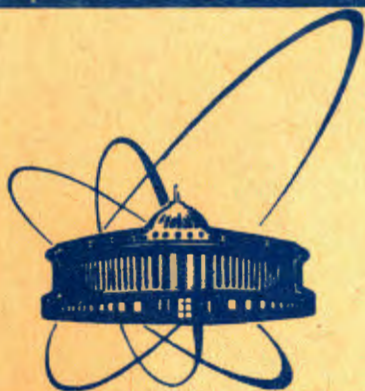


28/IV-84

сообщения  
объединенного  
института  
ядерных  
исследований  
дубна



2056/84

17-84-36

Н.С.Тончев, Й.Г.Бранков

К ТЕОРИИ ВЗАИМНОГО ВЛИЯНИЯ  
ЭЛЕКТРОННО-ДЫРОЧНОГО  
И КУПЕРОВСКОГО СПАРИВАНИЙ

1984

## §1. ВВЕДЕНИЕ

Влияние структурного перехода с электронно-дырочным спариванием на сверхпроводящий фазовый переход исследуется уже много лет /см. /1,2/ и цитируемую там литературу/. Интерес к этой проблеме возник в связи с попытками, как в теоретическом, так и в экспериментальном плане, найти пути максимального повышения критических параметров сверхпроводников и, в первую очередь, критической температуры  $\theta_S$ .

В трехмерных системах структурная неустойчивость с электронно-дырочным спариванием /бозе-конденсация электронно-дырочных пар, экситонный фазовый переход/ имеет место, если для некоторой выделенной части поверхности Ферми электронный спектр удовлетворяет условию

$$\xi(\vec{p}) = -\xi(\vec{p} + \vec{q}) \quad /1/$$

для дискретного набора векторов  $\vec{q}$ , когда импульсы  $\vec{p}$  - электронов принадлежат этой выделенной части поверхности Ферми.

Имеется два основных типа моделей, для которых условие симметрии /1/ удовлетворяется:

а/ модели однозонного металла в приближении сильной связи; тогда для некоторых кристаллических структур условие /1/ удовлетворяется по всей поверхности Ферми /3/;

б/ модели двухзонного /зоны "а" и "б" полуметалла /модель Келдыша-Копалева /4/ /, когда  $\xi_a(\vec{p}) = \xi_b(\vec{p} + \vec{q})$ ; вектор  $\vec{q}$  определяет расстояние в импульсном пространстве между экстремумами обеих зон.

Первые результаты по взаимному влиянию электронно-дырочного и куперовского спаривания в рамках моделей первого типа, по видимому, были получены в /5/. Далее эта модель и различные ее модификации исследовались в работах Копалева и Тимерова /6/. Бранкова и Тончева /7-9/, Бальсейро и Фаликова /10/ и др.

Исследования этой проблемы в рамках моделей второго типа были инициированы работой Копалева /11/. Дальнейшие достижения в этой области достаточно полно отражены в монографии /2/ /см. также Копалев и Молотков /12/, Горбачевич и др. /13/.

Существующие физическая и математическая аналогии между обоими типами моделей в различной степени обсуждалась в /2,14,19,20/. Следует отметить, что модель двухзонного полуметалла, по видимому, более богата из-за возможности /или необходимости/ учета куперовского спаривания электронов не только в зонах "а" и "б", но и за счет межзонных взаимодействий /см. /15-17/.

Теперь известно, что сосуществование куперовского и электронно-дырочного спариваний носителей тока в узкозонных металлах при наполовину заполненной зоне или в собственных полуметаллах /когда число электронов равно числу дырок/ возможно либо за счет разных энергий обрезаний взаимодействий в куперовском и электронно-дырочном каналах /7/, либо за счет одночастичных межзонных переходов /17/; при этом сверхпроводящий и экситонный фазовые переходы конкурируют друг с другом, и в результате  $\theta_s$  понижается. Поэтому особый интерес вызывает поведение электрон-дырочного спаривания в зависимости от отклонения химического потенциала от центра зоны в однозонном металле или, в случае двухзонного полуметалла, в зависимости от положения уровня Ферми. Существует предположение о влиянии экситонного фазового перехода на  $\theta_s$ , которое основано на следующей простой и физически прозрачной идее /1,2/. Если уровень Ферми после диэлектризации электронов /диэлектрического спаривания/ хотя бы частично находится вне диэлектрической щели, т.е. получается вырожденный полупроводник с носителями над щелью, то: во-первых, сверхпроводящее спаривание, очевидно, возможно; во-вторых, оно происходит на фоне повышенной плотности состояний. Правда, при этом число электронов, способных формировать куперовские пары, уменьшается, но, варьируя /каким-то образом/ положение уровня Ферми, можно оптимизировать конкуренцию обоих эффектов таким образом, чтобы добиться повышения сверхпроводящей критической температуры  $\theta_s$  по сравнению с критической температурой чистого сверхпроводящего перехода  $\theta_s^0$ .

Отклонение химического потенциала  $\mu$  от середины зоны в однозонном металле или от положения, соответствующего случаю собственного зонного полуметалла, может быть вызвано либо перекрытием с какой-либо другой зоны, выполняющей роль резервуара, либо легированием. В предельном случае резервуара бесконечно большой мощности  $\mu$  можно считать заданным параметром задачи. В другом предельном случае /резервуар нулевой мощности/ заданным параметром является средняя плотность электронов в зоне  $n$  или разность электронной и дырочной концентраций  $\delta n = n_e - n_h$ . Такая ситуация, скорее всего, имеет место в легированных системах.

Сделаем теперь одно замечание, которое пояснит идею и структуру настоящей работы. Термодинамическое исследование в первом случае /при фиксированном химическом потенциале  $\mu$ / естественно проводить в большом каноническом ансамбле Гиббса. Для исследования второго случая /при фиксированном  $n$  /или  $\delta n$ / /естественным является канонический ансамбль Гиббса. Однако и в этом случае из-за непреодолимых математических трудностей все вычисления можно провести только в большом каноническом ансамбле и лишь потом /по правилам термодинамики/ перейти к переменной  $n$  /или  $\delta n$ /. Заметим, однако, что даже в простейшем случае, когда имеет место только экситонный фазовый переход, замена термоди-

намических переменных при исследовании легированных систем совершалась некорректным образом. Это недавно было показано в работах /18,19/, где дано правильное решение задачи нахождения основного состояния и приведена качественно правильная фазовая диаграмма в переменных  $(\theta, \mu)$ . Детальный численный анализ этой проблемы при произвольной температуре  $\theta$  совместно с исследованием низкотемпературных разложений термодинамических потенциалов проведен в работах /20,21/. Исследование фазового перехода в экситонное состояние в окрестности трикритической точки при помощи разложения Ландау проделано в /22/. Более сложный случай, имеющий отношение к фазовым превращениям в  $Sr$  и его сплавах, учитывающий возможность появления пространственно неоднородного параметра порядка, рассматривался в /23/.

Точное решение для модели Келдыша-Копалева при  $\theta = 0$ , полученное в работах /18/, показывает, что состояние вырожденного полупроводника не реализуется. Так как это обстоятельство остается в силе и при достаточно низких температурах /20/, то ясно, что физический механизм для повышения  $\theta_s$ , который обсуждался выше, не может быть реализован в этой области температур, если сверхпроводящее взаимодействие достаточно слабое и его влиянием на экситонный фазовый переход можно пренебречь.

По-видимому, существенной для обсуждаемого механизма может быть область, в которой после экситонного фазового перехода химический потенциал  $\mu$  лежит вне диэлектрической щели. Эта область в  $(\theta, \mu)$  -полуплоскости определена в результате численного расчета на ЭВМ /21/ и схематически показана на рис.1.

Цель настоящей работы - исследовать взаимное влияние сверхпроводящего и экситонного фазового переходов в случае, когда критическая температура чистой сверхпроводящей фазы  $\theta_s^0$  лежит в интервале  $\theta^* < \theta_s^0 < \theta_s^0(0)$ . Очевидно, в наиболее интересной области вырожденного полупроводника /см. рис.1/ можно с успехом использовать разложение Ландау для большого термодинамического потенциала.

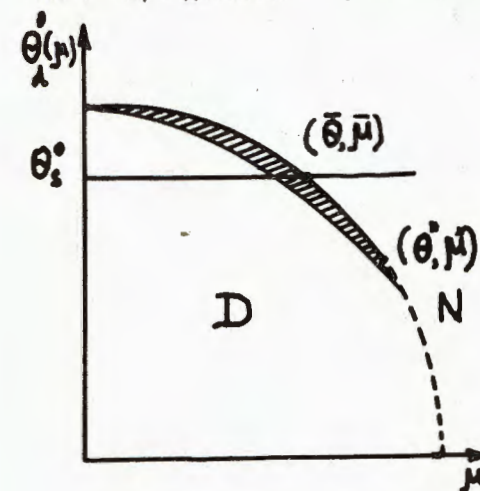


Рис.1. Фазовая диаграмма чистого экситонного диэлектрика; D - экситонная фаза /заштрихованная область - вырожденный полупроводник/; N - нормальный металл;  $(\theta^*, \mu^*)$  - трикритическая точка. Толстой плотной линией  $\theta_s(\mu)$  показан фазовый переход второго рода, пунктиром - фазовый переход первого рода.

## §2. МОДЕЛЬНАЯ СИСТЕМА

Рассмотрим модель однозонного металла в приближении сильной связи, описываемую гамильтонианом /5-8,14,24,25/

$$H = \sum_{k\sigma} \xi(\vec{k}) a_{k\sigma}^+ a_{k\sigma} - \lambda_{e-e} V^{-1} \sum_{k\sigma k'\sigma'} a_{k\sigma}^+ a_{k+Q,\sigma'} a_{k'\sigma'}^+ a_{k'-Q,\sigma} - \\ - \lambda_s V^{-1} \sum_{k\sigma k'\sigma'} \lambda(\xi(\vec{k}); \sigma) \lambda(\xi(\vec{k}'); \sigma') a_{k\sigma}^+ a_{-k-\sigma}^+ a_{k'-\sigma'} a_{k'-\sigma'} + \quad /2/ \\ + \omega(Q) b_Q^+ b_Q + g(Q) V^{-1/2} \sum_{k\sigma} (a_{k+Q,\sigma} a_{k\sigma} b_Q + \text{э.с.}),$$

где  $\xi(\vec{k})$  - энергетический спектр электронов, удовлетворяющий условию /1/ для некоторого вектора  $\vec{Q}$ ;  $\omega(Q)$  - энергия фононов с волновым вектором  $\vec{Q}$ ;  $a_{k\sigma}^+$ ,  $b_Q^+$  - операторы рождения и уничтожения соответственно электронов со спином  $\sigma$  и импульсом  $\vec{k}$  и фононов с импульсом  $\vec{Q}$ ;  $\lambda_{e-e}$  - константа прямого электронно-электронного взаимодействия, приводящего к электронно-дырочному спариванию;  $\lambda_s$  - эффективная константа сверхпроводящего взаимодействия:

$$\lambda(\xi(\vec{k}); \sigma) = \begin{cases} \text{sign} \sigma & |\xi(\vec{k})| \leq \omega_D \\ 0 & |\xi(\vec{k})| > \omega_D \end{cases}, \quad /3/$$

$g(Q)$  - константа редуцированного электрон-фононного взаимодействия;  $V$  - объем системы.

Для пояснения структуры выражения /2/ сделаем несколько замечаний:

В термодинамическом ( $V \rightarrow \infty$ ) пределе член с электрон-фононным взаимодействием в /2/ термодинамически эквивалентен электронно-электронному взаимодействию с эффективной константой  $-g^2(\vec{Q})/\omega(\vec{Q})$  /24/. Поэтому добавление этого взаимодействия в /2/ на самом деле лишь перенормирует константу  $\lambda_{e-e} \rightarrow \lambda_d = \lambda_{e-e} - g^2(\vec{Q})/\omega(\vec{Q})$ .

По поводу определения функции обрезания  $\lambda(\xi(\vec{k}); \sigma)$  в /2/ необходимо заметить, что обычно куперовское спаривание электронов считается отличным от нуля только в энергетическом слое толщины  $2\omega_D$ , симметрично расположенном относительно поверхности Ферми. Здесь мы будем считать, что обрезание БКШ-взаимодействия симметрично относительно центра зоны  $\xi(\vec{k}) = 0$ . Тем самым в нашей модели предполагается сильное неравенство

$$\mu \ll \omega_D, \quad /4/$$

/ $\mu$  - отклонение химического потенциала от центра зоны/. Возникающее таким образом условие на  $\mu$  согласуется и с условием су-

ществования /при  $\theta = 0$  и  $\lambda_s = 0$ / отличной от нуля диэлектрической щели /см., например, /18//:

$$\mu < (\Delta_0 / \sqrt{2}) \equiv \sqrt{2} w \exp(-w/\lambda_d), \quad /5/$$

здесь  $w$  - полуширина энергетической зоны.

Правая часть неравенства /5/ при реалистическом выборе параметров теории много меньше  $\omega_D$ .

## §3. ПЛОТНОСТЬ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ПОТЕНЦИАЛОВ

В работах /7,8,25/ было строго доказано, что для плотности термодинамического потенциала в большом каноническом ансамбле Гиббса

$$\Omega_V(\theta, \mu) = -(\theta/V) \ln \text{Tr} \exp[-\theta^{-1} (H - \mu \hat{N})]$$

в термодинамическом пределе справедливо равенство

$$\Omega(\theta, \mu) \equiv \lim_{V \rightarrow \infty} \Omega_V(\theta, \mu) = \min_{(\Delta, S)} \lim_{V \rightarrow \infty} \Omega_V(\Delta, S; \theta, \mu), \quad /6/$$

где

$$\Omega_V(\Delta, S; \theta, \mu) = -(\theta/V) \ln \text{Tr} \exp[-\theta^{-1} (H_a(\Delta, S) - \mu \hat{N})]. \quad /7/$$

В выражении /7/  $H_a(\Delta, S)$  - так называемый аппроксимирующий гамильтониан:

$$H_a(\Delta, S) = \sum_{k,\sigma} [\xi(\vec{k}) a_{k\sigma}^+ a_{k\sigma} - \frac{1}{2} \Delta (a_{k+Q,\sigma}^+ a_{k\sigma} + \text{э.с.}) + \\ + - \frac{1}{2} \lambda(\xi(\vec{k}); \sigma) S (a_{k\sigma}^+ a_{-k-\sigma}^+ + \text{э.с.})] + \frac{1}{2} V \left( \frac{\Delta^2}{\lambda_d} + \frac{S^2}{\lambda_s} \right), \quad /8/$$

зависящий от вещественных параметров  $\Delta$  и  $S$ , а  $\hat{N}$  - оператор числа частиц  $\hat{N} = \sum_{k\sigma} a_{k\sigma}^+ a_{k\sigma}$ .

Аппроксимирующий термодинамический потенциал  $\Omega(\Delta, S; \theta, \mu) = \lim_{V \rightarrow \infty} \Omega_V(\Delta, S; \theta, \mu)$  можно легко вычислить

/подробнее см. /25//:

$$\Omega(\Delta, S; \theta, \mu) = - \frac{\theta}{w} \int \{ \ln 2 \text{ch} \frac{1}{2\theta} [(\sqrt{\epsilon^2 + \Delta^2} - \mu)^2 + \lambda^2(\epsilon(\vec{k}), 1) S^2]^{1/2} + \\ + \ln 2 \text{ch} \frac{1}{2\theta} [(\sqrt{\epsilon^2 + \Delta^2} + \mu)^2 + \lambda^2(\epsilon(\vec{k}), 1) S^2]^{1/2} \} d\epsilon + \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta^2}{\lambda_d} + \frac{S^2}{\lambda_s} - 2\mu \right). \quad /9/$$

При вычислении /9/ использовано как обычно приближение постоянной плотности  $\lim_{V \rightarrow \infty} V^{-1} \sum_{\mathbf{k}} \rightarrow (2\pi)^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} d\epsilon$ .

Из условия экстремума в правой части выражения /6/ по  $\Delta$  и  $S$  получаем систему уравнений самосогласования

$$\frac{\partial}{\partial \Delta} \Omega(\Delta, S; \theta, \mu) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial S} \Omega(\Delta, S; \theta, \mu) = 0. \quad /10/$$

Среди решений системы /10/ следует выбрать те  $\Delta(\theta, \mu)$  и  $S(\theta, \mu)$ , которые реализуют абсолютный минимум функционала  $\Omega(\Delta, S; \theta, \mu)$ . Информация о термодинамическом поведении системы в переменных  $(\theta, \mu)$  получается из термодинамического потенциала  $\Omega(\theta, \mu) \equiv \Omega(\Delta(\theta, \mu), S(\theta, \mu); \theta, \mu)$ . В принципе, этого достаточно для изучения фазового перехода в системах с бесконечной мощностью резервуара /см. Введение/.

Если задана средняя концентрация электронов в зоне  $n$ , что присуще системам с легированием, то переход к новым переменным  $(\theta, n)$  необходимо совершать при помощи преобразования Лежандра /см., например, /26/ /

$$f(\theta, n) = \sup_{\mu} \{ \Omega(\theta, \mu) + \mu n \}. \quad /11/$$

Термодинамическое поведение системы в этом случае полностью определяется выражениями /6/ и /11/.

Выполнение соответствующих вычислений в аналитическом виде с использованием разложения Ландау /22/ возможно только при  $\theta = 0$  /18-20/ или при  $\theta \rightarrow \theta$  даже в случае одного параметра порядка /при  $s = 0$ /.

Здесь мы проведем исследование термодинамического поведения модельной системы /2/ при температурах, близких к температуре  $\theta$  /см. рис.1/, в которой оба параметра обращаются в нуль одновременно.

#### §4. РАЗЛОЖЕНИЕ АППРОКСИМИРУЮЩЕГО ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА $\Omega(\Delta, S; \theta, \mu)$ ПО СТЕПЕНЯМ $\Delta$ И $S$

Ограничиваясь членами не выше четвертой степени в ряде Маклорена для функции  $\Omega(\Delta, S; \theta, \mu)$ , получаем следующую симметричную модель для двух взаимодействующих параметров порядка в теории Ландау:

$$\Omega(\Delta, S; \theta, \mu) = \Omega(0, 0, \theta, \mu) + a_2(\theta, \mu) \Delta^2 + a_4(\theta, \mu) \Delta^4 + b_2(\theta, \mu) S^2 + b_4(\theta, \mu) S^4 + c(\theta, \mu) \Delta^2 S^2. \quad /12/$$

Вычисление первых трех коэффициентов в разложении /12/ подробно изложено в работе /22/. Они равны:

$$\Omega(0, 0; \theta, \mu) \equiv \Omega_N(\theta, \mu) = -\frac{\pi}{6} \frac{\theta^2}{w} - \frac{w}{2} \left(1 + \frac{\mu}{w}\right)^2, \quad \text{при } (w - |\mu|/\theta) \gg 1, \quad /13/$$

$$a_2(\theta, \mu) = \frac{1}{2w} \left[ \frac{w}{\lambda} - \ln \frac{w}{\theta} + I\left(\frac{\mu}{\theta}\right) \right], \quad /14/$$

$$a_4(\theta, \mu) = \frac{1}{16w\theta^2} I''\left(\frac{\mu}{\theta}\right), \quad /15/$$

где  $I(x) = \ln 2\pi + \operatorname{Re} \psi\left(\frac{1}{2} + i \frac{x}{2\pi}\right)$  /  $\psi$  - дигамма функция / и  $I^n(x) =$

$= (d^n/dx^n) I(x)$ . Коэффициенты  $a_2(\theta, \mu)$  и  $a_4(\theta, \mu)$  вычислены с точностью до членов порядка  $\ln(w/\theta) \cdot \exp(-w/\theta) \ll 1$ . Для коэффициента  $c(\theta, \mu)$  аналогичным образом /как в /22/ / получаем

$$\begin{aligned} c(\theta, \mu) &= \frac{1}{8w} \frac{\partial}{\partial \mu} \int_0^{\omega_D} \frac{d\epsilon}{\epsilon} \left[ \frac{1}{\epsilon - \mu} \operatorname{th} \frac{\epsilon - \mu}{2\theta} - \frac{1}{\epsilon + \mu} \operatorname{th} \frac{\epsilon + \mu}{2\theta} \right] = \\ &= \frac{1}{8w} \frac{\partial}{\partial \mu} \left\{ \frac{1}{\mu} \int \frac{dx}{x} \operatorname{th} \frac{x}{2} + \int_0^{\omega_D - \mu/\theta} \frac{dx}{x} \operatorname{th} \frac{x}{2} - \int_0^{\omega_D} \frac{dy}{y} \left( \operatorname{th} \frac{y - \mu}{2\theta} + \operatorname{th} \frac{y + \mu}{2\theta} \right) \right\} = \\ &= \frac{1}{4w} \frac{\partial}{\partial \mu} \left\{ \frac{1}{\mu} \left[ \ln \frac{2\gamma}{\pi} \frac{\sqrt{\omega_D^2 - \mu^2}}{\theta} - \ln \frac{\omega_D}{\theta} + I\left(\frac{\mu}{\theta}\right) \right] \right\} = \\ &= -\frac{1}{4w\mu^2} \left[ \ln \frac{2\gamma}{\pi} + I\left(\frac{\mu}{\theta}\right) - \frac{\mu}{\theta} I'\left(\frac{\mu}{\theta}\right) \right]. \end{aligned} \quad /16/$$

Здесь, в соответствии с условием /4/, мы пренебрегли величинами порядка  $\mu^2/\omega_D^2$ ; кроме того, считалось, что  $\omega_D/\theta \gg 1$ . Коэффициенты перед  $S^2$  и  $S^4$  хорошо известны и от  $\mu$  не зависят:

$$b_2(\theta, \mu) = -(1/2w) \ln(\theta_s^\circ/\theta), \quad (\theta_s^\circ = (2\gamma/\pi)\omega_D \exp(-w/\lambda_s)), \quad /17/$$

$$b_4(\theta, \mu) = 7\zeta(3)/32\pi^2 \theta^2 w \equiv q/8\theta^2 w \quad (q = 0,2131). \quad /18/$$

Различные физические задачи приводят к двухпараметрическому разложению типа /12/. В общем виде, когда коэффициенты  $a_2, a_4,$

$b_2$ ,  $b_4$  и  $c$  являются просто феноменологическими параметрами, анализ выражения /12/ проводится в работах /27,28/. Имея в явном виде выражения для этих коэффициентов, можно воспользоваться результатами этого анализа.

Во-первых, требование положительной определенности  $\Omega(\Delta, S; \theta, \mu)$  при больших  $\Delta$  и  $S$  накладывает следующие ограничения на коэффициенты:  $a_4(\theta, \mu) > 0$ ,  $b_4(\theta, \mu) > 0$  и  $c(\theta, \mu) > -2\sqrt{a_4(\theta, \mu) b_4(\theta, \mu)}$ .

Во-вторых, чтобы не выходить за рамки точности принятого приближения /в /12/ удержаны члены не выше четвертого порядка по  $\Delta$  и  $S$  /, необходимо линеаризовать коэффициенты  $a_2(\theta, \mu)$  и  $b_2(\theta, \mu)$  по аргументам  $\theta$  и  $\mu$ , а коэффициенты  $a_4(\theta, \mu)$ ,  $b_4(\theta, \mu)$  и  $c(\theta, \mu)$  считать константами.

В этой работе мы ограничимся анализом выражения /12/ в окрестности точки  $\mu = \bar{\mu}$ ,  $\theta = \bar{\theta}$  ( $\equiv \theta_d(\mu) = \theta_s^\circ$ ), где функция  $\theta_d(\mu)$  определена неявным образом уравнением  $a_2(\theta, \mu) = 0$  и в интервале  $0 \leq \mu < \mu^*$  описывает линию фазового перехода второго рода из нормального в экситонное состояние /см. рис.1/. Значение  $\mu^*$  является решением уравнения  $a_4(\theta_d^\circ(\mu), \mu) = 0$ . Неравенство  $b_4(\theta, \mu) > 0$  выделяет на плоскости  $(\theta, \mu)$  сектор  $|\mu|/\theta < \alpha \equiv 1,91, \dots$ , в котором  $\Omega(\Delta, S; \theta, \mu)$  положительно определено /  $b_4(\theta, \mu)$  - очевидно положительно; неравенство  $c(\theta, \mu) > -2\sqrt{a_4(\theta, \mu) b_4(\theta, \mu)}$  в этом секторе тоже справедливо/.

Мы исключаем из нашего исследования трикритическую точку /  $\theta^*$ ,  $\mu^*$  / /см. /22/ /, так как количество удержанных членов в /12/ недостаточно для рассмотрения окрестности этой точки /см. /28/, где в общем случае критически анализирована область применимости выражения типа /12//. С учетом вышесказанного в /12/  $a_2(\theta, \mu)$  и  $b_2(\theta, \mu)$  с необходимой степенью точности представим в виде:

$$a_2(\theta, \mu) \approx \frac{1}{2w\bar{\theta}} \left\{ \left[ 1 - \frac{\bar{\theta}}{\mu} I' \left( \frac{\bar{\theta}}{\mu} \right) \right] (\theta - \bar{\theta}) + I' \left( \frac{\bar{\theta}}{\mu} \right) (\mu - \bar{\mu}) \right\}, \quad /19/$$

$$b_2(\theta, \mu) \approx \frac{1}{2w\bar{\theta}} (\theta - \bar{\theta}), \quad /20/$$

а во всех остальных коэффициентах положим  $\mu = \bar{\mu}$  и  $\theta = \bar{\theta}$ .

## §5. ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ СИСТЕМЫ В ПЕРЕМЕННЫХ $(\theta, \mu)$

Выражение /12/ имеет четыре типа экстремумов, которые описывают, кроме высокосимметричной фазы  $\Delta = 0$ ,  $S = 0$ , еще три низкосимметричные фазы:

а/ чистая экситонная фаза

$$S = 0, \quad \Delta^2(\theta, \mu) = \begin{cases} -a_2(\theta, \mu)/2a_4(\theta, \mu), & a_2(\theta, \mu) \leq 0 \\ 0, & a_2(\theta, \mu) > 0 \end{cases} \quad /21/$$

с термодинамическим потенциалом

$$\Omega_D(\theta, \mu) = \Omega_N(\theta, \mu) - a_2^2(\theta, \mu)/4a_4(\theta, \mu), \quad /21a/$$

б/ чистая сверхпроводящая фаза

$$\Delta = 0, \quad S^2(\theta) = \begin{cases} -b_2(\theta)/2b_4(\theta), & b_2(\theta) \leq 0 \\ 0, & b_2(\theta) > 0 \end{cases} \quad /22/$$

с термодинамическим потенциалом

$$\Omega_S(\theta, \mu) = \Omega_N(\theta, \mu) - b_2^2(\theta)/4b_4(\theta), \quad /22a/$$

в/ смешанная "DS" фаза

$$\Delta^2(\theta, \mu) = \frac{b_2(\theta)c(\theta, \mu) - 2a_2(\theta, \mu)b_4(\theta)}{4a_4(\theta, \mu)b_4(\theta) - c^2(\theta, \mu)}, \quad /23/$$

$$S^2(\theta, \mu) = \frac{a_2(\theta, \mu)c(\theta, \mu) - 2b_2(\theta)c(\theta, \mu)}{4a_4(\theta, \mu)b_4(\theta) - c^2(\theta, \mu)}$$

с термодинамическим потенциалом

$$\Omega_{DS}(\theta, \mu) = \Omega_N(\theta, \mu) - \frac{a_2^2(\theta, \mu)b_4(\theta) - b_2^2(\theta)a_4(\theta, \mu) - a_2(\theta, \mu)b_2(\theta)c(\theta, \mu)}{4a_4(\theta, \mu)b_4(\theta) - c^2(\theta, \mu)}, \quad /23a/$$

Для того, чтобы определить, какой из этих случаев реализуется, нужно сравнить соответствующие термодинамические потенциалы. Численный анализ коэффициентов /15/, /16/ и /18/ показал, что во всей области справедливости разложения /12/ имеет место случай большого положительного взаимодействия между параметрами порядка,  $c(\theta, \mu) > 2\sqrt{a_4(\theta, \mu)b_4(\theta)}$ , откуда следует, что /при  $a_4(\theta, \mu) > 0$  и  $b_4(\theta) > 0$ :/

$$\Omega_{DS}(\theta, \mu) - \Omega_D(\theta, \mu) = \frac{[2b_2(\theta)a_4(\theta, \mu) - a_2(\theta, \mu)c(\theta, \mu)]^2}{4a_4(\theta, \mu)[c^2(\theta, \mu) - 4a_4(\theta, \mu)b_4(\theta)]} > 0$$

$$\Omega_{DS}(\theta, \mu) - \Omega_S(\theta, \mu) = \frac{[2a_2(\theta, \mu)b_4(\theta) - b_2(\theta)c(\theta, \mu)]^2}{4b_4(\theta)[c^2(\theta, \mu) - 4a_4(\theta, \mu)b_4(\theta)]} > 0,$$

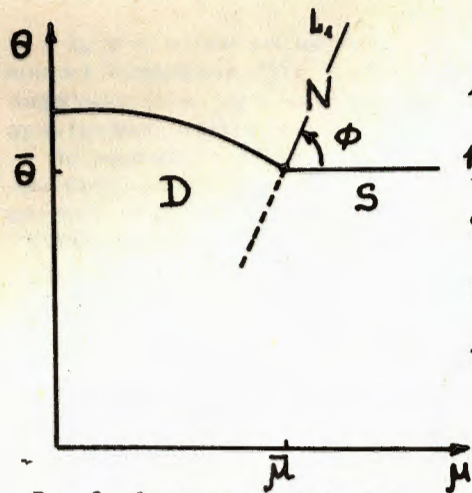


Рис.2. Фазовая диаграмма в плоскости  $(\theta, \mu)$ .

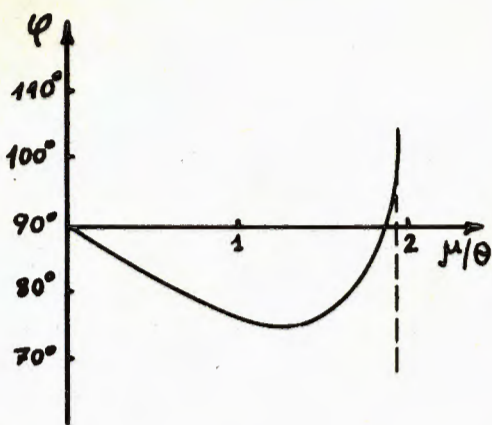


Рис.3. Зависимость функции  $\phi$  от  $\mu/\bar{\theta}$ .

т.е. смешанная "DS" -фаза всегда соответствует локальному максимуму термодинамического потенциала. Какая из двух фаз, - "D" или "S" соответствует минимуму, зависит от знака разности:

$$\Omega_D(\theta, \mu) - \Omega_S(\theta, \mu) = \frac{b_2^2(\theta) a_4(\theta, \mu) - a_2^2(\theta, \mu) b_4(\theta)}{4a_4(\theta, \mu) b_4(\theta)}, \quad /24/$$

причем смена фаз происходит путем фазового перехода первого рода.

Если ввести прямую  $\theta - \bar{\theta} = a(\bar{\mu}/\bar{\theta})(\mu - \bar{\mu})$ , имеющую смысл касательной в точке  $(\bar{\mu}, \bar{\theta})$  к кривой, определяющей границу между "D" и "S" фазами /см. рис.2/, то изменение угла  $\phi(\bar{\mu}/\bar{\theta}) = \arctg a(\bar{\mu}/\bar{\theta})$  представлено на рис.3.

Далее мы рассмотрим предельный случай  $\bar{\mu}/\bar{\theta} \ll 1$ , для которого можно получить аналитические выражения.

Используя разложение  $I(x) = -\ln(2\gamma/\pi) + qx^2 - gx^4 + vx^6$ , где  $\gamma = 31\zeta(5)/16\pi^4 \approx 0,0206$ ,  $v = 127\zeta(7)/64\pi^6 \approx 0,0021$ ,  $\gamma = 0,577$  и  $\zeta(x)$  - дзета функция Римана, из /24/ и /25/ после несложных преобразований находим

$$\Omega_D(\theta, \mu) - \Omega_S(\theta, \mu) \approx \frac{A(\bar{\mu}/\bar{\theta})}{2q\bar{\mu}I'(\bar{\mu}/\bar{\theta})} (a - a_1(\frac{\bar{\mu}}{\bar{\theta}})) (a - a_2(\frac{\bar{\mu}}{\bar{\theta}})) (\mu - \bar{\mu})^2, \quad /26/$$

где  $A(x) = I''(x) - 2q[1 - xI'(x)]^2$ . Угловые коэффициенты касательных к линиям, на которых разность  $\Omega_D(\theta, \mu) - \Omega_S(\theta, \mu)$  меняет знак, равны

$$a_1(x) \approx \frac{2q^2}{2q^2 - 3r} \frac{1}{x} [1 + \frac{21r^2 - 15qs}{2q(2q^2 - 3r)} x^2] \approx \frac{3,1349}{x} (1 + 0,1845x^2), \quad /27/$$

$$a_2(x) \approx -qx [1 + \frac{2q^2 - r}{2q} x^2] \approx -0,2131x (1 + 0,1648x^2). \quad /27a/$$

Анализ термодинамических потенциалов  $\Omega_D(\theta, \mu)$ ,  $\Omega_N(\theta, \mu)$  и  $\Omega_S(\theta, \mu)$  показывает, что касательная к линии фазового перехода первого рода между "D" и "S" фазами имеет вид

$$\theta - \bar{\theta} = a_1(\frac{\bar{\mu}}{\bar{\theta}}) (\mu - \bar{\mu}), \quad \theta \leq \bar{\theta}. \quad /28/$$

Обозначим множество точек  $(\theta, \mu)$ , принадлежащих касательной /28/, через  $L_1$ . Изменение параметров порядка  $\Delta$  и  $S$  на этой линии происходит скачком, величина этих скачков равна

$$[\Delta] \approx (2\bar{\theta}/q)^{1/2} [1 + (3r/2q)(\bar{\mu}/\bar{\theta})^2] (\bar{\theta} - \theta)^{1/2}, \quad [S] \approx (2\bar{\theta}/q)^{1/2} (\bar{\theta} - \theta)^{1/2}. \quad /29/$$

Сравнение результатов численного расчета с результатами, полученными на основе асимптотических формул /26/-/29/, показывает, что последние являются практически точными /с относительной точностью  $10^{-3}$  / вплоть до  $\bar{\mu}/\bar{\theta} = 0,5$ .

### §6. ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ СИСТЕМЫ В ПЕРЕМЕННЫХ $(\theta, \mu)$

Напомним, что на плоскости  $(\theta, \mu)$  линия фазового перехода металл-диэлектрик  $\theta = \theta(\mu)$  определялась уравнением  $a_2(\theta, \mu) = 0$  и заканчивается в точке  $(\bar{\theta}, \bar{\mu})$  /см. рис.2/. Согласно выражению /21a/, большой канонический потенциал Гиббса для чистой диэлектрической фазы в окрестности точки  $(\bar{\theta}, \bar{\mu})$  определяется выражением

$$\Omega_D(\mu, \theta) = \Omega_N(\mu, \theta) - [1 - \frac{\bar{\mu}}{\bar{\theta}} I'(\frac{\bar{\mu}}{\bar{\theta}})]^2 [wI''(\frac{\bar{\mu}}{\bar{\theta}})]^{-1} [\theta - \bar{\theta} - a_1(\frac{\bar{\mu}}{\bar{\theta}}) (\mu - \bar{\mu})], \quad /30/$$

где  $a_1(x) = -I'(x)/[1 - xI'(x)]$  - угловой коэффициент прямой  $\theta - \bar{\theta} = a_1(\bar{\mu}/\bar{\theta})(\mu - \bar{\mu})$ , касательной к кривой  $\theta = \theta(\mu)$  в точке  $(\bar{\theta}, \bar{\mu})$ .

В этой фазе плотность электронов в системе  $n_D(\theta, \mu)$  при заданных химическом потенциале  $\mu$  и температуре  $\theta$  равна

$$n_D(\theta, \mu) = - \frac{\partial}{\partial \mu} \Omega_D(\theta, \mu) = - \frac{\partial \Omega_N}{\partial \mu}(\theta, \mu) +$$

$$+ 2I' \left( \frac{\bar{\mu}}{\bar{\theta}} \right) \left[ 1 - \left( \frac{\bar{\mu}}{\bar{\theta}} \right) I' \left( \frac{\bar{\mu}}{\bar{\theta}} \right) \right] \left[ w I'' \left( \frac{\bar{\mu}}{\bar{\theta}} \right) \right]^{-1} \left[ \theta - \bar{\theta} - a \left( \frac{\bar{\mu}}{\bar{\theta}} \right) (\mu - \bar{\mu}) \right]. \quad /31/$$

Линия фазового перехода металл-сверхпроводник начинается с точки  $(\bar{\theta}, \bar{\mu})$  /см. рис.2/ и, согласно уравнению /22а/, большой канонический потенциал Гиббса для чистой сверхпроводящей фазы определяется выражением

$$\Omega_S(\mu, \theta) = \Omega_N(\mu, \theta) - b_2^2(\theta)/4b_4(\theta). \quad /32/$$

В этой фазе плотность электронов при фиксированных  $\theta$  и  $\mu$  равна

$$n_S(\theta, \mu) = - \frac{\partial}{\partial \mu} \Omega_S(\theta, \mu) = - \frac{\partial}{\partial \mu} \Omega_N(\theta, \mu) = n_N(\theta, \mu). \quad /33/$$

Из выражений /31/ и /33/ теперь следует, что на линии  $L_1$  фазового перехода первого рода /по крайней мере, в окрестности точки  $\bar{\theta}, \bar{\mu}$ / плотность концентрации электронов изменяется скачком со значения

$$n_D(\theta, \mu) |_{(\theta, \mu) \in L_1} \approx n_N(\theta, \mu) |_{(\theta, \mu) \in L_1} - 2 \left( \frac{\bar{\mu}}{\bar{\theta}} \right) \left[ 1 + \frac{r}{q} \left( \frac{\bar{\mu}}{\bar{\theta}} \right)^2 \right] \frac{\bar{\theta} - \theta}{w} \quad /34/$$

до значения

$$n_N(\theta, \mu) |_{(\theta, \mu) \in L_1} = 1 + \frac{\bar{\mu}}{w} - \left[ a_1 \left( \frac{\bar{\mu}}{\bar{\theta}} \right) \right]^{-1} \frac{\bar{\theta} - \theta}{w}, \quad /35/$$

т.е. скачок по абсолютной величине равен

$$[n] \approx 2 \left( \frac{\bar{\mu}}{\bar{\theta}} \right) \left[ 1 + \frac{r}{q} \left( \frac{\bar{\mu}}{\bar{\theta}} \right)^2 \right] \frac{\bar{\theta} - \theta}{w}. \quad /36/$$

Поскольку на линии фазового перехода первого рода  $L_1$  чистая сверхпроводящая фаза и чистая экситонная фаза находятся в состоянии термодинамического равновесия /т.е. имеют одинаковые температуру  $\theta$ , химический потенциал  $\mu$  и давление  $p = -\Omega_S = -\Omega_D$ , то для любой заданной концентрации электронов  $n$  в интервале  $n_D \leq n \leq n_N$  при температурах  $\theta \leq \bar{\theta}$  в системе реализуется смесь "D+S" чистой экситонной и чистой сверхпроводящей фаз /см. рис.3/. Этот результат является прямым следствием наличия фазового перехода первого рода по  $\mu$ . Скачок производной термодинамического потенциала  $-\frac{\partial}{\partial \mu} \Omega(\theta, \mu)$  дается выражением /36/, что после

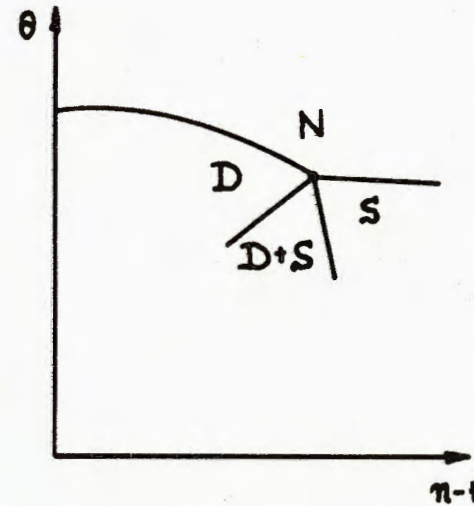


Рис.4. Фазовая диаграмма в плоскости  $(\theta, n)$ .

преобразования Ленжандра /т.е. перехода к переменным  $\theta, n$ / /см. /11// приводит к появлению плоского участка в выражении для термодинамического потенциала Гельмгольца  $f(\theta, n)$ . Ширина области "D+S" на фазовой диаграмме пропорциональна скачку  $[n]$  /36/ и увеличивается с увеличением  $\bar{\mu}/\bar{\theta}$ .

## §7. ОБСУЖДЕНИЕ

Не углубляясь в сложную проблему, насколько модельный гамильтониан /2/ адекватно описывает реальные физические системы, мы ограничились только исследованием термодинамического поведения модельной системы, описываемой гамильтонианом /2/. Поскольку наш анализ основывался на разложении термодинамического потенциала /9/ по степеням  $\Delta$  и  $S$ , то очевидно, он справедлив в случае близких соответствующих критических температур. В этом случае сверхпроводящий и экситонный фазовые переходы конкурируют друг с другом, что приводит к понижению критической температуры одного перехода на фоне другого или к его полному подавлению. Возникает ряд вопросов о природе и свойствах смеси "D+S". Не выходя за рамки данной модели, смешанное "D+S" состояние можно представить себе как "гомогенную жидкость двух типов квазичастиц" с сверхпроводящим и диэлектрическим спектрами. Возможно, добавление других дополнительных членов к гамильтониану /2/ приведет к тому, что такая фаза вообще не может существовать, и на фазовой плоскости  $(\theta, n)$  появится область, в которой будут справедливы результаты, полученные в /1,2,5,8/ /разумеется, качественно/.

Авторы признательны В.А.Загребнову, Н.М.Плакиде, В.М.Приезжву за многочисленные обсуждения и Ю.В.Копаеву за полезные замечания.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Копаев Ю.В. "Труды ФИАН", 1975, т. 86, с. 3.
2. Проблема высокотемпературной сверхпроводимости, под ред. В.Л.Гинзбурга и Д.Д.Киржница, "Наука", М., 1977, гл. V.



3. Пайерлс Р.Е. Квантовая теория твердых тел. ИЛ, 1956.
4. Келдыш Л.В., Копяев Ю.В. ФТТ, 1964, 6, с. 371.
5. Mattis D.C., Langer W.D. Phys.Rev.Lett., 1970, 25, p.376.
6. Копяев Ю.В., Тимеров Р.Х. ЖЭТФ, 1972, 63, с. 290.
7. Бранков Й.Г., Тончев Н.С. ОИЯИ, Р4-8150, Дубна, 1974.
8. Бранков Й.Г., Тончев Н.С. ОИЯИ, Р4-8971, Дубна, 1975; Р4-8940, Дубна, 1975.
9. Brankov J.G., Tonchev N.S. Physica, 1976, 84A, p. 371.
10. Balseiro C.A., Falikov L.M. Phys.Rev., 1979, B20, p. 4457.
11. Копяев Ю.В. ЖЭТФ, 1970, 58, с. 1012.
12. Копяев Ю.В., Молотков С.Н. ФТТ, 1979, 21, с. 1195.
13. Gorbatsévich A.A., Kopyaev Yu.V., Molotkov S.N. Sol.St.Comm., 1982, 44, p. 193.
14. Brankov J.G., Tonchev N.S. Physica, 1976, 84A, p. 534.
15. Аронов А.Г., Сонин Е.Б. ЖЭТФ, 1972, 63, с. 1059.
16. Русинов А.И., До Чан Кат, Копяев Ю.В. ЖЭТФ, 1973, 65, с.1984.
17. Габович А.М., Пашицкий Э.А. ФММ, 1975, 39, с. 37.
18. Angelescu N., Nenciu G., Tonchev N.S. Phys.Lett., 1983, 93A, p. 201.
19. Angelescu N., Nenciu G., Tonchev N.S. JINR, R17-82-798, Dubna, 1982.
20. Brankov J.G., Pesheva N. Physica, 1983, 122A, p. 231.
21. Бранков Й.Г., Пешева Н.Хр. Тезисы XXI международной конференции стран-членов СЭВ по физике и технике низких температур /Варна, 1983/, с. 179.
22. Brankov J.G., Tonchev N.S. Physica, 1983, 122A, p. 252.
23. Angelescu N., Nenciu G., Tonchev N.S. JINR, E17-83284, Dubna, 1983.
24. Brankov J.G., Tonchev N.S., Zagrebnoy V.A. Physica, 1975, 79A, p. 125.
25. Bogolubov N.N.(Jr.) et al. The Approximating Hamiltonian Method in Statistical Physics, Bulg.Acad. of Sci., Sofia 1981.
26. Griffiths R.B. In: Phase Transition and Critical Phenomena v.1, eds. Domb. C and Green M.S. (Academic Press, New York), 1972.
27. Imry Y. J.Phys.C. Sol.St.Phys., 1975, 8, p. 567.
28. Гуфан Ю.М., Ларин Е.С. ФТТ, 1980, 22, с. 463.

Рукопись поступила в издательский отдел  
23 января 1984 года.

## НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги,  
если они не были заказаны ранее.

	Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1978 /2 тома/	7 р. 40 к.
	Труды VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1980 /2 тома/	8 р. 00 к.
D11-80-13	Труды рабочего совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике, Дубна, 1979	3 р. 50 к.
d4-80-271	Труды Международной конференции по проблемам нескольких тел в ядерной физике. Дубна, 1979.	3 р. 00 к.
d4-80-385	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1980.	5 р. 00 к.
D2-81-543	Труды VI Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1981	2 р. 50 к.
D10,11-81-622	Труды Международного совещания по проблемам математического моделирования в ядерно-физических исследованиях. Дубна, 1980	2 р. 50 к.
D1,2-81-728	Труды VI Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1981.	3 р. 60 к.
D17-81-758	Труды II Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1981.	5 р. 40 к.
D1,2-82-27	Труды Международного симпозиума по поляризационным явлениям в физике высоких энергий. Дубна, 1981.	3 р. 20 к.
P18-82-117	Труды IV совещания по использованию новых ядерно-физических методов для решения научно-технических и народнохозяйственных задач. Дубна, 1981.	3 р. 80 к.
D2-82-568	Труды совещания по исследованиям в области релятивистской ядерной физики. Дубна, 1982.	1 р. 75 к.
D9-82-664	Труды совещания по коллективным методам ускорения. Дубна, 1982.	3 р. 30 к.
D3,4-82-704	Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.	5 р. 00 к.
D2,4-83-179	Труды XV Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий. Дубна, 1982.	4 р. 80 к.
	Труды УШ Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Протвино, 1982 /2 тома/	11 р. 40 к.
D11-83-511	Труды совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1982.	2 р. 50 к.
D7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р. 55 к.
D2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р. 00 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:  
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79  
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

**ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ  
ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ**

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

Тончев Н.С., Бранков Й.Г. 17-84-36  
К теории взаимного влияния электронно-дырочного и куперовского спариваний

Для некоторого класса среднеполевых моделей, используемых при исследовании взаимного влияния электронно-дырочного и куперовского спариваний, анализировано разложение Ландау для большого термодинамического потенциала в окрестности точки, в которой температура чистого сверхпроводящего перехода приблизительно равна температуре чистого диэлектрического фазового перехода. Показано, что конкуренция между диэлектрической и сверхпроводящей фазами приводит к подавлению одного фазового перехода на фоне другого.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод авторов

Tonchev N.S., Brankov J.G. 17-84-36  
On the Theory of the Mutual Influence of Electron-Hole and BCS Pairings

For a class of mean-field models used in the study of the mutual influence of electron-hole and BCS pairings, the Landau expansion for the grand thermodynamic potential is analyzed in the neighbourhood of the point where the critical temperature of the pure superconductor is (almost) equal to the critical temperature of the pure dielectric phase transition. It is shown that the competition between the dielectric and superconducting phases leads to the suppression of each phase transition on the background of the other.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984