

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

17-85-782

УДК 530.145:
537.611

СЕРГЕЕНКОВ
Сергей Александрович

**ДЫРОЧНОПОДОБНЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ КОНДЕНСАТА
В ИНТЕГРИРУЕМЫХ МОДЕЛЯХ
С ВЕКТОРНЫМ ПАРАМЕТРОМ ПОРЯДКА**

Специальность: 01.04.02 - теоретическая
и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации Объединенного института ядерных исследований

Научные руководители:

доктор физико-математических наук
профессор

В.Г. МАХАНЬКОВ

кандидат физико-математических наук
доцент

В.С. ВАНЯШИН

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук
старший научный сотрудник

А.Т. ФИЛИПОВ

кандидат физико-математических наук
старший научный сотрудник

А.С. КОВАЛЕВ

Ведущее научно-исследовательское учреждение:
Институт металлофизики АН УССР, Киев

Автореферат разослан "___" _____ 1985 г.

Защита диссертации состоится "___" _____ 1985 г. на заседании специализированного Совета К047.01.01 Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета
кандидат физико-математических наук

В.И. ЖУРАВЛЕВ

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Достижения последнего времени в области описания низкоразмерных систем в физике конденсированного состояния неразрывно связаны с концепцией нелинейных элементарных возбуждений – солитонов. Наряду с линейными модами возбуждений (фононами, магнонами) динамические и топологические солитоны принимают участие во всех процессах, происходящих в макроскопической системе. Так, например, они могут служить носителями заряда в квазиодномерных молекулярных кристаллах, приводить к перестройке спинового порядка в магнитных средах, описывать уединенные волны в неидеальном бозе-газе и т.д.

Экспериментальное открытие сверхтекучих фаз ^3He и ряде других ферми-жидкостей привело к необходимости изучения феноменологических теорий с векторным (в общем случае, тензорным) параметром порядка. Рассматривая два фермиона как квазимолекулу, можно исследовать поведение сверхтекучей фазы в рамках модифицированной теории слабо неидеального газа бозонов, внутренняя структура которых имеет ту же симметрию, что и куперовские пары в ^3He .

Весьма актуальными как в теоретическом, так и в практическом отношении являются проблемы описания механизмов переноса заряда вдоль длинных полимерных молекул, связанных с анизотропной проводимостью и сверхпроводимостью квазиодномерных кристаллов.

В связи с синтезом новых магнитных материалов значительный интерес представляют, с одной стороны, попытки выхода за рамки стандартных феноменологических моделей, а с другой – описание нелинейных возбуждений магнитных сред на языке возбуждений неидеального бозе-газа.

Поскольку макроскопические явления сверхтекучести, сверхпроводимости и магнетизма требуют при теоретическом рассмотрении введения нетривиального основного состояния (конденсата), наибольший интерес представляют дырочноподобные возбуждения конденсата, описываемые на квазиклассическом уровне топологическими солитонами (кинками).

Цель работы – теоретическое исследование вопросов динамики нелинейных возбуждений дырочного типа ряда интегрируемых моделей теории конденсированных сред с векторным параметром порядка.

Научная новизна. Рассмотрена квазиклассическая динамика ливовских возбуждений в слабо неидеальном бозе-газе с внутренними степенями сво-

Научно-техническая
библиотека
ОИЯИ

боды. В рамках модифицированной теории Гросса-Питаевского методом обратной задачи рассеяния (МОЭР) построены точные N -солитонные решения векторного нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) отталкивающегося типа. Исследован вопрос об асимптотической (временной) устойчивости векторного кинка в конденсате. Изучена каноническая структура некомпактной векторной модели $U(p,q)$ НУШ при ненулевых граничных условиях.

На основе двухподрешеточной модели Хаббарда с учетом электрон-фононного взаимодействия рассмотрена динамика нелинейных дырочноподобных возбуждений в квазиодномерных кристаллах. Исследован вопрос о взаимодействии векторных кинков в конденсате.

Найдена динамическая симметрия изотропного антиферромагнетика Гейзенберга и на ее основе получены спектр и собственные состояния спиновых волн.

Предложена псевдоспиновая модель магнетика на основе нелинейной $O(2,1)$ σ -модели, калибровочно эквивалентная модели $U(0,1)$ НУШ с отталкиванием. Построены решения типа "спиновых волн" и магнитных солитонов (дырок) для уравнения Ландау-Лифшица на гиперboloиде. Проанализированы отвечающие им дисперсии.

Практическая ценность. Разработанные в диссертации методы могут быть использованы для анализа сверхтекучих бозе-жидкостей с ненулевым спиновым моментом ниже точки фазового перехода (либо ферми-жидкостей в пределе сильной связи между фермионами). Полученные результаты позволяют исследовать проблемы проводимости низкоразмерных органических и биологических структур. Предложенные в диссертации модели могут применяться для классификации и объяснения динамических характеристик новых магнитоупорядоченных материалов с многоцепочечной структурой.

Публикации. По материалам диссертации опубликовано десять работ.

Апробация диссертации. Результаты, полученные в диссертации, докладывались и обсуждались на семинарах ЛТФ и ЛВТА ОИЯИ, ИТФ (Киев), на Всесоюзном рабочем совещании по уравнению Ландау-Лифшица (Киев, 1984), на Всесоюзном совещании по квантовой теории солитонов (Ленинград, 1984), на III Международном симпозиуме по избранным проблемам статистической механики (Дубна, 1984), на Всесоюзном совещании по теории солитонов (Дубна, 1985).

Объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и библиографического списка литературы, содержащего 110 наименований. Каждая глава снабжена выноской. Общий объем диссертации 95 страниц машинописного текста.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обсуждается актуальность проблем, затронутых в диссертации, кратко излагается содержание работы и полученные результаты.

В главе I рассмотрена динамика дырочноподобных (либовских) возбуждений в слабо неидеальном бозе-газе с внутренними степенями свободы, описываемая модифицированным уравнением Гросса-Питаевского на n компонентные волновые функции конденсата $\Psi_a(x,t)$:

$$i\partial_t \Psi_a + \partial_{xx} \Psi_a - 2(\Psi^+ \Psi - \rho) \Psi_a = 0 \quad (1)$$

при ненулевых граничных условиях:

$$\begin{cases} \Psi_a(x,0) \rightarrow \Psi_{\pm a} \\ \partial_x \Psi_a(x,0) \rightarrow 0, \end{cases} \quad x \rightarrow \pm \infty \quad (2)$$

$$(\Psi^+ \Psi) = \sum_{a=1}^n |\Psi_a|^2, \quad \rho = (\Psi^+ \Psi_{\pm}).$$

В § 1 дается описание модифицированной теории Гросса-Питаевского в форме модели НУШ с $U(0,n)$ группой симметрии отталкивающегося типа. В § 2 в рамках МОЭР построены N -солитонные решения векторной модели $U(0,2)$ НУШ при константных граничных условиях (2). § 3 посвящен исследованию асимптотической устойчивости векторного кинка ($N=1$):

$$\Psi_a(x,t) = \frac{\Psi_{\pm a}}{\lambda - i\nu} (\lambda - i\nu t h \nu x), \quad a=1,2; \quad (3)$$

$$\nu = \sqrt{\rho - \lambda^2}, \quad |\lambda| \leq \sqrt{\rho}, \quad x = x_0 - 2\lambda t,$$

в среде постоянной плотности ρ относительно малых возмущений слабым непрерывным спектром ($|r(\lambda)| \ll 1$, $r(\lambda)$ - коэффициент отражения). Показано, что, в отличие от "вакуумного" случая ($\rho=0$) слабо-возмущенное решение асимптотически стремится (при $t \rightarrow \infty$) к чисто солитонному решению (3) по закону $1/t$. В § 4 изучена гамильтонова структура некомпактной векторной модели $U(p,q)$ НУШ с гамильтонианом:

$$H = \int_{-\infty}^{\infty} dx [\bar{\Psi}_x \Psi_x - (\bar{\Psi} \Psi - \rho)^2], \quad (4)$$

где

$$\bar{\Psi} = \Psi^+ \gamma_0, \quad \gamma_0 = \text{diag}(\underbrace{1, 1, \dots, 1}_p, \underbrace{-1, -1, \dots, -1}_q), \quad \Psi_x \equiv \partial_x \Psi,$$

$$(\bar{\Psi}, \Psi) = \sum_{a=1}^p |\psi_a|^2 - \sum_{a=p+1}^n |\psi_a|^2, \quad \varrho = (\bar{\Psi}_\pm, \Psi_\pm), \quad n = p + q,$$

при нетривиальных граничных условиях типа (2) на векторные волновые функции $\Psi_a(x, t)$, описывающей взаимодействие притягивающегося (p -компонентного) и отталкивающегося (q -компонентного) слабо неидеальных бозе-газов. Построены скобки Пуассона между элементами S -матрицы рассеяния и найдена эволюция последней во времени. Получена рекуррентная формула для бесконечной серии локальных законов сохранения, находящихся в инволюции.

Во II главе рассмотрены возбуждения дырочного типа в динамической теории проводимости квазиодномерных молекулярных кристаллов. В § I на основе двухподрешеточной модели Хаббарда с учетом электрон-фононного взаимодействия изучена интегрируемая модель (типа $U(1,1)$ НУШ), описывающая в квазиклассическом длинноволновом приближении динамику нелинейных волн (солитонов) зарядовой и спиновой плотности в квазиодномерных цепочках донор-акцепторного типа. В § 2 рассмотрен вопрос о взаимодействии векторных кинков в конденсате плотности ϱ на основе двухсолитонного решения модели $U(1,1)$ НУШ:

$$\Psi_a^{\bar{u}} = \Psi_{1+a} \left[1 - 2i(\nu_1 + \nu_2) \frac{(\lambda_1 + i\nu_1)(2 - A_2) + (\lambda_2 + i\nu_2)(2 - A_1)}{\varrho A_1 A_2 - 2(\varrho + \lambda_1 \lambda_2 + \nu_1 \nu_2)} \right], \quad (5)$$

где

$$A_i = \left(\frac{1}{\nu_i} + \frac{e^{2\nu_i x}}{f_i^2(\nu_i)} \right) (\nu_1 + \nu_2), \quad A_2 = \left(\frac{1}{\nu_2} + \frac{e^{2\nu_2 x}}{f_i^2(\nu_2)} \right) (\nu_1 + \nu_2).$$

В § 3 получены решения "электрон-дырочного" типа в виде нелинейной суперпозиции кинка и солитона:

$$\vec{\Psi}(x, t) = \sqrt{\beta} \vec{\Psi}_k(x, t) + \sqrt{1-\beta} \vec{\Psi}_s(x, t), \quad (6)$$

где

$$\vec{\Psi}_k(x, t) = \frac{\vec{\Psi}_\pm}{\lambda - i\nu} (\lambda - i\nu \text{th} \nu \bar{z}),$$

$$\vec{\Psi}_s(x, t) = \frac{i\nu}{\lambda - i\nu} \vec{\sigma}_3 \vec{\Psi}_\pm^* e^{i\theta} \text{sech} \nu \bar{z},$$

$$\theta(x, t) = \lambda x - (\lambda^2 - \nu^2)t, \quad \bar{z} = x - x_0 - 2\lambda t,$$

$$\varrho = \lambda^2 + \nu^2 = |\psi_{21}|^2 - |\psi_{11}|^2 > 0, \quad \vec{\Psi} = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}.$$

Обсуждается вопрос о структурных фазовых переходах по параметру плотности β , в зависимости от значений которого можно ввести три фазы

симметрии:

- 1) $\beta = 0$ ("электрон"): $U(1,0) \otimes U(1,0)$;
- 2) $\beta = 1$ ("дырка"): $U(0,1) \otimes U(0,1)$;
- 3) $0 < \beta < 1$ ("электрон \oplus дырка"): $U(1,0) \otimes U(0,1)$.

При этом кинковое решение $\vec{\Psi}_k(x, t)$ описывает "дырочную" фазу, а солитонное решение $\vec{\Psi}_s(x, t)$ - "электронную" фазу. Найдены вклады кинка и солитона в плотности среднего числа частиц и "намагниченности" электрон-дырочной системы.

В главе III исследованы нелинейные возбуждения дырочного типа в магнитных средах по аналогии с теорией слабо неидеального газа бозонов.

В § I найдена динамическая симметрия линейризованного изотропного антиферромагнетика Гайзенберга (группа $\prod \otimes SU(1,1)_K$), по унитарным представлениям которой построены дискретный спектр и собственные состояния, отвечающие спиновым волнам. Методом когерентных состояний показано, что соответствующее классическое движение системы описывается набором гармонических осцилляторов в плоскости Лобачевского. В § 2 рассмотрена псевдоспиновая модель магнетика на основе $O(2,1)$ нелинейной δ -модели в виде изотропного уравнения Ландау-Лифшица (УЛЛ) со значениями псевдоспина \vec{S} на двухполостном гиперboloиде: $(S^x)^2 - (S^y)^2 - (S^z)^2 = 1$. В § 3 на примере скалярного кинка реализовано точное калибровочное соответствие между моделями $U(0,1)$ НУШ с отталкиванием и $O(2,1)$ УЛЛ гиперболического типа. Рассмотрены решения одномерной модели $O(2,1)$ УЛЛ:

$$\partial_t S = \frac{1}{2i} [S, \partial_{xx} S], \quad (7)$$

где

$$S(x, t) = \begin{pmatrix} S^z & iS^- \\ iS^+ & -S^z \end{pmatrix} (x, t) \in SU(1,1),$$

$$S^\pm = S^x \pm iS^y, \quad S^2 = I, \quad \det S = -1,$$

типа "спиновых волн":

$$S(x, t) = \frac{1}{K} \begin{pmatrix} v & \psi_\pm e^{i\tilde{\theta}} \\ -\psi_\pm^* e^{-i\tilde{\theta}} & -v \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где

$$\tilde{\theta}(x, t) = K(x + vt), \quad v = \sqrt{K^2 + 4\rho}, \quad K = 2\sqrt{\lambda_0^2 - \rho},$$

отвечающие конденсатному решению в модели $U(0,1)$ НУШ. Решение (8) описывает равномерную прецессию вектора \vec{S} вокруг оси \bar{z} с частотой

той $\omega(k) = k\sqrt{k^2 + 4\rho^2}$, отвечающей боголюбовской дисперсии в теории слабо неидеального бозе-газа конечной плотности ρ . С использованием решения (8) в качестве граничного условия для матрицы $S(x, t)$ при $x \rightarrow \pm\infty$ построено односолитонное решение уравнения (7) типа "магнитной дырки":

$$S^{\pm}(x, t) = \frac{\lambda_0}{\zeta_0} - \frac{\nu^2}{2\zeta_0(\lambda_0 - \lambda)} \operatorname{sech}^2 \nu \tilde{x},$$

$$i S^-(x, t) = \frac{\Psi_{\pm}}{\rho} \frac{\rho + \lambda \lambda_0 - i \nu \zeta_0}{2\zeta_0(\nu - i \zeta_0)^2} [(\lambda - \lambda_0)^2 + (\nu \cdot \operatorname{th} \nu \tilde{x} - i \zeta_0)^2] e^{i\varphi}, \quad (9)$$

где $\tilde{x} = x - \lambda(\lambda - 2\lambda_0)t$, $\varphi(x, t) = 2\zeta_0(x + 2\lambda_0 t)$, λ - спектральный параметр, определяющий амплитуду и скорость кинки в модели $U(0, 1)$ НУШ,

$$\nu = \sqrt{\rho - \lambda^2}, \quad |\lambda| \leq \sqrt{\rho}; \quad \zeta_0 - \text{импульс падающей плоской волны,}$$

$$\zeta_0 = \sqrt{\lambda_0^2 - \rho}, \quad |\lambda_0| \geq \sqrt{\rho}.$$

Вычислены вклады "спиновой волны" (8) и магнитной дырки (9) в динамические характеристики модели (7). Показано, что закон дисперсии для солитона (9) имеет вид

$$EM_x = \rho \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4\rho}{k^2}} \right) \sin^2 \frac{\Pi}{4}, \quad (10)$$

где E - энергия, M_x - проекция вектора намагниченности на ось \tilde{x} , Π - импульс системы (7).

В пределе низкой плотности магнонов ($k \gg \sqrt{\rho}$) дисперсия солитона (10) вблизи минимума верхней доли гиперboloиде имеет вид дисперсии ферромагнитного типа в модели $O(3)$ УЛЛ:

$$E_{\infty}(\Pi) = \frac{16}{M_x} \sin^2 \frac{\Pi}{4}. \quad (11)$$

В пределе высоких плотностей ($k \ll \sqrt{\rho}$) формула (10) дает

$$E_0(\Pi) = 2v_{3\phi} \sin \frac{\Pi}{2}, \quad (12)$$

где

$$0 \leq \frac{\Pi}{2} \leq \pi, \quad v_{3\phi} \equiv \left(\frac{d\omega}{dk} \right)_{k=0} = 2\sqrt{\rho}$$

- скорость звука в среде плотности ρ .

Дисперсия типа (12) характерна для систем с антиферромагнитным, либо легкоплоскостным ферромагнитным упорядочением.

Обсуждается аналогия гиперболической модели (7) с моделями антиферромагнетика и неидеального бозе-газа.

В заключении кратко перечислены основные результаты, полученные в диссертации.

Основные результаты, полученные в диссертации:

1. В рамках одномерной модифицированной теории Гросса-Питаевского с векторным параметром порядка рассмотрена динамика дырочноподобных ("либовских") возбуждений бозе-конденсата с внутренними степенями свободы:

- а) построены точные N -солитонные решения модели $U(0, n)$ НУШ отталкивающегося типа при ненулевых граничных условиях;
- б) исследована устойчивость векторных кинков в среде постоянной плотности относительно мелких возмущений непрерывным спектром;
- в) изучена каноническая структура векторной некомпактной модели $U(p, q)$ НУШ при нетривиальных граничных условиях на волновые функции.

2. На основе двухподрешеточной модели Хаббарда с электрон-фононным взаимодействием рассмотрена интегрируемая модель, описывающая в квазиклассическом длинноволновом приближении динамику волн зарядовой и спиновой плотности в квазиодномерных моделях с переносом заряда и спина.

3. На примере двухсолитонного решения исследован вопрос о взаимодействии векторных кинков в модели $U(1, 1)$ НУШ.

4. Найдена динамическая симметрия линеаризованного изотропного антиферромагнетика Гейзенберга, на основе которой построены спектр и волновые функции спиновых волн, а также представление когерентных состояний для соответствующей квазиклассической модели.

5. Предложена псевдоспиновая модель магнетика на основе нелинейной \mathfrak{b} -модели с некомпактной группой симметрии $O(2, 1)$, калибровочно эквивалентная модели слабо неидеального бозе-газа с отталкиванием.

6. Построены одномерные классические решения уравнения Ландау-Лифшица на гиперboloиде в виде "спиновых волн" и магнитных солитонов (дырок). Проанализированы отвечающие им законы дисперсии. Обсуждается аналогия псевдоспиновой модели с двухподрешеточной моделью антиферромагнетика и моделью слабо неидеального бозе-газа.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

- 1. Механьков В.Г., Пашаев О.К., Сергеевков С.А. $U(p, q)$ НУШ с нетривиальными граничными условиями. Скалярный случай $U(0, 1)$. - Сообщение ОИЯИ, P2-83-186, Дубна, 1983.

2. Makhankov V.G., Pashaev O.K. and Sergeenkov S.A. Hole-like excitations in many component systems.
(Дырочноподобные возбуждения в многокомпонентных системах).- Physica Scripta, vol. 29, N 6, 1984, p. 521-525.
3. Пашаев О.К., Сергеев С.А. Гамильтонова структура $U(p,q)$ НУШ с нетривиальными граничными условиями.- Сообщение ОИЯИ, P2-83-377, Дубна, 1983.
4. Makhankov V.G., Pashaev O.K. and Sergeenkov S.A. "Coloured" solitons in stable medium.
(**"Цветные"** солитоны в устойчивой среде).- Phys. Lett., vol. 98A, No 5/6, 1983, p. 227-232.
5. Sergeenkov S.A. Kink-like solution in $U(1,1)$ symmetry Bose-condensate.
(Кинкоподобное решение в бозе-конденсате с $U(1,1)$ -симметрией). - Phys. Lett., vol. 100A, No 9, 1984, p. 474-476.
6. Fedyanin V.K., Makhankov V.G., Pashaev O.K. and Sergeenkov S.A. On interaction between solitons in the model of organic charge transfer salts (Взаимодействие солитонов в модели органической соли с переносом заряда).- JINR preprint, E17-83-755, Dubna, 1983.
7. Мехенчиков В.Р., Пашаев О.К., Сергеев С.А. Нелинейные интегрируемые модели с некомпактной группой в теории слабо неидеального бозе-газа.- Препринт ОИЯИ, P2-84-513, Дубна, 1984.
8. Makhankov V.G., Pashaev O.K. and Sergeenkov S.A. Bose gas models with noncompact symmetry groups.
(Модели бозе-газа с некомпактными группами симметрии).- In: III Int. Symp. on Selected Topics in Stat. Mech., Dubna, 1984, JINR, D17-84-850, vol. 11, p. 45-52.
9. Пашаев О.К., Сергеев С.А. Нелинейные B -модели с некомпактной группой симметрии и теория неидеального бозе-газа.- Препринт ОИЯИ, P2-85-481, Дубна, 1985.
10. Makhankov V.G., Pashaev O.K. and Sergeenkov S.A. Dynamical symmetry and spin waves of isotropic antiferromagnet
(Динамическая симметрия и спиновые волны изотропного антиферромагнетика).- In: JINR Rapid Communications, N 10-85, Dubna, 1985, p. 45-52.

Работа поступила в издательский отдел
I ноября 1985 года.