

Ш - 962



**ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

17-82-584

**ШУМОВСКИЙ**  
Александр Станиславович

**КВАЗИСПИНОВЫЙ ФОРМАЛИЗМ  
В ПРОБЛЕМЕ ОПИСАНИЯ  
СПОНТАННЫХ НАРУШЕНИЙ СИММЕТРИИ**

**Специальность: 01.04.02 – теоретическая  
и математическая физика**

**Автореферат диссертации на соискание ученой  
степени доктора физико-математических наук**

Дубна 1982

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук

Б.И. САДОВНИКОВ

доктор физико-математических наук,  
профессор

Н.А. ЧЕРНИКОВ

доктор физико-математических наук,  
академик АН УССР, профессор

И.Р. КИНОВСКИЙ

Ведущее научно-исследовательское учреждение— Харьковский  
физико-технический институт АН УССР

Автореферат разослан " " \_\_\_\_\_ 1982 г.

Защита диссертации состоится " " \_\_\_\_\_ 1982 г.

на заседании специализированного Совета Д047.01.01 Лаборатории  
теоретической физики Объединенного института ядерных исследований,  
г. Дубна, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Объединенного  
института ядерных исследований.

Ученый секретарь Совета  
кандидат физико-математических наук

Р.А. Асанов

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Проблема адекватного описания фазовых переходов и критических явлений является одной из важнейших нерешенных проблем современной теоретической физики. Важность этой проблемы обусловлена, в первую очередь, той ролью, которую процесс все более глубокого изучения фазовых переходов играет в развитии современной техники и технологии. В этой связи достаточно указать достижения физики магнетизма, сверхпроводимости, сегнетоэлектричества, взаимодействия излучения с веществом, используемые в электронике и радиотехнике, в связи с решением проблемы обработки и хранения информации, в нелинейной и квантовой оптике и т.д. Далее, важным обстоятельством является то, что фазовые переходы - спонтанные нарушения симметрии, происходящие в разных по физической природе системах, обладают рядом общих свойств, не связанных с деталями физической структуры конкретных систем. Это открывает возможность рассмотрения на основе общего подхода весьма широкого класса явлений, связанных со спонтанными нарушениями симметрии.

Основные трудности, возникающие при теоретическом рассмотрении фазовых переходов - спонтанных нарушений симметрии, вызваны следующими причинами. Во-первых, в рамках статистической механики исследуются системы с конечным объемом и числом частиц, тогда как наблюдаемые термодинамические величины определяются при переходе к "бесконечной системе". Исследование проблемы существования такого предельного перехода, сформулированной в основополагающих работах Н.Н. Боголюбова и Л. Ван Хофа, привело в последние годы к появлению нового самостоятельного направления в теоретической физике, занимающего промежуточное положение между статистической механикой и квантовой теорией поля. Подчеркнем, что спонтанные нарушения симметрии могут происходить лишь

в системах с бесконечным числом степеней свободы, на что, по-видимому, впервые указали Ч.Н. Янг и Т.Д. Ли в 1952 г. Далее, как стало ясно в связи с формулировкой концепции квазисредних Н.Н. Боголюбова, играющей фундаментальную роль в современной теории спонтанных нарушений симметрии, описание разных фазовых состояний одной и той же физической системы требует использования представлений операторов в разных гильбертовых пространствах. Это обстоятельство привело к постановке проблемы корректного определения пространства состояний системы с бесконечным числом степеней свободы и оказало значительное стимулирующее влияние на развитие алгебраического подхода в статистической механике и квантовой теории поля.

Во-вторых, как показывает эксперимент, по мере приближения к точке фазового перехода все больше времени требуется для создания упорядоченных состояний в физических системах. Таким образом, полное описание фазовых переходов и критических явлений должно включать в себя и динамическую картину.

Наконец, вблизи точки фазового перехода существенно возрастает роль флуктуаций в системе. В последнее десятилетие значительное внимание исследователей уделялось рассмотрению гомофазных флуктуаций. Здесь удалось получить ряд важных результатов на основе использования ренорм-группового подхода. Вместе с тем, меньшую, а в ряде случаев и значительно большую роль играют гетерофазные флуктуации, связанные с процессом взаимного проникновения конкурирующих фазовых состояний. В качестве примера можно указать сверхпроводники с макроскопической нормальной компонентой, частично разупорядоченные и метастабильные ферромагнетики типа  $EuB_6$ ,  $DyH_2$ ,  $CaF_2$  и т.д. Такие флуктуации обычно описываются в рамках макроскопических феноменологических подходов, тогда как последовательная теория фазовых переходов и критических явлений должна основываться на статистической механике, т.е. на микроскопическом рассмотрении.

В целом ряде случаев при построении модельных гамильтонианов для систем, претерпевающих фазовые переходы, оказывается удобным ис-

пользовать квазиспиновый формализм, т.е. представить характерное взаимодействие с помощью операторов квазиспина. Такое представление применяется, в частности, при описании явлений магнитного и сегнетоэлектрического упорядочения, сверхпроводимости, сверхтекучести, сверхизлучения. Квазиспиновый (КС) формализм широко используется также и в задачах квантовой теории поля на решетке. Несмотря на значительные успехи, достигнутые при исследовании спонтанных нарушений симметрии в квазиспиновых системах, сложность математической структуры квазиспиновых модельных задач, а также непрерывное появление новых экспериментальных данных приводит, с одной стороны, к необходимости постоянного совершенствования методов исследования таких задач, — с другой — к формулировке новых квазиспиновых моделей. Следует особо подчеркнуть тот факт, что наибольший интерес представляют точно решаемые модельные задачи и что число таких квазиспиновых модельных задач весьма ограничено.

Таким образом, проблема описания спонтанных нарушений симметрии для класса квазиспиновых модельных задач является актуальной и важной как с точки зрения общей теории фазовых переходов и критических явлений, так и для практических приложений.

Цель работы состоит в исследовании общих свойств квазиспиновых систем, связанных с переходом к пределу бесконечного числа степеней свободы и спонтанными нарушениями симметрии, изучении на основе строгих методов равновесного состояния в таких системах, развития подходов к описанию динамики таких систем, рассмотрении на основе микроскопического подхода гетерофазных флуктуаций в таких системах.

Научная новизна и практическая ценность работы. В диссертации впервые доказана возможность спонтанного нарушения симметрии не при определенном значении температуры, а в достаточно широкой области значений температуры и действующих на систему внешних полей для класса квазиспиновых модельных систем, и установлена эквивалентность основных термодинамических потенциалов при переходе к пределу бесконечного числа степеней свободы.



Новым вкладом является исследование применимости вариационных принципов для свободной энергии в случае квазиспиновых систем на решетке.

В диссертации впервые предложен метод точного микроскопического расчета параметров нелинейного оптического преобразования частоты электромагнитного когерентного инфракрасного излучения в видимый диапазон.

В работе впервые построены квазиспиновые модели для описания сверхизлучательного фазового перехода в двухуровневой системе в кристалле, взаимодействующей с резонансной модой длинноволнового электромагнитного излучения, а также для описания аномального сегнетоэлектрического фазового перехода в кристаллах типа прустита  $Ag_3AsS_3$ , на основе предложенных моделей изучена возможность сверхизлучательной генерации когерентного электромагнитного излучения в сегнетоэлектриках.

Новым вкладом является исследование динамики точно решаемых классических квазиспиновых модельных систем типа модели Стенди со взаимодействием "бесконечного радиуса".

В работе впервые выведено точное обобщенное кинетическое уравнение для сверхизлучательных систем и исследованы динамические процессы в таких системах.

На примере модельного ферромагнетика впервые на основе микроскопического подхода проведено исследование влияния гетерофазных флуктуаций на термодинамические свойства квазиспиновых систем со спонтанными нарушениями симметрии. Предказано существование нового фазового перехода — точки нуклеации в ферромагнетике. Дано объяснение ряда наблюдаемых в эксперименте особенностей в поведении теплоемкости и намагниченности: частично разупорядоченных ферромагнетиков и антиферромагнетиков.

Для защиты выдвигаются следующие основные результаты, полученные в диссертации.

1. Для достаточно широкого класса квазиспиновых систем, удовлетворяющих свойству термодинамической аддитивности, показано, что существование термодинамического предела для свободной энергии эквивалентно существованию такого предела для внутренней энергии и энтропии. Доказана возможность нарушения аналитических свойств свободной энергии на множестве ненулевой меры.

2. Показано, что для квазиспиновых систем с трансляционно-инвариантным взаимодействием метод аппроксимирующих гамильтонианов позволяет получить точный результат в том случае, когда взаимодействие имеет "бесконечный радиус" и описывается ядром, являющимся производной конечного порядка от абсолютно интегрируемой функции.

3. Показано, что в случае квазиспиновых систем со взаимодействием частиц "разных сортов" применение стандартной формы приближения самосогласованного поля приводит к нефизическим результатам, тогда как использование вариационного принципа минимакса позволяет получить адекватное описание физической ситуации. С помощью указанного вариационного принципа показано, что увеличение числа компонент и резонансных мод фотонного поля приводит к повышению температуры перехода в сверхизлучательное состояние.

4. Предложен метод точного расчета параметров нелинейного квантового преобразования фотонов ИК-диапазона в видимую часть спектра. На примере преобразования в парах  $Na$  показано, что предложенный метод дает хорошее согласие с экспериментом.

5. Развита методика к описанию влияния фононных степеней свободы на термодинамические характеристики квазиспиновых систем на решетке, связанной с эффективной ренормировкой ядра взаимодействия.

6. В рамках указанного подхода построена модификация модели Дикке, учитывающая прямое электростатическое взаимодействие и фононные степени свободы в системе двухуровневых излучателей в кристалле.

В качестве возможной физической реализации такой модели показана возможность сверхизлучательной генерации когерентного электромагнитного излучения в сегнетоэлектриках.

7. Предложена модель, описывающая основные качественные закономерности, связанные с аномальным сегнетоэлектрическим фазовым переходом в прустите ( $Ag_3AsS_3$ ).

8. Предложено объединение метода аппроксимирующих гамильтониан Боголюбова (мл.) и стохастического подхода Глаубера для описания динамики классических квазиспиновых систем и показано, что кинетическое уравнение Ландау - Халатникова является точным для таких систем со взаимодействием бесконечного радиуса.

9. Построено обобщенное кинетическое уравнение для системы двухуровневых излучателей, взаимодействующих с когерентными электромагнитными полями. Показано существование спонтанного излучения в такой системе при определенных начальных условиях.

10. Построено уравнение для одночастичной функции распределения в такой системе и из сравнения с кинетическим уравнением Паули (Master Equation) найдена зависимость характерных времен релаксации от температуры и параметров взаимодействия.

11. Предложена модель ферромагнетика, содержащего зародыши парамагнитного состояния, обобщающая модель Гейзенберга.

12. Показано, что наличие гетерофазных флуктуаций в ферромагнетике обусловлено конкуренцией между прямым и обменным взаимодействием локализованных электронов. Показано, что такая конкуренция может привести к изменению рода перехода со второго на первый, а также к образованию метастабильных состояний с частичным разупорядочением.

13. Предложено объяснение аномалий теплоемкости и намагниченности у частично разупорядоченных ферро- и антиферромагнетиков типа  $EuV_6$ ,  $DyH_2$ .

14. Предсказана возможность существования точки нуклеации - температуры, выше которой в ферромагнетике возникают парамагнитные зародыши. Предложено объяснение двойного скачка теплоемкости у некоторых ферро- и антиферромагнетиков.

15. Установлена зависимость критических индексов от параметров обменного и прямого взаимодействия локализованных электронов. Введены "эффективные индексы" и показано, что расчеты в рамках предложенной модели хорошо согласуются с экспериментальными результатами.

Апробация работы. Основные результаты диссертации неоднократно докладывались на семинарах Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, Отдела статистической механики Математического института им. В.А. Стеклова АН СССР, кафедры квантовой статистики и теории поля Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, отделения "Статистическая физика" Института теоретической физики АН УССР (Львов). Часть результатов докладывалась на IV Рабочем совещании по статистической физике и физической кинетике (Львов, 1972 г.), Международной конференции по математическим проблемам квантовой теории поля и квантовой статистике (Москва, 1972 г.), II Международной конференции по теории плазмы (Киев, 1974 г.), Всесоюзном семинаре по избранным проблемам статистической механики (Баку, 1976 г.), Международном симпозиуме по избранным проблемам статистической механики (Дубна, 1977 г.), Всесоюзном рабочем совещании по избранным проблемам статистической механики (Москва, 1978 г.), Школе-семинаре по математическим методам квантовой статистики (Баку, 1979 г.), II Международном симпозиуме по избранным проблемам статистической механики (Дубна, 1981 г.), VI Конференции по статистической физике (Львов, 1982 г.).

Публикации. По результатам диссертации опубликована 31 статья.

Объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав основного содержания, заключения, двух приложений, содержит 218 страниц машинописного текста, 32 рисунка и библиографический список литературы из 237 названий.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении кратко изложен материал диссертации и дано обоснование актуальности и важности рассматриваемых проблем.

В первой главе диссертации установлен класс квазиспиновых модельных задач статистической механики и определены общие для класса свойства, связанные с существованием термодинамического предела для термодинамических потенциалов и их производных. Глава состоит из трех параграфов.

В первом параграфе приводится формулировка основных квазиспиновых модельных задач, рассматриваемых в теории магнетизма, теории сверхпроводимости, теории сегнетоэлектриков типа "порядок - беспорядок", теории сверхизлучения, теории ядерной материи. Во втором параграфе дан обзор общих для всего класса квазиспиновых модельных гамильтонианов свойств плотности свободной энергии  $\mathcal{N}$ -частичной системы, в третьем параграфе рассмотрен вопрос о поведении производных плотности свободной энергии при переходе к термодинамическому пределу. Здесь, в частности, доказано, что фазовый переход может происходить не только в точке, но и на множестве ненулевой меры в пространстве значений температуры и внешних полей, действующих на систему (теорема I). Такая ситуация реально может иметь место, например, в системах, в которых влияние гетерофазных флуктуаций велико в широком диапазоне температур. Так, при переходах типа плавление-кристаллизация в ряде случаев удается определить только верхнюю и нижнюю границы устойчивости фазовых состояний на множестве значений температуры. Кроме того, здесь установлена эквивалентность плотностей свободной энергии, внутренней энергии и энтропии в смысле существования термодинамического предела (теорема 2). Этот результат согласуется с основными положениями феноменологической термодинамики и может рассматриваться как их обоснование в микроскопической теории.

Вторая глава диссертации посвящена рассмотрению вариационных принципов, связанных с неравенством Боголюбова для свободной энергии, и исследованию квазиспиновых систем, для которых применение указанных вариационных принципов позволяет получить точное (в термодинамическом пределе) решение. Вторая глава состоит из шести параграфов (§§ 4-9).

В § 4 рассмотрено неравенство Боголюбова для свободной энергии и вытекающие из него вариационные принципы для квазиспиновых систем со взаимодействием, имеющим различные знаки. В доказанных в пятом параграфе теоремах 3 и 3<sup>I</sup> установлено достаточное условие получения точного результата в рамках метода аппроксимирующих гамильтонианов Н.Н. Боголюбова (мл.) для квазиспиновых гамильтонианов, описывающих отрицательное взаимодействие (притяжение) в системе с трансляционно-инвариантным ядром, существенно расширяющее границы применимости указанного метода.

Далее, в § 6 для систем с положительным взаимодействием (отталкиванием) с ядром, удовлетворяющим условиям теорем 3 и 3<sup>I</sup>, развит метод точного вычисления двухвременных и многовременных корреляционных функций и функций Грина.

В статистической механике часто рассматриваются задачи, в гамильтонианах которых содержится взаимодействие частиц "разных сортов", т.е. относящихся к разным подсистемам. В качестве примера можно указать двухподрешеточный антиферромагнетик Гейзенберга, или модель сегнетоэлектрика с двумя неэквивалентными подрешетками, применяемую при описании спонтанных нарушений симметрии в сегнетовой соли,  $NH_4HSO_4$ ,  $RbHSO_4$  и в других соединениях (модель Мицуи). При исследовании таких систем в рамках метода самосогласованного поля обычно пользуются вариационными принципами, связанными с минимизацией свободной энергии. Однако, как показывает выполненное в § 7 исследование, применение стандартного подхода приводит в случае систем со взаимодействием квазиспинов "разных сортов" к нефизическим результатам (нару-

шение третьего начала термодинамики). Адекватное описание получается при использовании вариационного принципа минимакса, установленного для квазиспиновых систем в настоящей диссертации. Применение такого вариационного принципа позволяет, в частности, описать явление повышения температуры сверхизлучательного фазового перехода при увеличении числа "атомных компонент" и резонансных фотонных мод в системе двухуровневых излучателей, взаимодействующих с когерентными электромагнитными полями (§ 8).

В связи с результатами параграфов 5-8 следует подчеркнуть, что метод самосогласованного поля, основывающийся на использовании вариационных принципов, связанных с неравенством Боголюбова, все еще остается важным расчетным методом в задачах теории магнетизма и сегнетоэлектричества, а также в квантовой теории поля на решетке. Поэтому проблема правильного выбора вариационного принципа, определяющего вид уравнений самосогласования имеет особое значение.

В заключительном девятом параграфе второй главы на основе рассмотренных ранее вариационных принципов сформулирован строгий метод расчета параметров нелинейного квантового преобразования частоты инфракрасного излучения в видимый диапазон. Такое преобразование применяется, в частности, в системах оптической связи и инфракрасной спектроскопии. Предложенный метод основывается на описании многофотонного процесса в многоуровневой системе с помощью квазиспинового гамильтониана типа модели Джилмора и на использовании вариационного принципа, соответствующего теореме З<sup>I</sup>. В качестве конкретного примера в диссертации проведен расчет эффективности преобразования в парах натрия, где в качестве рабочих используются переходы  $3S-4S$  и  $4S-4P$ . Для описания двухфотонной накачки дипольно запрещенного перехода  $3S-4S$  используется предположение о "виртуальном уровне". Эффективная четырехуровневая система описывается гамильтонианом, построенным на генераторах группы  $SU(4)$ . Важным параметром преобразования является эффективность, определяемая по отношению напряженностей полей приходящего сигнала (переход  $4S-4P$ ) и преобразо-

ванного в видимый диапазон излучения на частоте перехода  $4P-3S$ . В диссертации для эффективности преобразования получено выражение

$$\eta = \gamma |\mathcal{E}_1 \cdot \mathcal{E}_2|,$$

где  $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2$  - напряженности полей накачки двухфотонного перехода  $3S-4S$  и коэффициент  $\delta \propto \omega_{4P-3S}^4$  ( $\omega_{\alpha}$  - частота соответствующего перехода). Полученные результаты хорошо согласуются с данными эксперимента. Подчеркнем, что существовавшие ранее методы расчетов параметров такого преобразования были по своей сути полуклассическими.

Третья глава посвящена исследованию влияния фононных степеней свободы на свойства квазиспиновых систем на решетке, претерпевающих фазовые переходы. Среди многочисленных подходов, применяемых при рассмотрении таких задач, большое значение имеет метод, основанный на использовании канонического преобразования Боголюбова для бозе-операторов и вариационных принципов для свободной энергии. Действуя таким образом, в ряде случаев удается существенно упростить задачу, сведя учет влияния фононов к эффективной температурной перенормировке ядра взаимодействия в квазиспиновой подсистеме. В третьей главе определен класс квазиспиновых модельных задач, для которых подобное рассмотрение приводит к точному в термодинамическом пределе результату. Кроме того, здесь также построены новые квазиспиновые модельные гамильтонианы для ряда физических систем, в которых фононные степени свободы играют важную роль при фазовых переходах. Третья глава состоит из пяти параграфов (§§ 10-14).

В § 10 рассмотрена эффективная перенормировка ядра парного взаимодействия в квазиспиновой подсистеме за счет квазиспин-фононного взаимодействия:

$$J(f, f') \rightarrow G(f, f') = J(f, f') + \sum_k \frac{2}{\omega_k} \operatorname{Re} \{ \gamma_k B_k(f, f') \}.$$

Здесь  $\omega_k$  - энергия фонона с квазиимпульсом  $k$ , параметр  $\gamma_k$  пропорционален квадрату параметра порядка в квазиспиновой подсистеме и



$B_k(f, f')$  - ядро квазиспин-фононного взаимодействия. Показано, что при выполнении условий теоремы 3<sup>I</sup> и учете лишь конечного числа фононных мод такая перенормировка приводит к точному в термодинамическом пределе результату.

В последнее время в связи с прикладными задачами квантовой радиофизики большое внимание уделяется исследованию двухуровневых систем, резонансно взаимодействующих с электромагнитными полями. В том случае, когда активная среда представляет собой кристалл, весьма важным оказывается влияние тепловых колебаний двухуровневых излучателей на условия и характер фазового перехода в сверхизлучательное состояние. В этой связи различными авторами был предложен ряд модификаций модели Дикке, однако точное решение было найдено лишь для случая, когда длина волны  $\lambda$  резонансного электромагнитного поля является величиной порядка межатомного расстояния  $a$ , т.е. соответствует рентгеновскому диапазону. Для описания излучения в оптической и инфракрасной областях ( $\lambda \gg a$ ) стандартные модификации модели Дикке оказываются непригодными. В этой связи в § II предложена новая модельная задача, в которой помимо взаимодействия двухуровневых излучателей с резонансной модой электромагнитного поля, обычного для модели Дикке, учитывается также прямое электростатическое взаимодействие диполей и диполь-фононное взаимодействие. На основе вариационных принципов главы II и подхода, изложенного в § IO, получено точное решение для такой задачи и показано, что наличие прямого электростатического взаимодействия и диполь-фононного взаимодействия приводит как к изменению температурного перехода, так и к изменению характера спонтанного нарушения симметрии и условий возникновения сверхизлучательного состояния.

В качестве возможной физической реализации такой модели в § I2 рассмотрено взаимодействие сегнетоэлектрика  $KDP$ -типа с резонансной модой электромагнитного поля и исследована возможность сверхизлучательной генерации когерентного излучения СВЧ-диапазона при быст-

рой переполаризации сегнетоэлектрика (лазер с тепловой накачкой). Получены оценки мощности такого излучения.

В § I3 на основе развитых в главе III методов и моделей показано, что классическое (нерезонансное) коротковолновое электромагнитное поле может быть использовано для модуляции электромагнитного сверхизлучения в кристаллах.

В ряде выполненных в последнее время экспериментальных работ было обнаружено, что свойства сегнетоэлектрической фазы в прустите  $Ag_3AsS_3$  резко меняются при воздействии на кристалл подсветки вблизи точки перехода ( $T \approx 28$  К). Для объяснения такого явления в § I4 предложена микроскопическая квазиспиновая модель, основанная на следующих физических предположениях. Наличие подсветки должно приводить к повышению концентрации свободных носителей в зоне проводимости. При этом часть ионов серебра  $Ag^+$  становятся нейтральными атомами. Упорядочение диполей при переходе в сегнетоэлектрическую фазу сопровождается искажением решетки вследствие диполь-фононного взаимодействия. В свою очередь, конденсация фононной моды при указанном переходе приводит к перестройке электронного спектра за счет электрон-фононного взаимодействия. Построенная на таких физических предположениях модель позволяет описать основные качественные закономерности, наблюдаемые при аномальном фазовом переходе в прустите. Предсказываемая такой моделью конденсация мягкой фононной моды впоследствии наблюдалась экспериментально.

В первых трех главах диссертации рассмотрены равновесные свойства квазиспиновых систем со спонтанными нарушениями симметрии. Вместе с тем, значительный интерес представляет решение динамических задач для систем, характеризуемых квазиспиновыми гамильтонианами. В качестве примера можно указать проблему сверхизлучательной конденсации фотонной моды в сегнетоэлектрике (§ I2), где для определения мощности генерируемого при переполаризации когерентного излучения необходимо получить оценку соответствующего времени релаксации. Особое значение имеет также задача построения точных кинетических урав-

нений для квазиспиновых систем, взаимодействующих с фотонными полями, связанная, в частности, с разработкой теории сверхизлучательного гамильтона-лазера.

В этой связи в четвертой главе диссертации рассмотрена проблема описания динамических свойств квазиспиновых систем. Четвертая глава состоит из пяти параграфов (§§ 15-19).

В §§ 15,16 исследуется динамика классических квазиспиновых систем типа модели Стенли со взаимодействием, удовлетворяющим условиям теоремы 3<sup>I</sup>. В § 15 предложен метод точного в термодинамическом пределе описания динамики таких систем, основывающийся на объединении метода аппроксимирующих гамильтонианов Н.Н. Боголюбова (мл.) для равновесных систем со стохастическим подходом Глаубера. При этом используется кинетическое уравнение типа Master Equation Паули, причем вероятность  $W(n,m)$  перехода в единицу времени из состояния с конфигурацией квазиспинов  $m$  в состояние с конфигурацией  $n$  определяется в соответствии с принципом детального равновесия для аппроксимирующей системы. Получаемое таким образом точное уравнение для параметра порядка (среднего спина) в модели Стенли имеет вид

$$\alpha \frac{d}{dt} \langle S(t) \rangle = - \langle S(t) \rangle \Gamma(D) + I_D(z) \cdot I_{D-1}^{-1}(z),$$

где  $z = 2D\theta^{-1}[\mu_B B + 2J \langle S(t) \rangle]$ . Здесь постоянная  $\alpha$  имеет размерность времени,  $\Gamma(D)$  - гамма-функция размерности вектора спина  $D$ ,  $I_x(z)$  - модифицированная функция Бесселя,  $\theta$  - температура,  $\mu_B$  - величина магнитного момента,  $B$  - величина внешнего магнитного поля и  $J$  - параметр взаимодействия. Такое уравнение совпадает с феноменологическим кинетическим уравнением Ландау-Халатникова, широко применяемым для исследования динамики различных модельных систем, в частности, в теории сегнетоэлектричества. Таким образом, из проведенного рассмотрения следует вывод о том, что феноменологическое уравнение Ландау-Халатникова может рассматриваться как точное для

классических квазиспиновых систем с гамильтонианом, удовлетворяющим условиям теоремы 3<sup>I</sup>.

В § 16 на основе результатов § 10 и § 15 исследован вопрос о влиянии фоновых степеней свободы на скорость релаксации к равновесию в классических магнитных модельных системах.

В §§ 17-19 четвертой главы получено и исследовано точное кинетическое уравнение для системы двухуровневых излучателей, взаимодействующих с электромагнитным полем. Вывод из первых принципов точного кинетического уравнения для такой системы сталкивается со значительными математическими трудностями. Поэтому ранее при исследовании динамики сверхизлучательных систем использовались полуфеноменологические уравнения. В § 17 при выводе точного кинетического уравнения предполагалось, что статистический оператор системы "поле-вещество" удовлетворяет уравнению Лиувилля с начальными условиями, соответствующими равновесному состоянию поля, причем его взаимодействие с "веществом" считалось включенным именно в начальный момент времени. Далее, в работе было проведено расширение метода исключения бозонных переменных, первоначально развитого Н.Н. Боголюбовым в связи с проблемой полярона, на случай квазиспиновых систем, взаимодействующих с электромагнитными полями. Это позволило получить обобщенное кинетическое уравнение для произвольного оператора  $f(M)$  в  $M$  - подсистеме ("вещество"). Указанное уравнение записано двумя эквивалентными способами: в индивидуальных квазиспиновых переменных и с использованием формализма коллективных операторов излучателей.

В § 18 проведено исследование точного кинетического уравнения в специальном случае, когда в начальный момент времени поле отсутствует, излучатели жестко закреплены в узлах пространственной решетки, собственные частоты излучателей симметрично распределены относительно некоторой частоты  $\Omega$  и распределение не зависит от координат излучателей (Лоренцево неоднородное уширение). Показано, что в этом частном случае кинетическое уравнение, полученное в § 17, опи-

сывает коллективное спонтанное излучение. Определены величины постоянного и коллективного сдвигов частот в зависимости от параметров модельного гамильтониана.

В § 19 в приближении низкой плотности из обобщенного кинетического уравнения получены уравнения для одночастичной функции распределения, совпадающие по своей структуре с кинетическим уравнением Паули. Определены вероятности поглощения и испускания фотона излучателем, характеризуемым импульсом  $\vec{p}$ . В случае системы с одной рабочей частотой  $\Omega$  при условии  $\hbar\Omega \ll mc^2$  для времени конверсии (релаксации в девозбужденное состояние) получено выражение

$$\tau = \frac{\hbar^2 p c^2}{\Theta m d^2} \left\{ \ln \frac{e^{\hbar c K_- / \Theta} - 1}{e^{\hbar c K_+ / \Theta} - 1} \right\}^{-1},$$

где

$$K_{\pm} = \frac{\Omega}{c \pm \frac{p}{m}},$$

$m$  — масса излучателя,  $c$  — скорость света,  $\Theta$  — температура,  $d$  — величина дипольного момента перехода. В нерелятивистском случае  $p \ll mc$  при  $\hbar\Omega \gg \Theta$  это выражение согласуется с оценкой времени, соответствующего максимуму испускания, полученной в теории сверхизлучательного гамма-лазера на основе полуфеноменологического подхода. Подчеркнем, что развитый в §§ 17-19 подход является строгим и наиболее общим из существующих методов рассмотрения динамики двухуровневых систем, взаимодействующих с электромагнитными полями.

Пятая глава диссертации посвящена исследованию гетерофазных флуктуаций в ферромагнетиках на основе микроскопического подхода. Глава состоит из пяти параграфов (§§ 20-24).

В параграфе 20 рассматривается квазиспиновая формулировка проблемы ферромагнитного упорядочения, получаемая из полярной модели металла. Такой гамильтониан обладает глобальной  $SU(2)$ -симметрией, соответствующей парамагнитной фазе. Ферромагнитные состояния характе-

ризуются выделенным направлением, т.е. лишь глобальной  $U(1)$  симметрией. В соответствии с концепцией квазисредних Н.Н. Боголюбова макроскопические состояния с разными свойствами симметрии образуют пространства  $\mathcal{H}_D$  и  $\mathcal{H}_F$ , на каждом из которых задано определенное фазовое состояние системы — парамагнитное или ферромагнитное, причем состояния из  $\mathcal{H}_D$  и  $\mathcal{H}_F$  взаимно ортогональны. Представления операторов квазиспина  $\vec{S}_D(f)$  и  $\vec{S}_F(f)$  на соответствующих пространствах унитарно неэквивалентны. В § 20 состояние гетерофазной системы (ферромагнетик с парамагнитными зародышами) определено на пространстве

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_D \otimes \mathcal{H}_F.$$

В этом случае полный гамильтониан гетерофазной системы может рассматриваться как прямая сумма представлений на соответствующих пространствах. Далее, предположение о равномерном перемешивании при  $t \rightarrow \infty$  ( $t$  — время наблюдения за системой) позволяет выделить в гамильтониане фазовые множители, являющиеся концентрациями частиц в данном фазовом состоянии. В результате в § 20 получен гамильтониан гетерофазного ферромагнетика вида

$$H = H_D \otimes H_F,$$

$$H_i = \left( \frac{1}{2} A w_i^2 - \mu_i w_i \right) \mathcal{N} - w_i^2 \sum_{f, f'} J(f, f') \vec{S}_i(f) \vec{S}_i(f').$$

Здесь  $A$  — комбинация параметров обменного и прямого взаимодействия локализованных электронов,  $\mu_i$  — химический потенциал  $i$ -ой фазовой компоненты,  $w_i$  — концентрация  $i$ -ой фазовой компоненты

$$w_i = \frac{\mathcal{N}_i}{\mathcal{N}}, \quad \mathcal{N} = \mathcal{N}_D + \mathcal{N}_F$$

и  $\mathcal{N}$  — полное число частиц в системе. Ясно, что  $w_D + w_F = 1$ . В простейшем случае  $w_F \equiv 1$  такой гамильтониан совпадает со стандартной моделью Гейзенберга для ферромагнитной фазы.

В § 21 рассмотрены общие свойства такого гетерофазного ферромагнетика. При этом явное выражение для  $w_F$  определено из условия равновесия между фазами  $\mu_D = \mu_F$ . Такая величина  $w_F$  мо-

жет рассматриваться как дополнительный параметр порядка. С ним связан специфический фазовый переход – явление нуклеации, т.е. переход из чисто ферромагнитного состояния в гетерофазное состояние.

В §§ 22,23 проведено детальное исследование термодинамических свойств такой модели. При этом рассмотрен специальный случай простейшего ядра взаимодействия, удовлетворяющего условиям теоремы З<sup>I</sup>:  $J(f, f') = \mathcal{N}^{-1} J, J = \text{const}$ . Такое рассмотрение позволяет отделить качественные отличия модели гетерофазного ферромагнетика от стандартных моделей и исключить погрешности, связанные с приближенными методами расчета. Показано, что наличие гетерофазного состояния приводит к уменьшению в четыре раза критической температуры и к изменению рода перехода со второго на первый при  $0 < A \leq \frac{3}{2} J$ . При  $A = 0$  результаты для гетерофазного ферромагнетика совпадают со стандартными результатами для модели Гейзенберга в приближении среднего поля. Здесь также найдены зависимости параметров порядка, энтропии, теплоемкости и других величин для различных значений параметров  $A$  и  $J$ . Предсказано существование дополнительного скачка теплоемкости, связанного с точкой нуклеации. В § 23 показано, что гетерофазное состояние при  $A < 0$  является лишь метастабильным, и дано объяснение максимумов намагниченности и теплоемкости, наблюдаемых в системах с частичным разупорядочением ( $\text{EuB}_6, \text{DyH}_2$ ).

В § 24 исследованы критические свойства гетерофазного ферромагнетика. Показано, что точные критические индексы для теплоемкости  $\alpha$  и намагниченности  $\beta$  являются функциями параметров взаимодействия

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = 0 \\ \beta = \frac{1}{2} \end{array} \right\} A \neq \frac{3}{2} J, \quad \left. \begin{array}{l} \alpha = \frac{1}{2} \\ \beta = \frac{1}{4} \end{array} \right\} A = \frac{3}{2} J,$$

причем всегда выполняется равенство  $\alpha + 2\beta = 1$ . Так как при экспериментальном исследовании критических индексов обычно не достигают предела  $|\epsilon| \rightarrow 0$ , где  $\epsilon = \frac{\theta - \theta_c}{\theta_c}$ , представляется разумным сравнить экспериментальные результаты с "эффективными индексами", значения ко-

торых рассчитываются непосредственно по формулам для теплоемкости и намагниченности при заданном конечном  $\epsilon$ . Далее, зная экспериментальные значения критических индексов и сравнивая их со значениями эффективных индексов, можно определить соотношение между параметрами  $A$  и  $J$  для данного вещества. В § 24 такая программа выполнена для никеля с эффективным спином  $1/2$ . Для каждого из индексов получено одно и то же значение отношения

$$\frac{A}{J} = 1,518.$$

Рассчитанная для такого соотношения между  $A$  и  $J$  удельная намагниченность  $\mathcal{N}_i$  хорошо согласуется с экспериментальной, особенно вблизи критической точки. Подчеркнем, что введенное в § 24 понятие эффективных индексов позволяет в рамках предложенной модели объяснить экспериментально наблюдаемые различия в значениях критических индексов у разных веществ зависимостью последних от соотношения между параметрами прямого и обменного взаимодействия.

В заключении дано краткое обсуждение основных результатов работы.

В приложениях вынесен некоторый вспомогательный материал.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ ОПУБЛИКОВАНЫ В СЛЕДУЮЩИХ РАБОТАХ:

1. Bogolubov N.N. Jr., Shumovsky A.S. Free energy of quasi-spin model with positive interaction.- Phys. Letters, 41 A, No 3, 403-404 (1972).
2. Боголюбов Н.Н. (мл.), Шумовская А.Г., Шумовский А.С. Изучение моделей тирринговского типа и вычисление корреляционных функций.- ИТФ-73-56Е, Киев (1973).
3. Боголюбов Н.Н. (мл.), Шумовская А.Г., Шумовский А.С. Проблемы точно решаемых модельных систем.- ИТФ-73-57Е, Киев (1973).



4. Bogolubov N.N. Jr., Shumovskaya A.G., Shumovsky A.S. Time correlation functions for Thirring model with positive interaction.- Phys. Letters, 47 A, 269-270 (1974).

5. Боголюбов Н.Н. (мл.), Шумовская А.Г., Шумовский А.С. Об обобщении принципа минимакса для модельных квазиспиновых систем.- Теор. и мат. физ., 21, № 2, 258-265 (1974).

6. Боголюбов Н.Н. (мл.), Шумовский А.С. О новом методе определения квазисредних.- Труды Математического ин-та АН СССР, т. 136, с. 351-361 (1975).

7. Боголюбов Н.Н. (мл.), Шумовская А.Г., Шумовский А.С. О предельных соотношениях для модельных систем в случае вырождения состояния статистического равновесия.- Теор. и мат. физ., 29, № 3, 388-393 (1976).

8. Кудрявцев И.К., Шумовский А.С. О вкладе спин-фононного взаимодействия в термодинамику спиновой системы.- ДАН СССР, 232, № 6, 1293-1295 (1977).

9. Шумовский А.С. Строгие результаты для квазиспиновых моделей в статистической механике.- В сб.: Международный симпозиум по избранным проблемам статистической механики. ОИЯИ, Д17-П1490, Дубна (1978).

10. Ахметели А.М., Шумовский А.С. Об оценке близости свободных энергий для классических моделей в теории магнетизма.- Вестник Московского ун-та. Сер. физ., астроном., 19, № 6, 86-87 (1978).

11. Shumovsky A.S. On the dynamics of a classical model in the theory of magnetism.- Phys. Letters, 68 A, No 5, 424-427 (1978).

12. Шумовский А.С. О выборе взаимодействия в методе аппроксимирующих гамильтонианов Н.Н. Боголюбова (мл.). - Вестник Московского ун-та Сер. физ., астроном., 20, № 4, 76-78 (1979).

13. Кудрявцев И.К., Мелешко А.Н., Шумовский А.С. О модели Дикке для многокомпонентной системы.- Квантовая электроника, 6, № 11, 2434-2436 (1979).

14. Мелешко А.Н., Шумовский А.С. Модель сегнетоэлектрического упорядочения в нелинейных кристаллах типа прустита.- Письма в ЖЭТФ, 29, в.8, 468-471 (1979).

15. Кудрявцев И.К., Шумовский А.С. О термодинамике спиновой подсистемы в модели ферромагнитного кристалла.- Теор. и мат. физ., 41, № 1, 103-110 (1979).

16. Кудрявцев И.К., Шумовский А.С. О термодинамически-эквивалентном гамильтониане в модели Дикке при учете колебаний решетки.- Вестник Московского ун-та. Сер. физ., астроном., 20, № 4, 84-86 (1979).

17. Кудрявцев И.К., Мелешко А.Н., Шумовский А.С. О резонансном переходе в двухуровневой системе на решетке.- ДАН СССР, 248, № 2, 335-339 (1979).

18. Кудрявцев И.К., Мелешко А.Н., Шумовский А.С. Модель резонансного взаимодействия длинноволновых фотонов с двухуровневыми атомами в твердых телах.- Квантовая электроника, 6, № 12, 2573 - 2578, (1979).

19. Kudryavtsev I.K., Shumovsky A.S. On a modification of the Dicke model.- Optica Acta, 26, No 7, 827-830 (1979).

20. Шумовская А.Г., Шумовский А.С. Динамические свойства в модели Стенли с дальнодействием.- Вестник Московского ун-та. Сер. физ., астроном., 20, № 2, 51-53 (1979).

21. Achmeteli A.M., Kudryavtsev I.K., Shumovsky A.S. Some exact results for the Ising model with spin-phonon interaction.- Acta Phys. Polonica, A58, No 4, 23-29 (1980).

22. Шумовский А.С., Кялов В.И. Точно решаемая модель ферромагнетика с парамагнитными зародышами.- ДАН СССР, 252, № 3, 581-583 (1980).

23. Осипов М.А., Шумовский А.С. О нарушении принципа минимальности свободной энергии в приближении самосогласованного поля в некоторых моделях сегнетоэлектриков.- Теор. и мат. физ., 46, № 1, 125-131 (1981).



24. Ахметели А.М., Мелешко А.Н., Шумовский А.С. О точном расчете макроскопических характеристик при взаимодействии когерентного излучения с многоуровневой системой. - ДАН СССР, 256, № 5, 1094 - 1096 (1981).

25. Ахметели А.М., Мелешко А.Н., Шумовский А.С. О сверхизлучательном состоянии в средах с дипольным упорядочением. - ОИЯИ, ДП7-81-4II, с. 4, Дубна (1981).

26. Боголюбов Н.Н. (мл.), Фам Ле Киен, Шумовский А.С. О кинетическом уравнении для двухуровневой системы, взаимодействующей с электромагнитным полем. - ОИЯИ, Р17-81-465, Дубна (1981).

27. Боголюбов Н.Н. (мл.), Фам Ле Киен, Шумовский А.С. Динамика двухуровневой системы и оценка времени релаксации. - ОИЯИ, Р17-81-514, Дубна (1981).

28. Shumovsky A.S., Yukalov V.I. Exact solutions for heterophase ferromagnets. - University of Oxford, DTP, No 46/81, Oxford (1981).

29. Shumovsky A.S., Yukalov V.I. On specific-heat anomalies in magnets. - University of Oxford, DTP, No 51/81, Oxford (1981).

30. Боголюбов Н.Н. (мл.), Фам Ле Киен, Шумовский А.С. Динамика системы двухуровневых излучателей, взаимодействующих с электромагнитным полем. - В сб.: II Международный симпозиум по избранным проблемам статистической механики. ОИЯИ, ДП7-81-758, с. 49-53, Дубна, (1982).

31. Ахметели А.М., Мелешко А.Н., Шумовский А.С. О конденсации фотонной моды при взаимодействии электромагнитного поля с сегнетоэлектриком. - ОИЯИ, Р17-82-39, Дубна (1982).

Рукопись поступила в издательский отдел

27 июля 1982 года.