

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

17-2003-16

На правах рукописи

УДК 538.941

Б-241

**БАРАНОВ**

Дмитрий Борисович

**АТОМНЫЕ ЛОВУШКИ  
В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ**

Специальность: 01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Дубна 2003

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований

Научный руководитель: доктор физико-математических наук  
В.С. Ярунин

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,  
профессор А.В. Андреев

кандидат физико-математических наук  
Г.В. Колмаков

Ведущая организация: Институт теоретической и экспериментальной физики (г. Москва)

Защита диссертации состоится "12" марта 2003 г. в 15 часов на заседании диссертационного совета К 720.001.01 при Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований, г.Дубна Московской области

Автореферат разослан "07" февраля 2003г.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Объединенного института ядерных исследований

Ученый секретарь  
диссертационного совета



С.И. Федотов

## Общая характеристика диссертации

В данной работе автор исследовал явление Бозе-Эйнштейновской конденсации в атомных ловушках с учетом гравитационного поля Земли. Были рассмотрены случаи идеального газа и газа взаимодействующих частиц, а также бозе-газ во вращающейся ловушке.

### Актуальность работы

К числу квантовых эффектов в атомных системах можно отнести эффекты статистики ансамбля щелочных атомов. Важным примером исследования этой проблемы служат Бозе-Эйнштейновская конденсация атомов в ловушках.

Задача о влиянии гравитационного поля на критическую температуру Бозе-Эйнштейновской конденсации (БЭК) атомов в ловушках с конечным потенциальным барьером является актуальной в связи с обсуждаемыми экспериментами на Международной Космической Станции по исследованию этого эффекта в условиях невесомости (ускорение  $10^{-6}g$ ).

Рассмотренная в работе задача о газе взаимодействующих частиц во вращающейся ловушке актуальна в связи с возможностью экспериментальной реализации такой системы.

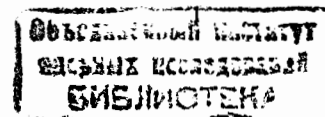
### Цель работы

Целью данной работы является:

- 1) Выяснение влияния гравитационного поля на сдвиг критической температуры бозе-конденсации атомов в ловушках с конечным потенциальным барьером и оценка величины этого сдвига в зависимости от высоты барьера.
- 2) Построение модели газа взаимодействующих частиц во вращающейся ловушке, описывающей фоновые и ротонные возбуждения в такой системе, а также взаимодействие между ними.

### Научная новизна

- 1) В задаче о бозе-конденсации атомов в ловушке впервые рассмотрено влияние поля тяжести на температуру бозе-конденсации идеального газа в конечной ловушке с учетом ее деформации в смысле искажения потенциального барьера и переопределения энергетических уровней в ней.
- 2) Впервые рассмотрена задача о газе взаимодействующих частиц во вращающейся ловушке. Гамильтониан системы записан в виде суммы гамильтонианов фононов, ротоннов и гамильтониана взаимодействия между ними. Найдены интегралы движения в такой системе, с учетом которых получены уравнения эффективного действия для фоновых степеней свободы, определяющие, в частности, плотность фононов в основном состоянии.



## Практическая ценность

Эффект изменения критической температуры бозе-конденсации при наложении гравитационного поля может быть проверен экспериментально в Космосе, путем сравнения данных на Земле и в Космосе.

Полученная модель фонон-ротонных взаимодействий может быть использована для описания газа взаимодействующих частиц во вращающейся ловушке.

## Апробация диссертации

Работы, вошедшие в диссертацию докладывались на семинарах ЛТФ ОИЯИ и были представлены на конференциях:

1) II Международное совещание по физике низких температур в условиях микрогравитации, CWS'99, Июль 28 – Август 2, 1999, г. Черногоровка, Россия. "Gravity and light in trapped Bose-condensate".

2) IV международная научная конференция молодых ученых ОИЯИ, 31 января – 4 февраля, 2000, Дубна, Россия. "Ловушка для бозе-конденсата в поле тяжести".

3) XXXII Совещание по физике низких температур (3–6 октября 2000, г. Казань). "Влияние гравитации на бозе-конденсацию в ловушках".

4) 10th International Laser Physics Workshop (LPHYS'01, 3–7 июля 2001, г. Москва). "Gravity in boson trap: shift of critical temperature and tunneling".

5) III Международное совещание по физике низких температур в условиях микрогравитации, CWS'99, Август 12 – Август 18, 2002, г. Черногоровка, Россия. "Phonons and rotons in gravitational field".

## Публикации

По результатам диссертации опубликовано пять работ.

## Структура и объем диссертации

Диссертация содержит 4 главы (155 ссылок) и имеет объем 91 страница.

## Содержание по главам

Первая глава посвящена обзору литературы.

Во второй главе рассматривалось поведение критической температуры БЭК атомов в параболической ловушке в присутствии гравитационного поля. Ловушка имела конечный потенциальный барьер  $U_0$ , сравнимый с эффектами гравитационного поля. Показано, что для случая идеального газа наложение гравитационного поля приводит к изменению критической температуры  $T_c$  БЭК. Расчет проводился

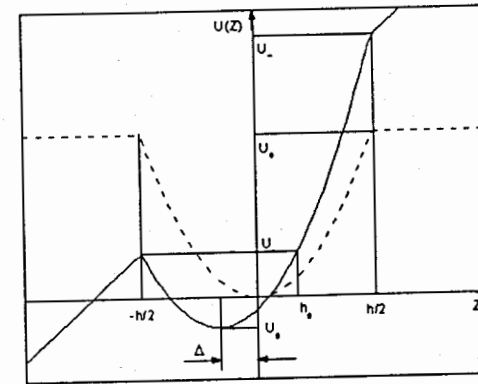


Рис 1: Пунктирная и сплошная линии описывают потенциалы параболических ловушек в вакууме ( $U_0$ ) и в гравитационном поле ( $U_-, U_+$ )

для случая двумерной ловушки. Например, в случае 2D значения параметров ловушки, взятые из эксперимента, приспособленного для моделирования газа в двух измерениях, равны

$$U_0 \sim 10^{-8} \text{ eV}, \quad h = 2 \text{ mm}, \quad \omega \sim 10^{-13} \text{ eV},$$

$$R = 10^{10} \text{ см}^{-2}, \quad n_{max} = U_0/\hbar\omega \sim 10^5, \quad mgh \sim 5 \cdot 10^{-9} \text{ eV}.$$

Здесь  $R$  – полная плотность частиц,  $h$  – высота ловушки,  $\omega$  – частота ловушки,  $n_{max}$  – число уровней в ловушке,  $g$  – константа гравитационного взаимодействия, а  $m$  – масса атома щелочного металла. Соотношения для констант гравитационного поля  $g$ , частоты ловушки  $\omega$  и взаимодействия между атомами  $G$  могут быть записаны в виде

$$\frac{mg}{\hbar\omega} \left( \frac{\hbar}{m\omega} \right)^{1/2} \sim 100, \quad \frac{mg}{GR} \left( \frac{\hbar}{m\omega} \right)^{1/2} \sim 1,$$

$$10^{-13} \text{ eV} \simeq \hbar\omega \ll GN \simeq 10^{-11} \text{ eV}, \quad G = \frac{4\pi\hbar^2 b}{m}, \quad b - \text{длина рассеяния.}$$

Из этих соотношений мы можем сделать вывод, что рассматриваемая нами система является

а) мезоскопической, так как ловушка является конечной и гравитационное поле может существенно изменить геометрию системы,

б) непертурбативной, так как значение энергии гравитационного поля сравнимо с энергией  $G$  взаимодействия между атомами.

Автор учитывал влияние гравитационного поля как понижение потенциального барьера ловушки. При этом часть атомов покидает ловушку и уровни энергии в ней

сдвигаются. Пунктирная линия (см. Рис. 1) описывает исходный потенциал параболической ловушки, а сплошная линия – потенциал параболической ловушки, искаженный гравитационным полем.

Для упрощения расчетов параболическая ловушка была заменена прямоугольной. Это значит, что мы описываем деформацию параболического потенциала в гравитационном поле как искажение симметричной прямоугольной ловушки с потенциалом  $U_0$  до асимметричной прямоугольной ловушки с барьерами  $U_+ - U_- = mgh$ .

Задача состоит в том, чтобы оценить сдвиг критической температуры при переходе от симметричной прямоугольной ловушки к асимметричной как меру воздействия гравитационного поля на эффект БЭК. Значения  $R$  в прямоугольной и параболической ловушках мы считаем одинаковыми. Можно предположить, что сдвиг критической температуры БЭК в параболической ловушке, обусловленный наличием гравитационного поля, имеет тот же порядок величины что и в прямоугольной ловушке, так что имеется качественное согласие между величинами критических температур  $T_c^0 \rightarrow T|_{g=0}$ ,  $T_c^\pm \rightarrow T|_{g \neq 0}$  в прямоугольной и параболической ловушках.

Расчет показал, что эффект конечного размера для случая деформированной прямоугольной ловушки  $n_{max} \sim 10$ , сопровождающийся наиболее заметным гравитационным сдвигом  $T_c$ , может наблюдаться в параболической ловушке при выполнении условия

$$(\omega^2 h - 2g) \rightarrow +0.$$

Это условие означает, что наибольший сдвиг  $T_c$  может наблюдаться непосредственно перед развалом ловушки.

Результаты вычисления критической температуры в поле тяжести и в его отсутствии могут трактоваться как перемещение ловушки между Землей и Космосом. Вначале была вычислена критическая температура  $(T_c^\pm|_{2D})^* = 2.02 \cdot 10^{-6}$  К для  $N|_{2D}$  атомов в деформированной ловушке на Земле. Затем была найдена  $T_c$  для ловушки в Космосе. Там фазовый переход происходит в недеформированной ловушке с тем же числом атомов  $N|_{2D}$  при температуре  $T_c^0|_{2D} = 5.05 \cdot 10^{-7}$  К. Если отправить ловушку обратно на Землю, она деформируется, и часть атомов перестанет удерживаться ею. Оставшаяся часть атомов  $N_1^\pm|_{2D}$  совершит фазовый переход при температуре  $T_c^\pm|_{2D} = 5.03 \cdot 10^{-7}$  К.

Таким образом, мы имеем три температуры перехода (в одной и той же ловушке) в трех различных ситуациях I, II, III:

$$\begin{aligned} (T_c^\pm|_{2D})^* &= 2.02 \cdot 10^{-6} \text{ К} \rightarrow T_c^0|_{2D} = 5.05 \cdot 10^{-7} \text{ К} \rightarrow \\ &\rightarrow T_c^\pm|_{2D} = 5.03 \cdot 10^{-7} \text{ К}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{старт на Земле (I)} &\rightarrow \text{в Космосе (II)} \rightarrow \\ &\rightarrow \text{финиш на Земле (III)}. \end{aligned}$$

Такова картина для идеального бозе-газа в 2D случае. Есть основания полагать, что в 3D расчете произойдет увеличение значений критических температур.

Мезоскопическая природа этой задачи состоит в сильной зависимости сдвига  $T_c$  от исходных параметров ловушки и от способа установления соответствия их экспериментальным данным.

Полученные результаты для сдвига критической температуры БЭК верны, если мы пренебрегаем туннельными эффектами, которые несколько изменят результат. С учетом туннелирования более точно считать потенциал прямоугольным внутри ловушки и гравитационным снаружи. В этом случае отношение  $p = n/N$  числа атомов  $n$ , вылетевших из ловушки за счет туннелирования, к полному числу  $N$  атомов в ловушке может быть вычислено с помощью формул стандартной теории туннельного эффекта. В случае  $U_- < U_+$ , рассматриваемом в данной работе, численные значения  $p$  для нижнего уровня ловушки при различных значениях  $n_{max}$  представлены в Таблице

| $n_{max}$ | 10     | 500  | 1000 | 2000 | 3000   |
|-----------|--------|------|------|------|--------|
| $p$       | 0.9998 | 0.96 | 0.77 | 0.12 | 0.0009 |

Таблица. Интенсивность  $p$  туннелирования как функция числа уровней в ловушке  $n_{max}$

Судя по значениям  $p$  для малого числа уровней в ловушке  $n_{max}$ , можно подумать что все атомы могут вылететь из ловушки до того, как будет произведено какое либо измерение. Однако это не так, потому что время туннелирования зависит от скорости движения атомов внутри ловушки. Так, средняя энергия надконденсатных бозонов для ловушки с числом уровней  $n_{max} \sim 50$  дает значение скорости атома  $v \sim 1.5 \cdot 10^{-3} \text{ cm/sec}$ , так что атом преодолет дистанцию  $h = 2 \text{ mm}$  между стенками ловушки за время  $\tau_{non-cond} \sim 2 \text{ min}$ , что больше реального времени эксперимента  $\sim 1 \text{ min}$ , и протуннелирует из ловушки. Между тем, энергия атомов для низкоэнергетических уровней ловушки равна  $\sim 10^{-19} \text{ eV}$ , так что время пролета между стенками ловушки составит  $\tau_{cond} \sim 50 \text{ min}$ , что много больше реального времени эксперимента  $\sim 1 \text{ min}$ . Таким образом, большинство атомов на нижних уровнях не сможет принять участия в туннелировании и покинуть ловушку. Однако, высокоэнергетические атомы принимают участие в туннелировании, что приводит к уменьшению сдвига критической температуры  $T_c$ . Итак, сдвиг  $T_c$  будет тем ближе к оценке (1), чем меньше будет время наблюдения. В любом случае, сдвиг  $T_c$ , вычисленный выше, может оцениваться как верхний предел для сдвига, достижимого в любой фазе I, II или III эксперимента. Результаты, полученные в этой главе, опубликованы в работах [1,2].

В главе 3 найдено выражение для эффективного действия плотности бозе-конденсата в параболической ловушке с учетом взаимодействия между атомами в приближении Хартри-Фока-Боголюбова. Выражение для  $S_{eff}$  получено путем интегрирования статистической суммы системы по траекториям надконденсатных бозонов. Оно описывает полуклассическую динамику атомов благодаря условию  $\hbar\omega\beta \ll 1$ , справедливому при температурах бозе-конденсации  $\sim 10^{-6} \text{ K}$  паров щелочных металлов. Условие экстремальности эффективного действия  $\delta S_{eff}(\rho, \mu) = 0$  дает уравнения для плотности конденсата  $\rho$  и химического потенциала  $\mu$ , качественное исследование которых позволяет установить соответствие между значениями плотностей бозе-конденсата и критическими температурами. Обсуждается модель взаимодействия бозе-газа с нейтронами в связи с экспериментальной возможностью наблю-

дения сдвига фононного спектра бозе-частиц в ловушке за счет взаимодействия с нейтронами.

Далее в главе 3 рассмотрена задача о газе взаимодействующих частиц во вращающейся ловушке. Гамильтониан системы записан в виде суммы гамильтонианов фононов  $H_{ph}$ , ротонов  $H_{rot}$  и гамильтониана взаимодействия между ними  $H_{ph-rot}$ .

$$H_{ph} = \sum_k \omega(k) \psi_k^+ \psi_k, \quad H_{rot} = \Omega \sum_{i=1}^N \Psi_1^+(x) L_z^i \Psi_1(x),$$

$$H_{ph-rot} = \sum_n \gamma_n \sum_i^N \phi(x) \Psi_1^+(x) (L_+^i + L_-^i) \Psi_1(x),$$

Здесь  $\Omega$  – частота вращения,  $n$  – набор квантовых чисел, соответствующий уровню ловушки,  $L$  – оператор момента импульса,  $\gamma_n$  – константа фонон-ротонного взаимодействия,  $\omega(k)$  – энергия фононных возбуждений,  $\phi(x)$  – оператор фононного поля,  $\Psi_1^+(x)$ ,  $\Psi_1(x)$  – ферми-операторы рождения и уничтожения квазичастиц ротонов.

Отмечено наличие интегралов движения гамильтониана выбранной модели

$$H = H_{rot} + H_{ph} + H_{ph-rot},$$

$$[H, M] = 0, \quad M = \sum_k \hbar \psi_k^+ \psi_k + \sum_{i=1}^N \Psi_1^+(x) L_z^i \Psi_1(x), \quad [H, K] = 0, \quad K = \sum_{i=1}^N L_i^2,$$

первый из которых сохраняет число фонон-ротонных возбуждений, а второй – квадрат полного момента вращения.

Используя отображение для операторов углового момента в терминах фермионных операторов можно записать статистическую сумму для такой системы в виде интеграла по траекториям бозонов и фермионов. После интегрирования по фермионам были получены квазиклассические уравнения  $\delta S_{ef} = 0$  эффективного действия  $S_{ef}$  для медленных фононных траекторий и интегралов движения. Результаты, полученные в этой главе, опубликованы в работе [3,4,5].

**Четвертая глава** содержит:

- заключение**, в котором сформулированы основные результаты диссертации;
- приложение**, в котором описан метод численного расчета критической температуры;

**На защиту выдвигаются следующие результаты:**

- 1) Рассмотрена задача о бозе-эйнштейновской конденсации идеального газа в атомных ловушках. Показано, что для магнитной ловушки с конечным потенциальным барьером наложение гравитационного поля ведет к понижению потенциального барьера и к увеличению критической температуры  $T_c$  при сохранении числа частиц в ловушке.
- 2) Показано, что для ловушки в гравитационном поле вкладом туннельных эффектов (в величину  $T_c$ ) можно пренебречь, если большинство атомов находится на низкоэнергетических уровнях.
- 3) Получено выражение для эффективного действия плотности бозе-конденсата атомов в трехмерной параболической ловушке с учетом взаимодействия в модели Боголюбова.
- 4) Построена модель для газа взаимодействующих частиц во вращающейся ловушке, описывающая фононные и ротонные возбуждения, а также взаимодействие между ними.
- 5) Найдены интегралы движения для модели газа взаимодействующих частиц во вращающейся ловушке, с учетом которых получены уравнения эффективного действия, определяющие, в частности, плотность низкоэнергетических фононов.

**По теме диссертации опубликованы следующие работы:**

- [1] Д. Баранов, В. Ярунин, Письма в ЖЭТФ, **71**, 384 (2000).
- [2] D. V. Baranov, V. S. Yarunin, Physics Letters, **A 285**, 34 (2001).
- [3] D. Baranov, V. Yarunin, J. Low Temp. Phys., USA, **119**, Nos. 3/4, 461 (2000).
- [4] D. V. Baranov, Zh. A. Kozlov, L. A. Siurakshina, V. S. Yarunin, Ann. Phys. (Leipzig) **8**, No.2, p.165 (1999).
- [5] D.V. Baranov, V.S. Yarunin, Физ. Низк. Темп., Украина, (2003, accepted).

Получено 29 января 2003 г.

Макет *Н. А. Киселевой*

Подписано в печать 31.01.2003.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 0,44. Уч.-изд. л. 0,63. Тираж 100 экз. Заказ № 53738.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: [publish@pds.jinr.ru](mailto:publish@pds.jinr.ru)

[www.jinr.ru/publish/](http://www.jinr.ru/publish/)