечено Бакером, 1982).

В § 2 проведена последовательная минимизация вариационного термодинамического потенциала по параметрам  $\gamma, \rho$  и  $\Delta$  (п. 2 предложенного вариационного подхода). Построена фазовая диаграмма в плоскости  $(\theta, \mu)$  и показано, что род фазового перехода из парамагнитного в несоизмеримое (синусоидального типа) состояние определяется только значением коэффициента  $d$ . Для  $d \leq d^*$  (где  $d^*$  - некоторое критическое значение) имеет место фазовый переход второго рода, а для  $d > d^*$  - фазовый переход первого рода. Изменяя  $d$ , можно интерполировать между двумя экстремальными случаями: сферических поверхностей Ферми ( $d_{\text{сф}}$ ) и поверхностей Ферми, имеющих форму октаэдра ( $d_{\text{окт}}$ ).

С понижением температуры имеет место второй фазовый переход из несоизмеримого в соизмеримое состояние, который для обеих моделей является переходом первого рода, весьма нечувствительным к форме поверхностей Ферми.

Переход из парамагнитного в соизмеримое антиферромагнитное состояние не зависит от  $d$  и всегда является фазовым переходом второго рода.

В § 3 выполнен п. 3 изложенной выше схемы. В § 4 полученные результаты обсуждаются в связи с теорией хрома и его сплавов.

Основные результаты, полученные в этих параграфах, сводятся к следующему.

Во всех предыдущих работах, посвященных теории хрома и его сплавов, либо рассматривался случай фиксированного  $\mu$  (резервуар бесконечной мощности), либо фактически переставлялся порядок операций в п. 2 и п. 3. При наличии фазового перехода первого рода по  $\mu$  конечный результат зависит от порядка совершения этих операций и правильным является тот результат, который получается при соблюдении предложенного выше порядка.

Сферическая модель Райса дает явно выраженный фазовый переход первого рода, что противоречит эксперименту, в то время, как модель октаэдров дает фазовый переход второго рода. Следовательно, только промежуточное (между  $d_{\text{сф}}$  и  $d_{\text{окт}}$ ) значение  $d$  может обеспечить наблюдаемый в эксперименте фазовый переход первого рода, "близкий" ко второму. Такое значение  $d$  соответствует форме поверхности Ферми,

промежуточной между сферой и октаэдром, что кажется физически вполне естественным.

Изменяя мощность резервуара, нельзя изменить род фазового перехода. Важно, однако, что положение границ смешанной фазы, (которая появляется в плоскости "температура, разность концентрации электронов и дырок", сильно зависит от  $\rho$ . При подходящем выборе  $\rho$ , при понижении температуры можно получить нужную последовательность фазовых переходов: из парамагнитного в соизмеримое и потом в несоизмеримое антиферромагнитное состояние для высоких концентраций Mn в Cr и из парамагнитного в несоизмеримое антиферромагнитное состояние для низких концентраций Mn или для Cr-V сплавов (§ 4).

Для фиксированной концентрации примесей, меньше некоторой критической, как показано в § 3,  $q(\theta)$  возрастает при понижении температуры ниже  $\theta_{кр}$ . В том случае, когда мощность резервуара  $\rho \leq 25,6$ , такое поведение  $q(\theta)$  имеет место вне зависимости от формы поверхности ферми. Все используемые для хрома и его сплавов значения  $\rho$  заведомо удовлетворяют этому неравенству.

С другой стороны, для резервуара большой мощности (такая ситуация не реализуется в Cr и его сплавах)  $q(\theta)$  убывает с понижением температуры и в пределе  $\rho = \infty$  этот результат согласуется с результатом других авторов (Накэниши и Мэки, 1972).

Третья глава посвящена исследованию взаимного влияния электрон-дырочного и куперовского спаривания. Она состоит из пяти параграфов.

В § 1 определена модельная система. Сверхпроводящий фазовый переход учитывается в рамках точно решаемой модели БКШ-Боголюбова, гамильтониан взаимодействия которой аддитивно добавлен к точно решаемому гамильтониану, описывающему электрон-дырочную и структурную неустойчивость. Доказательство точной решаемости и исследование термодинамического поведения этой системы основано на МАГ.

В § 2 в явном виде получено преобразование, учитывающее одновременное экситонное и куперовское спаривание и осуществляющее переход к новым квазичастицам. Здесь получен спектр этих квазичастиц и вычислен большой термодинамический потенциал

$$\Omega(\theta, \mu) = \min_{(\Delta, S)} \lim_{V \rightarrow \infty} \Omega_V(\theta, \mu; \Delta, S), \quad (9)$$

где  $\Delta$  и  $S$  - соответственно экситонный и сверхпроводящий параметры порядка. Далее на базе (9) в §§ 2-4 исследовано термодинамическое поведение системы при различных исходных параметрах модели. В § 2 в случае наполовину заполненной зоны ( $\mu=0$ ) найдена область существования экситонной и сверхпроводящей фаз. Существование смешан-

ной фазы физически обусловлено тем, что величины энергий  $\omega_D$  и  $W$ , характеризующих ширины областей, в которых происходит куперовское и электрон-дырочное спаривание, сильно различаются. При  $\theta=0$  экситонная и сверхпроводящая щели вычислены в явном виде и показано, что оба фазовых перехода конкурируют друг с другом.

В § 3 рассмотрен случай наполовину заполненной зоны ( $\mu \neq 0$ ). Здесь апробируется следующая идея (Копеев, 1970, Маттис-Лангер, 1970): если уровень ферми после диэлектризации электронов находится вне диэлектрической щели, то сверхпроводящее спаривание происходит на фоне повышенной плотности состояний, что может привести при определенных условиях к повышению критической температуры сверхпроводящего перехода  $\theta_s$ .

В этом параграфе получено и проанализировано разложение Ландау для вариационного термодинамического потенциала в окрестности точки  $(\bar{\theta}, \bar{\mu})$ , в которой температура чистого сверхпроводящего перехода приблизительно равна температуре чистого экситонного перехода. Это разложение имеет следующий вид:

$$\Omega(\theta, \mu) = \Omega_0(\theta, \mu) + a_2(\theta, \mu)\Delta^2 + a_4(\theta, \mu)\Delta^4 + b_2(\theta, \mu)S^2 + b_4(\theta, \mu)S^4 + c(\theta, \mu)\Delta^2 S^2. \quad (10)$$

В общем виде, когда коэффициенты этого двухпараметрического разложения являются феноменологическими параметрами, оно исследовалось разными авторами. Здесь на основе явного выражения для этих коэффициентов, полученных в рамках микроскопической модели, установлено, что во всей области, где справедливо (10), имеет место случай большого положительного взаимодействия между параметрами порядка,  $c(\theta, \mu) > 2[a_4(\theta, \mu)b_4(\theta, \mu)]^{\frac{1}{2}}$ . Отсюда следует, что при  $a_4(\theta, \mu) > 0$ ,  $b_4(\theta, \mu) > 0$  смешанная "ΔS" - фаза всегда соответствует локальному максимуму вариационного термодинамического потенциала.

Какая из двух фаз ( $\Delta$  или  $S$ ) соответствует минимуму, зависит от знака разности  $\Omega(\theta, \mu; 0, S) - \Omega(\theta, \mu; \Delta, 0)$ , причем смена фаз происходит путем фазового перехода первого рода. Изменение параметров порядка  $\Delta$  и  $S$  (на линии этого перехода) происходит скачком; величине этих скачков равна

$$\begin{aligned} [\Delta] &\approx (2\bar{\theta}/q)^{\frac{1}{2}} [1 + (3r/2q)(\bar{\mu}/\bar{\theta})^2] (\bar{\theta} - \theta)^{\frac{1}{2}}, \\ [S] &\approx (2\bar{\theta}/q)^{\frac{1}{2}} (\bar{\theta} - \theta)^{\frac{1}{2}}, \quad q = 7\tau(3)/4\pi, r = 31\tau(5)/16\pi^4. \end{aligned} \quad (11)$$

Асимптотические формулы (11) являются практически точными (с относительной точностью  $10^{-3}$ ) вплоть до  $\bar{\mu}/\bar{\theta} = 0,5$ .

Таким образом, точка  $(\bar{\theta}, \bar{\mu})$  является бикритической точкой, т.е. точкой, в которой две линии фазовых переходов второго рода ( $N-S$  и  $N-\Delta$ ) переходят в линию фазового перехода первого рода ( $\Delta-S$ ). В окрестности этой точки экситонный и сверхпроводящий фазовые переходы подавляют друг друга.

В § 4 проведен анализ поведения системы в плоскости  $(\theta, n)$ . Показано, что на линии фазового перехода первого рода плотность концентрации электронов изменяется скачком, равным по абсолютной величине

$$[n] \approx 2(\bar{\mu}/\bar{\theta})[1 + (r/q)(\bar{\mu}/\bar{\theta})^2](\bar{\theta} - \theta)/w, \quad (12)$$

$w$  - параметр обрезания модели. На этой линии чистая  $S$  - фаза и чистая  $\Delta$  - фаза находятся в состоянии термодинамического равновесия и для любой заданной концентрации электронов  $n$  в интервале  $n_{\Delta} \leq n \leq n_N$  при  $\theta < \bar{\theta}$  в системе реализуется смесь  $\Delta+S$  чистой экситонной и чистой сверхпроводящей фаз. Этот результат является прямым следствием наличия фазового перехода первого рода по  $\mu$ . Ширина двухфазной области пропорциональна  $[n]$  (12) и увеличивается с возрастанием  $\bar{\mu}/\bar{\theta}$ .

И в этом случае сверхпроводящий и экситонный фазовые переходы конкурируют друг с другом, что приводит к понижению критической температуры одного перехода или и его полному подавлению на фоне другого.

Показано, что и для рассматриваемой в этой главе системы обсуждавшаяся уже некоммутативность операций нахождения минимумов по вариационным параметрам и переход от большого канонического к каноническому ансамблю существенна. Вскрыта причина этой некоммутативности - наличие на фазовой диаграмме в плоскости  $(\theta, \mu)$  бикритической точки, что позволяет также определить область применимости различных приближенных схем исследования.

В последнем § 5 установлена взаимосвязь между моделями аддитивного и неаддитивного типа. Исследование последовательного вывода гамильтониана БКШ-Боголюбова при наличии структурной неустойчивости указывает на появление явной зависимости "константы" сверхпроводящего взаимодействия от параметра искажения решетки и на изменение его операторной структуры. Тем не менее, при выполнении условия  $\omega_D \gg \mu$  ( $\omega_D$  - энергия обрезания куперовского спаривания) достаточно хорошим приближением является гамильтониан аддитивного типа, который суммирует эффекты куперовского спаривания, взаимодействие с выделенной фононной модой и межзонное спаривание.

В четвертой главе исследуется область применимости приближений типа среднего поля в окрестности различных мультикритических точек. Эта глава состоит из двух параграфов.

В § I получена оценка ширины флуктуационной области в окрестности трикритической точки Лифшица. В окрестности обычной трикритической точки теория Ландау применима вплоть до критической температуры. Наоборот, наличие на фазовой диаграмме мультикритической точки Лифшица эффективно уширяет флуктуационную область. Модель экситонного изолятора является примером системы, в которой реализуются оба типа мультикритического поведения, причем имеет место своеобразная конкуренция, так как трикритическая точка и точка Лифшица совпадают на фазовой диаграмме.

Для ширины флуктуационной области  $\tau = |(\theta - \theta_{кр})/\theta_{кр}|$  в трикритической точке Лифшица  $(\theta^*, \mu^*)$  получена оценка  $\tau \sim (\pi \theta_{кр}/\epsilon_F)^{5/3}$  вместо  $\tau \sim (\pi \theta_{кр}/\epsilon_F)^4$ , которая справедлива, когда число электронов равно числу дырок. Полученная оценка для  $\tau$  показывает, что по своим флуктуационным свойствам экситонный фазовый переход занимает промежуточное место между магнитными и сверхпроводящими фазовыми переходами. Показано, что верхняя критическая размерность  $d_c = 6$ , в отличие от обычной  $d_c = 4$  для теории типа  $\varphi^4$ . Таким образом, в окрестности трикритической точки Лифшица флуктуационные эффекты становятся существенными.

В § 2 исследуются флуктуационные эффекты в системах с двумя взаимодействующими параметрами порядка.

Возможность уширения критической области слабо флуктуирующего поля за счет взаимодействия с сильно флуктуирующим полем для частного случая трехмерного ферромагнитного сверхпроводника впервые была отмечена Хорнрайхом и Шустером (1979).

В данном параграфе последовательно получена оценка для ширины критической области в рамках модели с эффективным гамильтонианом:

$$\mathcal{H}\{\phi_1, \phi_2\} = -\frac{1}{2} \int d^d x [a_1^0 \phi_1^2 + c_1 (\nabla \phi_1)^2 + 2u_1 \phi_1^4 + a_2^0 \phi_2^2 + c_2 (\nabla \phi_2)^2 + 2u_2 \phi_2^2 + 4w \phi_1^2 \phi_2^2], \quad (13)$$

где параметры порядка  $\phi_1 \equiv \phi_1(\vec{x})$  и  $\phi_2 \equiv \phi_2(\vec{x})$  являются  $n_1$ - и  $n_2$ -компонентами реальных полей. Коэффициенты  $a_i^0 = \alpha(\theta - \theta_{ci}^0)$ ,  $\theta_{ci}^0 \sim \theta_{ci}^c$ ,  $c_i$ ,  $u_i$  и  $w$  считаются, как обычно, аналитическими функциями термодинамических параметров системы.

Эта двухполевая модель широко используется в теории фазовых переходов. Она описывает как бикритическое, так и тетракритическое поведение.

Вычислены обратные корреляционные функции для полей  $\phi_i$  с точностью до первого порядка по параметрам  $\{u_1, u_2 \text{ и } w\}$  и получены



оценки для ширины критической области системы в неупорядоченной фазе как в бикритической и тетракритической точках, так и в их окрестностях.

Например, размер критической области в самой мультикритической точке  $\theta_c$  определяется выражением

$$|\theta - \theta_c|^{(4-d)/2} \approx \max\{f_{12}, f_{21}\}, \quad 2 < d < 4, \quad (14)$$

где

$$f_{12} = \frac{n_1 + 2}{\alpha_1^2 \xi_{01}^d} u_1 \left[ 1 + \frac{n_2}{n_1 + 2} \frac{\alpha_1 W}{\alpha_2 u_1} \left( \frac{\xi_{01}}{\xi_{02}} \right)^d \right], \quad (15)$$

а функция  $f_{21}$  получается заменой ( $1 \leftrightarrow 2$ ) в  $f_{12}$ . В (15)  $\xi_{0i} = (c_i/\alpha_i)$  — корреляционные длины обеих подсистем ( $\Phi_i$ ,  $i=1,2$ ) при отсутствии взаимодействия, т.е.  $W=0$ . Если флуктуационная область одного фазового переходе значительно шире другого, например  $\xi_{01} \gg \xi_{02}$ , то из (14) и (15) видно, что ширина флуктуационной области поля  $\Phi_1$  зависит от корреляционной длины  $\xi_{02}$  (вместо  $\xi_{01}$ !), что в силу неравенства  $\xi_{01} \gg \xi_{02}$  приводит к ее уширению.

Это своеобразное "раздувание" флуктуационной области в окрестности мультикритических точек может значительно облегчить экспериментальное наблюдение эффектов, связанных со сверхпроводящими флуктуациями. Для этого необходимо иметь вещества, в которых температуры обоих фазовых переходов (сверхпроводящего и магнитного, сверхпроводящего и структурного, сверхпроводящего и экситонного и т.д.) близки.

Пятая глава содержит исследование флуктуационных свойств систем с двумя взаимодействующими параметрами порядка методом  $\mathcal{E}$ -разложения Вильсона. Глава состоит из двух параграфов.

В § I обсуждаются критические свойства двухполевой модели (13). Эта модель изучалась многими авторами, и в первую очередь, Костерлицем, Нельсоном и Фишером (КНФ) (1976). Здесь указан способ численного вычисления критических индексов для биконической и гейзенберговской неподвижных точек. Численные значения для критического индекса  $\gamma$  и индекса кроссовера  $\Phi(n_1, n_2)$  приведены в таблицах для значений числа компонент (симметричных индексов) полей  $N_1 = I+10$ ,  $N_2 = I+10$ , которые представляют интерес с точки зрения флуктуационного сосуществования двух фаз.

В § 2 продолжено исследование критического поведения этой модели в присутствии флуктуирующего магнитного поля. Методом  $\mathcal{E}$ -разложения исследуется следующий эффективный гамильтониан:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}\{\psi, \varphi, \vec{A}\} = & - \int d\vec{x} \left\{ \alpha |\psi(\vec{x})|^2 + \gamma_\psi |(\text{grad} - iq_0 \vec{A}(\vec{x}))\psi(\vec{x})|^2 + \right. \\ & + \frac{v_\psi}{2} |\psi(\vec{x})|^4 + \frac{1}{8\pi} [\text{rot} \vec{A}(\vec{x})]^2 + \frac{r}{2} \varphi^2(\vec{x}) + \frac{\gamma_\varphi}{2} [\text{grad} \varphi(\vec{x})]^2 + \\ & \left. + \frac{v_\varphi}{4} \varphi^4(\vec{x}) + \frac{c}{2} \varphi^2(\vec{x}) |\psi(\vec{x})|^2 \right\}, \quad (16) \end{aligned}$$

где  $\psi(\vec{x}) - (n/2)$ -компонентное комплексное поле (обобщение сверхпроводящего параметра порядка),  $\vec{A}(\vec{x})$  — векторный потенциал магнитного поля и  $\varphi(\vec{x}) - m$ -компонентное реальное поле (обобщение экситонного или структурного параметра порядка). Как обычно,  $\alpha = \alpha'[(\theta - \theta_\psi)/\theta_\psi]$ ,  $r = r'[(\theta - \theta_\varphi)/\theta_\varphi]$ ,  $q_0 = 2e$  — удвоенный заряд электрона (поле  $\psi$  считается "заряженным"), параметры  $v_\psi, v_\varphi, c, \gamma_\psi, \gamma_\varphi$  — аналитические функции температуры и  $\text{div} \vec{A}(\vec{x}) = 0$ .

Заметим, что Гальпериним, Любенским и Ма (ГЛМ) (1974) была выявлена важность учета влияния флуктуаций магнитного поля на статистические свойства сверхпроводящего фазового перехода в точке  $\langle N \rangle = 0$ ,  $\theta_{cr}$ , где  $\langle N \rangle$  — среднее значение критического поля. Учет этих флуктуаций приводит к интересному эффекту — появлению так называемого фазового перехода "слабо первого" рода вместо обычного фазового перехода второго рода.

Поскольку модельная система (16) является более общей, полученные в первом порядке по  $\mathcal{E}$  рекуррентные соотношения содержат в себе как частные случаи рекуррентные соотношения для двух взаимодействующих полей (при  $q_0 = 0$ ) и для "сверхпроводящего поля" при наличии флуктуирующего магнитного поля.

Проведенный анализ позволил классифицировать различные типы неподвижных точек и установить соответствующие области стабильности на плоскости  $(n, m)$ . В частности, установлено, что не существует связанной одновременно с полем  $\psi$  и с полем  $\varphi$  неподвижной точки для тех значений симметричных индексов  $n$  и  $m$ , которые соответствуют сверхпроводящим и структурным (или экситонным) параметрам порядка.

Следовательно, в том случае, когда один из параметров порядка ( $\psi$ ) имеет эффективный заряд  $q_0 \neq 0$ , критическое поведение системы неустойчиво к возмущениям, связанным с появлением магнитного поля. Отсюда вытекают следующие результаты: а) в системе нет тетракритического поведения, т.е. на фазовой плоскости отсутствуют точки пересечения двух линий фазового перехода второго рода, б) отсутствие неподвижной точки бикритического типа приводит к тому, что на фазовой диаграмме отсутствует и точка, в которой линия фазового перехода первого рода развет-

является на две линии фазового перехода второго рода. Таким образом, если в данной системе возможно сосуществование обеих фаз  $\Psi$  и  $\varphi$ , то область сосуществования не может быть ограничена только линиями фазового перехода второго рода. Это поведение является следствием того факта, что векторный потенциал изменяет линию фазового перехода второго рода (связанную с полем  $\Psi$ ) на линию фазового перехода "слабо первого" рода (эффект ГЛМ).

Для систем с двумя параметрами порядка имеет место уширение флуктуационной области сверхпроводящего фазового перехода в окрестности точки  $\Theta_\psi \sim \Theta_\varphi$ . Можно полагать, что эффект ГЛМ, который в сверхпроводящих системах экспериментально пока еще не наблюдался из-за их чрезвычайно узкой критической области, в системах с двумя параметрами порядка в окрестности точки  $\Theta_\psi \sim \Theta_\varphi$  может быть обнаружен проще.

В шестой главе исследуется модель структурного фазового перехода, обусловленного обращением в нуль частоты критической моды. Она была предложена (Шнейдер, Штол и Бек, 1975) в связи с тем, что для нее приближение самосогласованных фононов дает точное решение. Шнейдер и др. рассмотрели классический вариант модели. Модель сочетает в себе относительную простоту с возможностями точного описания большинства свойств изучаемых в теории фазовых переходов: зависимость критического поведения от размерности пространства, наличие температурной области с развитыми статистическими и квантовыми флуктуациями и т.д. Замечательным ее свойством является то, что, по-видимому, она является единственной квантовой моделью в статистической механике, которая точно решается для всех размерностей пространства  $d$  и в присутствии внешнего поля. Глава состоит из четырех параграфов.

В § I определена модельная система, гамильтониан которой имеет вид

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \sum_e (\hat{P}_e^2 - A \hat{Q}_e^2) + \frac{1}{4} \sum_{e, e'} \Phi(e-e') (\hat{Q}_e - \hat{Q}_{e'})^2 + \frac{B}{4N} (\sum_e \hat{Q}_e^2)^2 \quad (I7)$$

где  $\hat{Q}_e$  и  $\hat{P}_e$  - операторы смещения и импульса частицы с массой  $m$ , находящейся в  $e$ -м узле  $d$ -мерной решетки и  $A = m v_0^2 > 0$ . Параметр  $B/4N$  моделирует бесконечно слабое (при числе частиц  $N \rightarrow \infty$ ), но с бесконечным радиусом ангармоническое взаимодействие.

Здесь построен аппроксимирующий гамильтониан модели  $\mathcal{H}_0(\Delta)$ , зависящий от вариационного параметра  $\Delta$ , с помощью которого вычисляется термодинамический потенциал:

$$f(\theta, \lambda) \equiv \lim_{N \rightarrow \infty} \left\{ \frac{\theta}{N} \ln \text{Tr} \exp \left( -\frac{\mathcal{H}}{\theta} \right) \right\} = \max_{\Delta} \lim_{N \rightarrow \infty} \left\{ \frac{\theta}{N} \ln \text{Tr} \exp \left( -\frac{\mathcal{H}_0(\Delta)}{\theta} \right) \right\} \quad (I8)$$

где  $\lambda = \hbar B / m^2 v_0^3$  - параметр квантовости модели.

Ввиду того, что  $\mathcal{H}_0(\Delta)$  имеет псевдогармонический вид, правая часть (I8) вычисляется в явном виде. Доказательство равенства (I8) проводится последовательно в классическом ( $\lambda = 0, \Theta_{кр} > 0$ ) (§ 2), промежуточном ( $\lambda > 0, \Theta_{кр} > 0$ ) (§ 3) и квантовом ( $\lambda > 0, \Theta_{кр} = 0$ ) (§ 4) режимах. При этом существенно определено асимптотическое поведение (при больших  $N$ ) решения  $\bar{\Delta}_N$  уравнения для вариационного параметра.

В § 2 рассмотрен классический режим  $\lambda = 0$ . Вычислен термодинамический потенциал  $f(\lambda = 0, \theta)$  и доказано, что полученное выражение является точным в термодинамическом пределе для всех  $d$ . Подробно исследовано термодинамическое поведение модели и ее критические свойства в важных случаях  $d = 3$  и  $4$ . В частности, вычислены критические индексы:

$$\gamma = \begin{cases} \frac{2}{d-2}, & (2 < d < 4) \\ 1, & (d \geq 4) \end{cases}, \quad \delta = \begin{cases} \frac{d+2}{d-2}, & (2 < d < 4) \\ 3, & (d \geq 4) \end{cases}, \quad \beta = \frac{1}{2} \cdot (2 < d), \quad (I9)$$

причем при  $d = 4$   $\gamma$  и  $\delta$  имеют логарифмические поправки. В явном виде получено критическое уравнение состояния  $h \sim \eta |\eta|^{\delta-1} G(\tau |\eta|^{-1/\beta})$  где  $h$  - внешние поля,  $\eta$  - параметр порядка (смещение),  $G(z) = (1+z)^\gamma$  - функция подобия (скейлинга) и  $\tau = [(\theta/\Theta_{кр}) - 1]$ . Тем самым показано, что в классическом пределе модель (I7) по своим критическим свойствам принадлежит классу универсальности сферической модели.

В § 3 рассмотрен промежуточный режим  $\lambda > 0$ . В начале параграфа доказана точная разрешимость модели для всех  $d$ . Наличие квантовых флуктуаций приводит к понижению температуры фазового перехода. Более того, существует критическое значение для параметра квантовости  $\lambda$ , выше которого переход полностью подавлен. На примере вычисления статической восприимчивости  $\chi(\theta)$  исследовано термодинамическое поведение системы как в критической области, так и вдали от нее. Например, в важном частном случае  $d = 3$  для  $\chi(\theta)$  имеем ( $\hbar = 1$ )

$$\chi(\theta) = \begin{cases} \left( \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \right)^2 \frac{1 + g \ln(\Theta_D / \Theta_{кр})^2}{g(\theta^2 - \Theta_{кр}^2)^2}, & \tau \gg G_i, \\ \left( \frac{3}{8\pi} \right)^2 \frac{1}{(\theta - \Theta_{кр})^2}, & \tau \ll G_i, \end{cases} \quad (20)$$

где  $\Theta_D$  - температура Дебая,  $g$  - эффективная константа и  $\Theta_{кр} = (\sqrt{3} \lambda / 2 \pi \sqrt{g}) [1 - 2g(\Theta_D / v_0)^2]^{1/2}$  ( $G_i$  - число Гинзбурга для модели (I7)). Отметим, что полученное нами выражение для восприимчивости вне флуктуационной области совпадает с точностью до численного множителя при

$g \ln(\Theta_D/\Theta_{кр})$  с результатами (Речестер, 1971, Хмельницкий, Шнейерсон, 1973, и др.), полученными в рамках обычной, более реалистичной модели, но в "паркетном" приближении. Это показывает, что приближение самосогласованных фононов, которое для модели (17) является точным, эквивалентно суммированию "паркетных" диаграмм.

В промежуточном режиме, при  $\lambda > 0$  и  $\Theta_{кр} > 0$ , наблюдается такое же критическое поведение, как и в классическом режиме при  $\lambda = 0$ , рассмотренном в § 2. В частности, критический индекс  $\gamma = 2$  при  $d = 3$  и  $\gamma = 1$  при  $d \geq 4$  с логарифмическими поправками при  $d = 4$ . Кроме того, асимптотическое поведение восприимчивости в точке фазового перехода при больших  $N$

$$\chi_N(\vec{q} \rightarrow 0, \Theta = \Theta_{кр}) \sim \begin{cases} N^{\frac{2}{3}}, & d = 3, \\ (N \ln N)^{\frac{1}{2}}, & d = 4, \\ N^{\frac{1}{2}}, & d \geq 5, \end{cases} \quad (21)$$

не зависит от квантовых эффектов.

Тем самым в рамках точно решаемой модели продемонстрировано известное утверждение в теории фазовых переходов, что критические длинноволновые флуктуации, при  $\Theta_{кр} > 0$ , носят классический характер и квантовомеханические эффекты не важны при вычислении универсальных критических характеристик системы.

В последнем § 4 этой главы рассмотрен чисто квантовый режим критического поведения. Для значений параметра квантовости  $\lambda$  больше некоего  $\lambda_{кр}$  щель в спектре модели (17) всегда больше нуля и фазовый переход отсутствует даже при  $\Theta = 0$ . При  $\Theta = 0$  можно изучать фазовый переход по параметру  $\lambda$ . В реальных системах  $\lambda$  можно изменять, действуя внешним давлением или с помощью внесения примесей.

Доказательство точной решаемости модели, полученное в § 3, ограничено условием  $\Theta > 0$ . Поэтому чисто квантовый случай нулевой температуры необходимо рассматривать отдельно для каждой из размерностей  $d = 1, 2, 3$  и  $d \geq 4$ . В самом интересном частном случае  $d = 3$  критические индексы модели имеют среднеполевые значения с логарифмическими поправками. Вообще фазовый переход по параметру  $\lambda$  подчиняется правилу размерного кроссовера, согласно которому критическое поведение квантовой  $d$ -мерной системы (по  $\lambda$ , при  $\Theta_{кр} = 0$ ) и классической  $(d+1)$ -мерной системы (по  $\Theta$ , при  $\Theta_{кр} > 0$ ) эквивалентны. Здесь это правило установлено путем прямого вычисления критических индексов  $\gamma_\lambda, \beta_\lambda, \delta_\lambda$  и функции однородности (скейлинга)  $G_S(\xi) = (1+\xi)^{-\gamma}$  при  $\Theta = 0$ . Правило размерного кроссовера в теории структурных переходов было установлено РГ-методами в работах разных авторов (например, Морф, Шнейдер и Штол, 1977). В рамках модели (17) оно приобрело статус строгого утверждения.

В заключении перечисляются основные результаты диссертации.

Результаты, вошедшие в диссертацию, опубликованы в следующих работах:

1. Angelescu N., Nenciu G., Tonchev N.S. On the order of the excitonic phase transition. Phys. Lett. A, 1983, v. 93, No 4, p. 201-204.
2. Angelescu N., Nenciu G., Tonchev N.S. On the theory of the excitonic phase transition in the presence of a reservoir. Dubna, 1982, 12 p. (Comm/Joint Inst. Nucl. Res.: E17-82-798).
3. Brankov J.G., Tonchev N.S. On the mean-field theory of metal-insulator phase transition in doped systems: critical and tricritical asymptotic behaviour. Physica A, 1983, v. 122, No 1/2, p. 252-262.
4. Ангелеску Н., Ненчу Г., Тончев Н.С. Корректное описание экситонного фазового перехода в системах с неравной концентрацией электронов и дырок. Тезисы XXI Межд. конф. стран-членов СЭВ по физ. техн. низк. температур, Варна, 1983, с. 186-189.
5. Angelescu N., Nenciu G., Tonchev N.S. On the influence of the reservoir and of the shape of the Fermi surface on the phase diagram of the two-band models for Cr alloys. Journ. of Phys. F: Met. Phys., 1984, v. 14, N 9, p. 2155-2166.
6. Бранков Й.Г., Тончев Н.С. Точно решаемая модель сверхпроводника с учетом электрон-дырочного спаривания. Дубна, 1974, 13 с. (Сообщ. /Объед. ин-т ядер. исслед.: P4-8150).
7. Brankov J.G., Tonchev N.S. Effects of lattice distortion of the energy gap of BCS superconductors. Physica A, 1976, v. 84, N 2, p. 371-391.
8. Brankov J.G., Tonchev N.S. On the relation between the two models for superconductors with structural distortion. Physica A, 1976, v. 84, N 3, p. 534-538.
9. Тончев Н.С., Бранков Й.Г. К теории взаимного влияния экситонного и сверхпроводящего фазовых переходов. ФНТ, 1984, т. 10, № 10, с. 1070-1077.
10. Тончев Н.С., Бранков Й.Г. К теории взаимного влияния электрон-дырочного и куперовского спариваний. Дубна, 1984, 14 с. (Сообщ. /Объед. ин-т ядер. исслед.: I7-84-36).
11. Tonchev N.S. On the critical behaviour of systems exhibiting an excitonic phase transition. Phys. Lett. A, 1983, v. 93, N 6, p. 283-285.
12. Tonchev N.S., Uzunov D.I. On the critical region of system with two order parameters. Journ. of Phys. A: Math. Gen., 1981, v. 14, N 4, L 103-L 108.

13. Bushev M.K., Mahaldiany N.V., Tonchev N.S. Uzunov D.I. On the critical behaviour of system with two order parameters. *Comp. Rend. de l'Acad. Bulg. des. Sci.*, 1980, v. 33, No 7, p.897-900.
14. Tonchev N.S., Uzunov D.I. Renormalization-group treatment of systems with superconducting and other orderings in a magnetic field. *Journ. of Phys. A: Math. Gen.*, 1981, v. 14, N 2, p. 521-529.
15. Плакида Н.М., Тончев Н.С. Аппроксимирующий гамильтониан в точно решаемой модели структурного перехода. Межд. симпозиум по избр. пробл. стат. мех. ОИЯИ, Д17-84-850, Дубна, 1984, т.2, с.160-164.
16. Плакида Н.М., Тончев Н.С. Точно решаемая  $d$ -мерная модель структурного фазового перехода. *ТМФ*, 1985, т. 63, № 2, с. 270-279.
17. Плакида Н.М., Тончев Н.С. Квантовые эффекты в  $d$ -мерной точно решаемой модели структурного перехода. Дубна, 1985, 12 с. (Препринт/Объед. ин-т ядер. исслед.: P17-85-400).
18. Тончев Н.С., Плакида Н.М. Уравнение состояния в точно решаемой модели структурного фазового перехода. Дубна, 1986, 10 с. (Препринт/Объед. ин-т ядер. исслед.: P17-86-77).
19. Боголюбов (мл.) Н.Н., Бранков Й.Г., Зегребнов В.А., Курбатов А.М., Тончев Н.С. Метод аппроксимирующего гамильтониана в статистической физике (монография). Изд-во Болг. акад. наук, София, 1981, 245 с.
20. Боголюбов (мл.) Н.Н., Бранков Й.Г., Зегребнов В.А., Курбатов А.М., Тончев Н.С. Некоторые классы точно решаемых модельных задач квантовой статистической механики: метод аппроксимирующего гамильтониана. *УМН*, 1984, т. 39, вып. 6(240), с. 3-45.

Рукопись поступила в издательский отдел  
5 июня 1986 года.