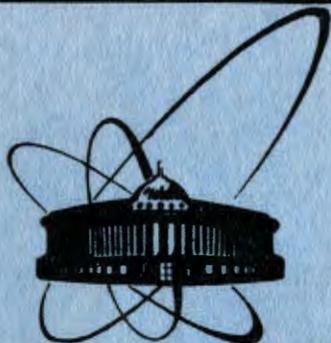


9/11-84



ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

1754/84

17-84-33

И.Г.Гочев

НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ  
В ОГРАНИЧЕННОЙ СПИНОВОЙ ЦЕПОЧКЕ

Направлено в журнал "Физика низких температур"

1984

К настоящему времени построена довольно полная теория нелинейных явлений в одномерных идеальных спиновых системах, основанная на феноменологических уравнениях Ландау-Лифшица /см. обзоры /1/ /. Отсутствие дефектов и возможность континуального описания изученных до сих пор систем позволили применить при исследовании различные методы решения нелинейных дифференциальных уравнений, в том числе метод обратной задачи рассеяния /2/. Для реальных магнетиков указанные выше условия в той или иной степени не выполняются, поэтому возникает необходимость учета разного рода возмущений и дефектов. Так, например, в сильно-анизотропных системах толщина доменной стенки сравнивается с постоянной решетки. В этом случае континуальное приближение становится слишком грубым. Недавно нами найдено решение, описывающее доменную стенку в дискретной спиновой модели /3/. Другим примером присутствующего в реальной системе дефекта является граница кристалла. При ее наличии, как известно, могут существовать поверхностные волны, исследование которых не выходит за рамки линеаризованной теории. С точки зрения физики поверхности представляет интерес вопрос о существовании и характере нелинейных возбуждений в ограниченных системах.

В настоящей работе найдены нелинейные возбуждения, локализованные вблизи конца слабоанизотропной спиновой цепочки. Проведено квазиклассическое квантование и сравнение полученной энергии с энергией спинового комплекса.

1. Рассмотрим полуограниченную цепочку спинов с обменной анизотропией, энергию которой запишем в виде:

$$W = J \sum_{m=0}^{\infty} [s^2 - \frac{1}{g} (S_m^x S_{m+1}^x + S_m^y S_{m+1}^y) - S_m^z S_{m+1}^z]. \quad /1/$$

Здесь  $\vec{S}_m$  - классические векторы фиксированной длины  $s$ ,  $g > 1$ ;  $J > 0$ .

Уравнения движения для спина /дискретный аналог уравнений Ландау-Лифшица/ имеют вид /4/:

$$\hbar \dot{\vec{S}}_m = \left[ \frac{\partial W}{\partial \vec{S}_m}, \vec{S}_m \right]. \quad /2/$$

Кроме энергии, интегралом движения является также число спиновых отклонений, соответствующих заданному распределению намагниченности:

$$N = \sum_{m=0}^{\infty} (s - S_m^z). \quad /3/$$

Простейшими неоднородными решениями уравнений /2/ в континуальном пределе бесконечной цепочки являются двухпараметрические решения /5/, описывающие распространяющийся вдоль цепочки со скоростью  $v$  солитон, который обладает частотой внутренней прецессии  $\omega$ . Здесь нас интересуют состояния, локализованные вблизи конца системы, поэтому будем искать решения в виде, соответствующем неподвижному солитону в бесконечной цепочке /6/:

$$S_m^x = s \cos \omega t \sin \theta_m, \quad S_m^y = -s \sin \omega t \sin \theta_m, \quad S_m^z = s \cos \theta_m,$$

$\theta_m$  не зависит от времени,  $\omega$  - параметр решения. При таком выборе решения уравнения для угла  $\theta_m$ , полученные из /2/, можно записать следующим образом:

$$g \sin \theta_m (\cos \theta_{m+1} + \cos \theta_{m-1} - \frac{\hbar \omega}{Js}) = \cos \theta_m (\sin \theta_{m+1} + \sin \theta_{m-1}), \quad /4/$$

$$g \sin \theta_0 (\cos \theta_1 - \frac{\hbar \omega}{Js}) = \cos \theta_0 \sin \theta_1.$$

Так как спин  $\vec{S}_0$  не имеет соседа слева, то уравнение для  $\theta_0$  отличается от остальных уравнений.

Нас интересуют решения, в которых  $\theta_m$  мало меняется на расстояниях порядка постоянной решетки. Как следует из результатов /7,8/ /что прослеживается и в нашей схеме/, такие решения возможны лишь в случае слабой анизотропии. В указанном континуальном пределе из /4/ можно получить следующее уравнение и граничное условие к нему:

$$\frac{1}{2(g-1)} \theta'' - \sin \theta \cos \theta + \vec{\omega} \sin \theta = 0, \quad /5/$$

$$(\theta' + \frac{\hbar \omega}{2Js} \sin \theta)_{\xi=0} = 0, \quad \vec{\omega} = \frac{\hbar \omega}{2Js} \frac{g}{g-1}.$$

Выражения для  $W$  и  $N$  при этом принимают вид\*:

$$W = \frac{s^2 J}{2g} \int_0^{\infty} d\xi [(\theta')^2 + 2(g-1) \sin^2 \theta], \quad N = s \int_0^{\infty} d\xi (1 - \cos \theta) + \frac{s}{2} (1 - \cos \theta(0)). \quad /6/$$

\* Заметим, что вывод континуальной формы уравнений движения /5/ и выражений /6/ из дискретной модели позволит нам учесть в области больших частот  $\vec{\omega}$  члены второго порядка по малому параметру  $g-1$ . Сохранение этих членов важно для правильного сравнения квазиклассических и квантовых значений энергии.

2. Ищем решение уравнения /5/ в виде:

$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \frac{A}{\operatorname{ch} B(\xi + \xi_0)}. \quad /7/$$

В такой форме записывается однопараметрическое решение уравнений Ландау-Лифшица в бесконечной цепочке /6/. Константа  $\xi_0$  при этом может принимать любые значения, что, в конечном счете, обусловлено трансляционной инвариантностью указанной системы. В случае ограниченной цепочки  $\xi_0$  определится из граничного условия.

Можно убедиться, что /7/ является решением уравнения /5/, если выполнены условия:

$$A = \sqrt{\frac{1 - \bar{\omega}}{\bar{\omega}}}, \quad B = \sqrt{2(g-1)(1 - \bar{\omega})}, \quad \operatorname{th} B \xi_0 = \frac{\hbar \omega g}{2BJs}. \quad /8/$$

Решение /7/ существует, как видно из /8/, при  $\bar{\omega} < \bar{\omega}_0 = \frac{\sqrt{1+2(g-1)} - 1}{g-1}$ .

Условие справедливости континуального приближения,  $B \ll 1$ , выполнено лишь в случае слабой анизотропии:

$$g = 1 + 2\eta^2, \quad \eta \ll 1. \quad /9/$$

Энергия, соответствующая граничному значению  $\bar{\omega}_0$ , — не что иное, как энергия магнона, локализованного вблизи конца цепочки /см. ниже/. Таким образом, максимальная частота внутренней прецессии локализованного солитона определяется энергией локализованного магнона /вблизи конца цепочки/. Для сравнения напомним, что  $\bar{\omega}_0$  в бесконечной цепочке определена энергией обычного магнона /6/. Различие двух энергий начинается с членов порядка  $\eta^4$ .

При выполнении указанных здесь условий выражение /7/ описывает локализованное вблизи конца цепочки нелинейное возмущение. При  $\bar{\omega} \rightarrow \bar{\omega}_0$  ширина области локализации не превосходит  $B^{-1}$ . При  $\bar{\omega} \rightarrow 0$  вблизи границы кристалла спины полностью перевернуты ( $\theta = \pi$ ), переходная область /где имеется переход от  $\theta = \pi$  к  $\theta = 0$ /, сосредоточена вблизи точки  $\xi_1 (A = \operatorname{ch} B \xi_1)$  и ее ширина — порядка  $B^{-1}$ . Если выбрать начало координатной оси в точке  $\xi_1$ , то при  $\bar{\omega} \rightarrow 0$  можно получить решение\*, описывающее доменную стенку:  $\cos \theta = \operatorname{th} 2\eta \xi$ ,  $W = 4s^2 J \eta$ . Предел  $\bar{\omega} \rightarrow 0$  соответствует случаю  $N \rightarrow \infty$ .

При произвольной частоте  $\bar{\omega} < \bar{\omega}_0$  энергия и число спиновых отклонений состояния /7/ определяются соотношениями:

\* При  $\xi_1 \gg 1$  изучаемое здесь состояние скорее всего следует отнести к объемным, а не к поверхностным возбуждениям.

$$W = 4s^2 J \eta (1 - 2\eta^2) \sqrt{1 - \bar{\omega}} \left[ 1 - \frac{\eta \bar{\omega}^2}{(1 - \eta^2 \bar{\omega}^2) \sqrt{1 - \bar{\omega}}} \right], \quad /10/$$

$$N = \frac{s}{2\eta} \ln \left[ \frac{1 - \eta \bar{\omega}}{1 + \eta \bar{\omega}} \frac{1 + \sqrt{1 - \bar{\omega}}}{1 - \sqrt{1 - \bar{\omega}}} \right] + s \frac{1 - \bar{\omega} - \eta^2 \bar{\omega}^2}{1 - \eta^2 \bar{\omega}^2}.$$

3. Квазиклассическое квантование здесь проведем так, как это сделано в /5/ для бесконечной цепочки. Необходимо исключить частоту  $\bar{\omega}$  из соотношений /10/ и в полученной формуле  $W(N)$  считать  $N$  целым /в квантовом случае стационарные состояния характеризуются целочисленными значениями оператора  $S^z$ /. В результате получим:

$$W = \eta \operatorname{th} 2\eta \bar{N} + O(\eta^3), \quad \eta \bar{N} \geq 1, \quad \bar{N} = \frac{N}{2s}, \quad /11/$$

$$W = 4s^2 J \left[ 2\bar{N} \eta^2 - \frac{\eta^4}{3} (8\bar{N}^3 + 12\bar{N}^2 + 18\bar{N}) \right] + O(\eta^6), \quad \eta \bar{N} \ll 1.$$

В /9/ нами найдены спиновые комплексы, локализованные вблизи конца цепочки /1/ при  $s = 1/2$ . Для слабой анизотропии энергию комплекса из  $n$  магнонов можно записать в виде:

$$\epsilon_n = \begin{cases} \eta J \operatorname{th} 2\eta n + O(\eta^3), & \eta n \geq 1 \\ J(2n \eta^2 - \frac{\eta^4}{3} (8n^3 + 10n)) + O(\eta^6), & \eta n \ll 1. \end{cases} \quad /12/$$

Сравнение выражений /11/ и /12/ при  $s = 1/2$  и  $\bar{N} = n$  показывает, что квазиклассическая энергия  $W_n$  совпадает с энергией  $\epsilon_n$  спинового комплекса при всех  $n$ , если ограничиться членами порядка  $\eta^2$ . Впервые совпадение  $W_n$  и  $\epsilon_n$  при всех  $n$  показали Косевич и др. /5/ для изотропной цепочки, позже такое совпадение было обнаружено и для других бесконечных спиновых систем /10/. В области  $\eta n \ll 1$  с точностью до членов порядка  $\eta^4$  равенство  $W_n = \epsilon_n$ , как видно из /11/ и /12/, выполнено только при  $n \gg 1$ . Этот результат согласуется с результатами для бесконечных систем /6,8/. Здесь хочется обратить внимание на другой факт, имеющий место как в рассматриваемом случае, так и в случае неограниченной системы. Несложный анализ показывает, что в области  $\eta n \geq 1$  энергией  $W_n$  обладают лишь спиновые комплексы. В области  $\eta n \ll 1$  энергию  $W_n$  имеет, кроме них, ряд состояний непрерывного спектра /с тем же самым числом магнонов  $n$  и с той же точностью по  $\eta$ /.

Приведенное сравнение подтверждает в какой-то мере сложившуюся в последние годы точку зрения на солитон как связанное состояние большого числа магнонов /1,6,8,11/. Эта точка зрения в значительной степени оформилась под влиянием факта совпадения как квазиклассических и квантовых значений энергии, так и сред-

них значений  $S_m^z$ . Можно, однако, искать и более полное соответствие между квантовым и классическим состояниями, не ограничиваясь лишь энергией и  $S_m^z$ . В [3] найдена линейная комбинация спиновых комплексов, в которой энергия и средние значения всех компонент спина описываются классическими выражениями для доменной стенки. В этом квантовом состоянии средние значения  $S_m^a$  удовлетворяют классическому условию  $\sum_{a=x,y,z} (S_m^a)^2 = 1/4$ . Для

отдельного комплекса такое условие не выполняется. Доменная стенка, как обсуждалось выше, соответствует случаю  $N \rightarrow \infty$ . Не исключено, что и при конечном  $N$  квантовым аналогом изученного здесь солитона является некоторая комбинация комплексов /возможно, включающая в области  $\eta N \ll 1$  и состояния непрерывного спектра/. Нахождение этой комбинации и исследование ее временной эволюции является задачей отдельного обсуждения.

Рассмотренные здесь нелинейные возбуждения могли бы проявить себя в термодинамических и кинетических характеристиках квазиодномерного слабоанизотропного магнетика  $(C_6H_{11}NH_3)CuCl_3$  (СНАС) /см. [1, 2]/. В  $CoCl_2 \cdot 2H_2O$ , где раньше наблюдались спиновые комплексы [13], анизотропия довольно велика и возможны существенные отклонения от изложенной здесь континуальной теории.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Косевич А.М. ФММ, 1982, 53, с. 420.  
Косевич А.М. Препринт ФТИНТ АН УССР, Харьков, 1983, №84.
2. Sklyanin E.K. Leningrad, LOMI preprint, E-3, 1979, p. 32.  
Боровик А.Е. Письма в ЖЭТФ, 1978, 28, с. 629.
3. Гочев И.Г. ЖЭТФ, 1983, 85, с. 199.
4. Маттис Д. Теория магнетизма, "Мир", М., 1967, с. 161.
5. Косевич А.М., Иванов Б.А., Ковалев А.С. ФНТ, 1977, 3, с.906.
6. Иванов Б.А., Косевич А.М. ЖЭТФ, 1977, 72, с. 2000.
7. Иванов Б.А. ФНТ, 1977, 3, с. 1036.
8. Schneider T. Phys.Rev. B, 1981, 24, p. 5327.
9. Гочев И.Г. Письма в ЖЭТФ, 1977, 26, с. 136.
10. Gochev I.G. Phys.Lett., 1982, A89, p. 31.  
Бабич И.М., Косевич А.М. ЖЭТФ, 1982, 82, с. 1277.
11. Bishop A.R. J.Phys.C: Sol.St.Phys., 1980, 13, p. L67.
12. Kopringa K. Phys.Rev.B, 1982, 25, p. 4685.
13. Torrance J.B.Jr., Tinkham M. Phys.Rev., 1969, 187, p. 587.  
Nicolì D., Tinkham M. Phys.Rev. B, 1974, 9, p. 3126.

Рукопись поступила в издательский отдел  
23 января 1984 года.

Гочев И.Г.

17-84-33

Нелинейные возбуждения в ограниченной спиновой цепочке

Найдены нелинейные возбуждения, локализованные вблизи конца спиновой цепочки. Проведено квазиклассическое квантование и сравнение полученной энергии с энергией спинового комплекса.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод О

Gochev I.  
Nonlinear

Nonlinear  
infinite  
zation e  
lex ener

The  
of Theor

Prepri

17-84-33

main

nd of a semi-  
ssical quanti-  
y with spin comp-

laboratory

ch. Dubna 1984