ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

17 - 12589

САНКОВИЧ
Дмитрий Петрович

АСИМПТОТИЧЕСКИ ТОЧНЫЕ МЕТОДЫ В ЗАДАЧАХ КВАНТОВОЙ СТАТИСТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

Специальность 01.04.02 -
теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Дубна 1979

Работа выполнена на кафедре квантовой статистики физического факультета МГУ им. М.В.Ломоносова.

Научные руководители:
доктор физико-математических наук
профессор Н.Н.БОГОЛЮБОВ(мл.)

кандидат физико-математических наук
старший научный сотрудник А.М.КУРБАТОВ

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук
старший научный сотрудник И.П.ПАВЛОЦКИЙ

кандидат физико-математических наук
старший научный сотрудник П.П.КУЛИШ

Ведущее научно-исследовательское учреждение:
Институт теоретической физики АН УССР Киев.

Автореферат разослан "   "________________ 1979 года.
Защита диссертации состоится "   "________________ 1979 года
на заседании Специализированного ученого совета К047.01.01
Лаборатории теоретической физики Объединенного института
ядерных исследований, г. Дубна, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета
кандидат физико-математических наук
В.И.ЖУРАВЛЕВ

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Ввиду значительной сложности реальных задач теории многих тел, исследование которых и составляет предмет статистической механики, важнейшее значение приобретает рассмотрение физических моделей, то есть некоторых упрощенных систем, тем или иным способом описывающих реальные закономерности. Такие модели позволяют, во-первых, получить математически строгое решение исследуемой задачи, не опирающееся на приближенные методы и, в частности, метод теории возмущений; во-вторых, модельные задачи могут служить теоретическим описанием, адекватным во многих существенных деталях реальной физической ситуации. При исследовании модельных задач статистической физики используется важная идея макроскопической эквивалентности, которая основана на возможности при изучении объемных свойств вещества устранить влияние внешних граничных условий, слабо влияющих на эти свойства. В соответствии с этим принципом статистическая механика изучает асимптотическое поведение систем многих частиц в смысле термодинамического предельного перехода, являющегося реализацией принципа макроскопической эквивалентности:

$$N \to \infty, \quad V \to \infty, \quad \frac{N}{V} = const ,$$

где N - число частиц в системе, а V - ее объем.

Таким образом, асимптотически точные методы решения модельных задач статистической механики дают возможность получения важных сведений о реальных физических процессах в системах многих тел (например, фазовые переходы в бозевских и фермиевских системах), и могут служить основой для строгого рассмотрения более реалистических ситуаций.

Цель работы. Основная цель диссертации заключается в математически строгом исследовании некоторых систем квантовой статистической механики: получении асимптотически точного решения для термодинамического потенциала с помощью метода аппроксимирующего гамильтониана, определении общих закономерностей, обуславливающих возможность получения асимптотически точного решения, изучении асимптотических свойств корреляционных функций для достаточно широкого класса систем. При этом особое внимание уделяется рассмотрению задач с парным взаимодействием бозонов и фермионов.

Научная новизна и практическая ценность. В диссертации исследован класс модельных систем, допускающих понижение операторной степени с помощью метода аппроксимирующего гамильтониана. В случае фермиевских систем удается показать термодинамическую эквивалентность исходной модельной и аппроксимирующей систем без использования специальных предположений о факторизуемости ядра взаимодействия и поведении корреляционных средних.

Рассмотрен новый подход к проблеме аппроксимации, связанный с уравнениями самосогласования, получаемыми из требования термодинамической эквивалентности (в смысле Венцеля) модельной и соответствующим образом построенной аппроксимирующей системы. На основе развитого подхода рассмотрены некоторые задачи, описывающие парное взаимодействие бозонов и фермионов.

Проведено доказательство условия асимптотической коммутативности в статистической механике в случае систем с гладким взаимодействием (в каждом порядке теории возмущений). Для некоторых модельных систем, допускающих асимптотически точное решение, непосредственно показано выполнение принципа ослабления корреляций Боголюбова.

Достигнутые результаты важны для получения сведений о поведении систем многих тел и, особенно, в теории сверхпроводимости и сверхтекучести. Уравнения самосогласования дают возможность получения оценок для величины критической температуры, при которой происходит фазовый переход в рассматриваемых системах.

Защищаемые положения:

I. Модельные системы "кластерного" типа допускают понижение операторной степени, то есть могут быть исследованы с помощью метода аппроксимирующего гамильтониана.

2. Уравнения самосогласования в методе аппроксимирующего гамильтониана вытекают из требования термодинамической эквивалентности исходного и аппроксимирующего гамильтонианов.

3. Выполнение вариационного принципа (типа фейнмановского) является достаточным условием возможности асимптотически точного решения с помощью метода аппроксимирующего гамильтониана.

4. Широкий класс нетривиальных систем статистической механики удовлетворяет указанному выше условию.

5. Для систем с гладким взаимодействием в каждом порядке теории возмущений выполняется условие асимптотической коммутативности.

6. В случае модельных систем, допускающих решение с помощью метода аппроксимирующего гамильтониана, возможно непосредственно показать выполнимость принципа ослабления корреляций Боголюбова.

Апробация работы. Материалы диссертации обсуждались на семинарах сектора теории конденсированного состояния ЛТФ ОИЯИ, семинаре отдела статистической механики МИАН СССР им. В.А.Стеклова, доложены на Международном симпозиуме по избранным проблемам статистической механики (Дубна, 1977г.), на Всесоюзном рабочем совещании по статистической механике (Москва, 1978г.) и на Ломоносовских чтениях МГУ им. М.В.Ломоносова (1977г.).

Публикации. По результатам диссертации опубликовано девять печатных работ.

Объем работы. Диссертация состоит из Введения, четырех глав, Заключения и Приложения и содержит 128 страниц машинописного текста; библиографический список литературы — 89 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во Введении дан обзор результатов, достигнутых при асимптотически точном подходе к задачам статистической механики. При этом особое внимание уделено развитию метода аппроксимирующего гамильтониана, основы которого были заложены в работах Н.Н.Боголюбова /I/ при построении микроскопической теории сверхтекучести Бозе- и Ферми-систем. Отмечено большое значение модельного подхода в изучении асимптотических свойств корреляционных средних и, в частности, при проверке принципа ослабления корреляций и связанного с ним условия асимптотической коммутативности /2/. Также кратко излагается содержание диссертации и полученные в ней основные результаты.

<u>В первой главе</u> диссертации рассмотрен класс модельных систем Бозе-или Ферми-частиц (или тех и других), допускающий понижение операторной степени гамильтониана, то есть допускающий применение метода аппроксимирующего гамильтониана. Рассмотрение модельных систем такого типа играет важную роль в статистической механике, поскольку данные системы несут на себе многие специфические черты, характерные для модельных систем, допускающих асимптотически точное решение.

В §I описана модельная система. Исследуемый в данной главе модельный гамильтониан содержит взаимодействие не всех возможных частиц, а только частиц с определенными импульсами (в случае парного взаимодействия фермионов мы получаем известную модель БКШ-Боголюбова в теории сверхпроводимости). При этом в гамильтониане, записанном в импульсном пространстве, возникают дополнительные Δ-функции, учитывающие это обстоятельство. В координатном представлении этому соответствует введение дополнительной трансляционной инвариантности по некоторым выделенным группам частиц, называемым кластерами. Гамильтониан рассматриваемой модельной системы может быть записан в следующем виде:

$$H = H_0 + H_J \quad ,$$

где H_0 - квадратичный по операторам рождения и уничтожения гамильтониан, а гамильтониан взаимодействия H_J есть сумма мономов следующего вида:

$$V^{1-\frac{n}{2}} \sum_{p_1,p_2,\dots,p_n} f_m^{(1)}(p_1,p_2,\dots,p_m)\,\Delta(p_1+p_2+\dots+p_m)\times$$
$$\times f_{n-m}^{(2)}(p_{m+1},p_{m+2},\dots,p_n)\,\Delta(p_{m+1}+p_{m+2}+\dots+p_n)\times \qquad (I)$$
$$\times a_{p_1}(\varepsilon_1)\,a_{p_2}(\varepsilon_2)\dots a_{p_m}(\varepsilon_m)\,a_{p_{m+1}}(\varepsilon_{m+1})\dots a_{p_n}(\varepsilon_n)\,.$$

Указаны условия, при которых рассматриваемые в данной главе модельные гамильтонианы определяют операторы в пространстве вторичного квантования. Наряду с модельным гамильтонианом (I) рассмотрен также модельный гамильтониан с нарушенной трансляционной инвариантностью, в котором

$$\Delta(p_1+p_2+\dots+p_n) \longrightarrow \Delta(p_1+p_2+\dots+p_m+q)\,\Delta(p_{m+1}+p_{m+2}+\dots+p_n-q).$$

В §2 главы рассмотрены многовременные корреляционные средние

$$< a_{p_1}(t_1;\varepsilon_1)\,a_{p_2}(t_2;\varepsilon_2)\dots a_{p_\ell}(t_\ell;\varepsilon_\ell)>$$

и доказано, что если они удовлетворяют свойству разбиения на пучки, то они подчиняются тем же уравнениям движения, что и корреляционные средние соответствующим образом построенного аппроксимирующего гамильтониана, который имеет вид:

$$C_1 V^{1-\frac{n-m}{2}} \sum_{p_1,p_2,\dots,p_{n-m}} f_{n-m}^{(2)}(p_1,p_2,\dots,p_{n-m})\times$$
$$\times\Delta(p_1+p_2+\dots+p_{n-m})\,a_{p_1}(\varepsilon_1)\,a_{p_2}(\varepsilon_2)\dots a_{p_{n-m}}(\varepsilon_{n-m}) + \qquad (2)$$
$$+\; C_2 V^{1-\frac{m}{2}} \sum_{p_1,p_2,\dots,p_m} f_m^{(1)}(p_1,p_2,\dots,p_m)\times$$
$$\times\Delta(p_1+p_2+\dots+p_m)\,a_{p_1}(\varepsilon_1)\,a_{p_2}(\varepsilon_2)\dots a_{p_m}(\varepsilon_m)\,.$$

Частным случаем рассматриваемых систем является модельный гамильтониан БКШ-Боголюбова в теории сверхпроводимости. Рассмотрение проведено при конечном объеме и подтверждает результаты работы Боголюбова(мл.)-Петрины, рассмотрение в которой проводилось сразу при $V=\infty$ /3/.

В §3 для фермиевских систем вида

$$H=\lim_{V\to\infty}\int_V dx\left[\psi_\tau^+(x)\left(-\frac{\Delta}{2m}-\mu\right)\psi_\tau(x)-C\right]+$$

$$+\lim_{V\to\infty}\frac{1}{V}\sum_{m,n}\int_V f_{m,n}^{(M)}(x_1,x_2,\dots,x_m|y_1,y_2,\dots,y_n)\times \qquad (3)$$

$$\times\psi_{\tau_1}^+(x_1)\psi_{\tau_2}^+(x_2)\dots\psi_{\tau_m}^+(x_m)\psi_{s_1}(y_1)\dots\psi_{s_n}(y_n)\,dx_1\dots dx_m\,dy_1\dots dy_n,$$

где $f_{m,n}^{(M)}$ так же как и в §I описывается кластерной формой, но ядро взаимодействия может уже быть и не сепарабельным как в (I), доказана эквивалентность модельной системы (3) и соответствующей аппроксимирующей системы типа (2). При этом не использовались предположения о свойстве разбиения на пучки для корреляционных средних. Рассмотрение проводилось сразу при $V=\infty$. Для определения параметров самосогласования C_1 и C_2 в аппроксимирующем гамильтониане получены уравнения самосогласования, что находится в соответствии с общей идеей метода аппроксимирующего гамильтониана. Уравнения самосогласования соответствуют уравнениям самосогласования в традиционных моделях с парным взаимодействием, изученным в работе Боголюбова (мл.)[4], послужившей основой для развития математически строгих методов исследования широкого класса систем статистической механики[5].

Вторая глава посвящена рассмотрению проблемы аппроксимации модельных систем, опирающейся на идею уравнений самосогласования и принцип термодинамической эквивалентности гамильтонианов[6]. Два гамильтониана H_1 и H_2 называются термодинамически эквивалентными по Венцелю, если свободные энергии $f_V[H_1]$ и $f_V[H_2]$, вычисленные по этим гамильтонианам, совпадают в термодинамическом пределе:

$$\lim_{\substack{V\to\infty,\\ V/N=const}} f_V[H_1]=\lim_{\substack{V\to\infty,\\ V/N=const}} f_V[H_2]. \qquad (4)$$

В (4) предполагается, что указанные функции существуют в термодинамическом пределе. Используемая нами идея аппроксимации рассмотрена в §I главы и основана на возможности выбора такого ап-

проксимирующего гамильтониана $H_0\{C\}$, зависящего от набора C – числовых параметров, называемых параметрами самосогласования, что условие (4) для H и $H_0\{C\}$ выполняется. При этом параметры самосогласования $\{C\}$ как раз и выбираются исходя из условия (4). Для $\{C\}$ получаются уравнения, называемые уравнениями самосогласования.

При доказательстве возможности построения для данного аппроксимирующего гамильтониана существенно используются неравенства Голдона-Томпсона и Боголюбова-Пайерлса, которые для операторов A и B имеют вид:

$$Sp\left(e^A e^B\right)\geq Sp\,e^{A+B},$$

$$Sp\,e^{A+B}\geq\left(Sp\,e^A\right)\exp\left\{Sp\left(Be^A\right)\left(Sp\,e^A\right)^{-1}\right\}.$$

Данные неравенства позволяют получить двустороннюю оценку для функции свободной энергии модельного гамильтониана H, для которого строится соответствующий аппроксимирующий гамильтониан $H_0\{C\}$:

$$H=H_0\{C\}+H_1\{C\}.$$

В случае одного параметра самосогласования C данный подход приводит к следующему уравнению для его определения:

$$-\frac{1}{V}\beta\langle H_1(C)\rangle_{H_0(C)}=\frac{1}{V}\ln\langle e^{-\beta H_1(0)}\rangle_{H_0(0)}+\frac{\beta}{V}\int_0^C\left\langle\frac{dH_0(t)}{dt}\right\rangle_{H_0(t)}dt. \qquad (5)$$

С помощью двусторонних оценок для функции свободной энергии можно показать, что если в термодинамическом пределе выполнено условие

$$\lim_{\substack{V\to\infty\\ V/N=const}}\frac{1}{V}\ln\langle e^{-\beta H_1(0)}\rangle_{H_0(0)}=-\beta\lim_{\substack{V\to\infty\\ V/N=const}}\frac{1}{V}\langle H_1(0)\rangle_{H_0(0)}, \qquad (6)$$

то уравнение (5) имеет решение $\bar{C}$, которое реализует абсолютный минимум функции

$$f\left[H_o(C)\right] + \frac{1}{V} < H_i(C) >_{H_o(C)},$$

дающей оценку сверху для $f[H]$. Условие (6) соответствует строгому выполнению вариационного принципа типа фейнмановского. Показано, что данная методика справедлива и в случае счетного числа параметров самосогласования $\{C_m\}_{m \in M}$. Условие (6) при этом также является достаточным для применимости метода аппроксимирующего гамильтониана.

Развитый метод применен к различным системам, допускающим асимптотически точное решение.

В §2 рассмотрена модельная система типа БКШ-Боголюбова:

$$H = \sum_p T(p) a_p^+ a_p - \frac{1}{2V} \sum_{p,q} \lambda(p) \lambda^*(q) a_p^+ a_{-p}^+ a_{-q} a_q ,$$

для которой строится аппроксимирующий гамильтониан вида

$$H_o(C) = T - 2VCJ^+ - 2VC^*J + 2VCC^*,$$

где

$$J = \frac{1}{2V} \sum_p \lambda(p) a_p^+ a_{-p}^+ .$$

На примере данной простой системы продемонстрирована изложенная схема уравнений самосогласования и непосредственно устанавливается выполнимость условий самосогласования. Получающееся из (5) в данном конкретном случае уравнение самосогласования

$$C = < J >_{H_o(C)} \qquad (7)$$

совпадает с известным результатом, полученным с помощью метода мажорационных оценок Боголюбова(мл.)/4/.

В случае модельной системы с константами связи разных знаков

$$H = T_o + 2V \sum_{\alpha=1}^{z} g_\alpha J_\alpha J_\alpha^+ - 2V \sum_{\alpha=z+1}^{z+s} g_\alpha J_\alpha J_\alpha^+ \quad (g_\alpha \geq 0)$$

с помощью метода уравнений самосогласования доказан принцип минимакса Боголюбова(мл.)/4/:

$$\lim_{\substack{V\to\infty \\ V/N=const}} f_V[H] = \lim_{\substack{V\to\infty \\ V/N=const}} \min_{(C)} \max_{(S)} f_V\left[H_o(C,S)\right].$$

В §3 второй главы рассмотрена также модельная система с неполиномиальным взаимодействием вида/7/:

$$H_N = T_N - hNA_N - N\varphi(A_N).$$

Соответствующий аппроксимирующий гамильтониан:

$$H_N^{(o)}(C) = T_N - hNA_N - N\varphi(C) - N\varphi'(C)(A_N - C).$$

С помощью метода уравнений самосогласования доказано, что если функция $\varphi(x)$ определена на сегменте $[-M, M]$ действительной оси $\mathbb{R}^{(1)}$ и имеет ограниченную вторую производную на этом сегменте, и, кроме того, при $C = < A_N >_o$ выполнено условие

$$< A_N^2 >_o = < A_N >_o^2 ,$$

где $< \ldots >_o$ берется по гамильтониану $H_N^{(o)}(C)$, то условие термодинамической эквивалентности (4) выполнено, и параметр C определяется из уравнения самосогласования

$$C = < A_N >_o .$$

В качестве примера модельной системы с неполиномиальным взаимодействием рассмотрена система изинговского типа с постоянным обменным взаимодействием бесконечного радиуса, находящаяся во внешнем поле h. Получено уравнение самосогласования:

$$C = th \frac{\mu h + JC}{\theta} .$$

Отмечено преимущество предложенного метода, основанного на принципе термодинамической эквивалентности, связанное с его нечувствительностью к операторной структуре гамильтониана и возможностью применения развитой техники в случае неограниченных по норме операторов. В данном подходе возникновение фазового перехода в системе связано с наличием у соответствующих уравнений самосогласования нетривиального решения при температурах ниже некоторой критической ($\theta < \theta_c$).

В третьей главе в качестве важного примера применения развитой во второй главе техники рассмотрены задачи с парным взаимодействием бозонов (фермионов) (§I и §2) и задача взаимодействия электронов проводимости в металле с кристаллической решеткой (модель Фрелиха) (§3).

В задаче о прямом парном взаимодействии бозонов либо фермионов, гамильтониан которой можно представить в виде

$$H = \sum_p T(p) a_p^+ a_p + 2Vg \sum_p \nu(p) \rho_p^+ \rho_p ,$$

где операторы плотности ρ_p есть

$$\rho_p = \frac{1}{2V} \sum_k a_k^+ a_{p+k} ,$$

аппроксимирующий гамильтониан естественно искать в виде

$$H_o\{C\} = H_o + 2Vg \sum_p \nu(p)(C_p \rho_p^+ + C_p^* \rho_p) + K(C) , \qquad (8)$$

где C -числовая функция $K(C)$ выбирается из условия

$$< H_1\{C\} >_{H_o\{C\}} = 0$$

при любых C и

$$H_1\{C\} \equiv H - H_o\{C\},$$

H -исходный гамильтониан. В случае такой системы условие (6), являющееся достаточным условием применимости метода аппроксимирующего гамильтониана, выполняется лишь приближенно, и поэтому уравнения самосогласования, полученные по схеме, описанной во второй главе, можно рассматривать как приближенные уравнения в случае газа со слабым взаимодействием; в вариационном приближении типа фейнмановского уравнение самосогласования принимает вид:

$$< \frac{\partial H_o\{C\}}{\partial C_p} >_{H_o\{C\}} = - \frac{\partial K(C)}{\partial C_p} , \qquad (9)$$

и задача об определении параметров самосогласования должна решаться совместно с задачей о диагонализации квадратичной формы (8) аппроксимирующего гамильтониана. Данная диагонализация может быть осуществлена обобщенным каноническим преобразованием Боголюбова /8/

$$a_p = \sum_q u_{pq} b_q + v_{pq} b_q^+ ,$$

которое для формы (8) является собственным и v_{pq} можно положить равными нулю.

Для модельной системы с парным взаимодействием лишь конечного числа мод бозонного либо фермионного поля удается доказать выполнимость достаточного условия самосогласования. В этом случае задача допускает асимптотически точное решение с аппроксимирующим гамильтонианом (8), и уравнение самосогласования принимает вид:

$$C_p = < \rho_p >_{H_o\{C\}} . \qquad (10)$$

В качестве другого примера системы с парным взаимодействием рассмотрена система Бозе-газа с отталкиванием, аналогичная системе БКШ-Боголюбова в теории сверхпроводимости. В этом случае условие (6) выполняется, и диагонализация квадратичной формы аппроксимирующего гамильтониана проводится просто с помощью преобразования

$$a_p = u_p b_p + v_p b_{-p}^+ .$$

Уравнение самосогласования в такой системе имеет, однако, только тривиальное решение, и фазовый переход отсутствует, что находится в согласии с результатами, полученными для модели Лубана с помощью метода функций Грина /9/.

Для модели Фрелиха /10/

$$H = \sum_{\vec{k};\, s} T(k) a_{\vec{k},s}^+ a_{\vec{k},s} + \sum_{\vec{q}} \omega(q) b_{\vec{q}}^+ b_{\vec{q}} + \qquad (11)$$
$$+ \frac{g}{\sqrt{2V}} \sum_{\vec{k},\vec{q};\, s} \sqrt{\omega(q)} \left(a_{\vec{k},s}^+ a_{\vec{k}+\vec{q},s} b_{\vec{q}}^+ + a_{\vec{k}+\vec{q},s}^+ a_{\vec{k},s} b_{\vec{q}} \right)$$

аппроксимирующий гамильтониан имеет вид:

$$H_0(\lambda)=\sum_{\vec{k};s}T(k)\,a^+_{\vec{k},s}a_{\vec{k},s}+\sum_{\vec{q}}\omega(q)\,b^+_{\vec{q}}b_{\vec{q}}+$$
$$+\sum_{\vec{q}}f_q b^+_{\vec{q}}+\sum_{\vec{q}}f^*_q b^+_{\vec{q}}+\frac{g}{\sqrt{2V}}\sum_{\vec{k},\vec{q};s}\sqrt{\omega(q)}\times$$
$$\times\left(\lambda^*_q a^+_{\vec{k},s}a_{\vec{k}+\vec{q},s}+\lambda_q a^+_{\vec{k}+\vec{q},s}a_{\vec{k},s}\right).$$

В данном случае удается показать, что при $f_q=-\omega(q)\lambda_q$ $\langle H_1(\lambda)\rangle_{H_0(\lambda)}=0$ при любых λ_q. Кроме того, использование теоремы Вика-Блоха-де-Доминисиса позволяет установить, что для (II) условие (6) принимает вид

$$\lim_{\substack{V\to\infty\\ V/N=const}}\frac{1}{V}\ln\left\langle e^{-\beta H_1(\lambda_p=0)}\right\rangle_{H_0(\lambda_p=0)}=0$$

и выполняется. Уравнение самосогласования:

$$\lambda_p=\frac{g}{\sqrt{2V\omega(p)}}\sum_{\vec{k};s}\langle a^+_{\vec{k},s}a_{\vec{k}+\vec{p},s}\rangle_{H_0(\lambda)}. \qquad (12)$$

<u>В четвертой главе</u> диссертации исследуются свойства асимптотической коммутативности полевых операторов под знаком средней, взятой по гиббсовскому ансамблю с гамильтонианом H, при стремлении расстояния между группами частиц в системе к бесконечности в фиксированные моменты времени (§I и §2). Доказано, что для гамильтониана

$$H=\int\lambda(\vec{k})\,a^+(\vec{k})a(\vec{k})\,d\vec{k}+\sum_{m,n}\delta_{m,n}\left(\vec{k}_1,\vec{k}_2,\dots,\vec{k}_m\right|\cdot$$
$$\left|\vec{p}_1,\vec{p}_2,\dots,\vec{p}_n\right)\delta\left(\vec{k}_1+\vec{k}_2+\dots+\vec{k}_m-\vec{p}_1-\vec{p}_2-\dots-\vec{p}_n\right)\times$$
$$\times a^+(\vec{k}_1)a^+(\vec{k}_2)\dots a^+(\vec{k}_m)a(\vec{p}_1)a(\vec{p}_2)\dots a(\vec{p}_n)\,d\vec{k}_1 d\vec{k}_2\dots d\vec{k}_m d\vec{p}_1\dots d\vec{p}_n$$

в котором $\lambda(\vec{k})$ – гладкая функция, все производные которой имеют не более чем степенной рост; $\delta_{m,n}$ принадлежит пространству S, где S – пространство бесконечно-дифференцируемых и убывающих вместе со своими производными быстрее любой степени функций на $\mathbb{R}^{3(m+n)}$, условие асимптотической коммутативности

$$\left\langle\left[\psi(t_1,\vec{r}_1;\sigma_1),\,\psi(t_2,\vec{r}_2;\sigma_2)\right]_{\pm}\right\rangle\to 0 \quad \text{при} \quad |\vec{r}_1-\vec{r}_2|\to\infty$$

выполняется в каждом порядке теории возмущений.

В §3 данной главы рассмотрен принцип ослабления корреляций Боголюбова в модельных задачах, допускающих асимптотически точное решение по методу аппроксимирующего гамильтониана. В случае модельной системы вида

$$H=\sum_p\left[T(p)a^+_p a_p+K(p)a^+_p a^+_{-p}+c.c\right]+H_1,$$

где

$$H_1=-V\sum_{\alpha}G_\alpha(J_\alpha-C_\alpha)(J^+_\alpha-C^*_\alpha),$$
$$J_\alpha=\frac{1}{2V}\sum_p\lambda_\alpha(p)\,a^+_p a^+_{-p}$$

при условии выполнимости требований на функции $\lambda_\alpha(p)$, G_α и $K(p)$, наложенных в работе /4/, непосредственно доказана справедливость принципа ослабления корреляций в термодинамическом пределе. Доказательство основано на совпадении в термодинамическом пределе корреляционных средних, построенных для модельной и аппроксимирующей систем:

$$\Big|\langle\psi_{\delta_1}(t_1,\vec{r}_1;\sigma_1)\psi_{\delta_2}(t_2,\vec{r}_2;\sigma_2)\dots\psi_{\delta_n}(t_n,\vec{r}_n;\sigma_n)\rangle_H-$$
$$-\langle\psi_{\delta_1}(t_1,\vec{r}_1;\sigma_1)\psi_{\delta_2}(t_2,\vec{r}_2;\sigma_2)\dots\psi_{\delta_n}(t_n,\vec{r}_n;\sigma_n)\rangle_{H_0(C)}\Big|\leq \qquad (13)$$
$$\leq\varepsilon_V\to 0 \quad \text{при} \quad V\to\infty.$$

Поэтому, если мы докажем принцип ослабления корреляций для средних по $H_0(C)$, то его справедливость для первоначальных средних будет доказана. Поскольку же $H_0(C)$ имеет квадратичный по операторам рождения и уничтожения вид, то доказательство этого факта не представляет затруднений. При этом используется статистическая теорема Вика /II/ в случае средних, взятых по квадратичному гамильтониану. Простое доказательство этой теоремы для квадратичных гамильтонианов приведено в <u>Приложении</u>.

В Заключении диссертации дан краткий обзор и анализ полученных результатов.

Основные результаты, полученные в диссертации, можно сформулировать следующим образом:

1. В случае модельных систем кластерного типа при выполнимости свойства разбиения на пучки для корреляционных средних доказано совпадение уравнений для них с уравнениями для корреляционных средних, вычисляемых по аппроксимирующему гамильтониану, имеющему более низкую операторную степень.

2. Для фермиевских систем с дополнительной трансляционной инвариантностью существует термодинамически эквивалентный аппроксимирующий гамильтониан; параметры самосогласования определяются из соответствующих уравнений.

3. Уравнения самосогласования, получаемые из принципа термодинамической (по Венцелю) эквивалентности гамильтонианов, позволяют получить асимптотически точное решение при выполнении вариационного принципа типа фейнмановского для тривиального их решения.

4. Уравнения самосогласования имеют решения для широкого класса систем, включающих системы с парным взаимодействием.

5. В случае систем с гладким взаимодействием в каждом порядке теории возмущений доказана выполнимость условия асимптотической коммутативности полевых операторов под знаком гиббсовской средней.

6. Для модельных систем, допускающих асимптотически точное решение по методу аппроксимирующего гамильтониана, непосредственно доказан принцип ослабления корреляций Боголюбова.

Результаты диссертации опубликованы в работах:

1. А.М.Курбатов, Д.П.Санкович, ДАН СССР, т.242, №2, 316 (1978).
2. А.М.Курбатов, Д.П.Санкович, ОИЯИ, Р17-12132, Дубна, 1978.
3. А.М.Курбатов, Д.П.Санкович, ОИЯИ, Д17-10529, 32, Дубна, 1977.
4. А.М.Курбатов, Д.П.Санкович. Труды Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики, ОИЯИ, Д17-11490, Дубна, 1978, стр.98.

5. А.М.Курбатов, Д.П.Санкович, ОИЯИ, Р17-12130, Дубна, 1978.
6. А.М.Курбатов, Д.П.Санкович, ОИЯИ, Р17-12131, Дубна, 1978.
7. А.М.Курбатов, Д.П.Санкович, Препринт ИФ АН АзССР, №3, Баку, 1979.
8. Д.П.Санкович, Препринт ИФ АН АзССР, №7, Баку, 1979.
9. Д.П.Санкович, Препринт ИФ АН АзССР, №8, Баку, 1979.

Литература.

1. Н.Н.Боголюбов, Изв. АН СССР, Сер. физ., т.II, №1, 77 (1947); Н.Н.Боголюбов, ОИЯИ, Р-511, Дубна, 1960. N.N.Bogolubov, Physica, 26, 51 (1960).
2. Н.Н.Боголюбов, ОИЯИ, Р-1451, Дубна, 1963.
3. N.N.Bogolubov(Jr.), D.Ja.Petrina, JTP-77-41E, Kiev, 1977.
4. Н.Н.Боголюбов(мл.), Метод исследования модельных гамильтонианов, М., Наука, 1974.
5. А.М.Курбатов, Труды международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики, ОИЯИ, Д17-11490, 79, Дубна, 1978.
6. G.Wentzel, Phys.Rev., 120, 1572 (1960).
7. L.W.J. den Ouden, H.W.Capel, J.H.H.Perk, Systems with separable many-particle interactions, Leiden, June 1976; J.G.Brankov, N.S.Tonchev, V.A.Zagrebnov, Ann.of Phys., 107, 82 (1977).
8. Н.Н.Боголюбов, УФН, 67, вып.4, 549 (1959).
9. Ч.Дж.Петик, Д.тер Хаар, О модельном гамильтониане Лубана для неидеального Бозе-газа, в сб. Проблема многих тел и физика плазмы, М., Наука, 1967.
10. H.Fröhlich, Phys.Rev., 79, 845 (1950).
11. De Dominicis, Nucl.Phys., 7, 459 (1958).

Рукопись поступила в издательский отдел
26 июня 1979 года.