ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

17 - 12573

ЗДАНЬСКИ
Андрей Константинович

ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛЬНЫХ СИСТЕМ, ПРЕТЕРПЕВАЮЩИХ ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД ПОД ДЕЙСТВИЕМ БОЗОННОГО ПОЛЯ

Специальность 01.04.02 -
теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико–математических наук

Дубна 1979

Работа выполнена в лаборатории № 3II ВНИИНМАШ Госстандарта СССР и в лаборатории Проблем квантовой статистической физики МИАН СССР.

Научные руководители:

доктор физико-математических наук, профессор — Н.Н.Боголюбов (мл.)

кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник — А.М.Курбатов

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук — Б.И.Садовников

кандидат физико-математических наук — В.А.Загребнов

Ведущее научно-исследовательское учреждение:

Харьковский физико-технический институт АН УССР

Автореферат разослан "   " ______________ 1979 г.

Защита диссертации состоится "   " ________ 1979 г.

на заседании Специализированного ученого совета К047.0I.0I Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета, кандидат физико-математических наук — В.И.Журавлев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. В настоящее время в квантовой статистике существенное внимание уделяется получению асимптотически точных (при $V \to \infty$) решений термодинамической задачи (ТЗ) для модельных систем: нахождению плотности функции свободной энергии, параметров порядка, температур фазовых переходов (ФП), определению типов этих переходов и т.д. Эффективным методом решения таких задач, не поддающихся приближенному исследованию, основанному на общепринятых приемах "стандартной" теории возмущений, является метод аппроксимирующих гамильтонианов(I). Этот метод успешно применялся при решении ТЗ для широкого класса модельных гамильтонианов с дальнодействующим взаимодействием, в том числе и для систем с дальнодействующим характером взаимодействия бозонного поля с веществом - редуцированная одномодовая модель Дикке, модель KDP(2-5).

Однако, при переходе к более реалистическим моделям, в которых число степеней взаимодействия $k \sim N$ (нередуцированный гамильтониан Дикке, гамильтониан Фрелиха), система оценивающих неравенств традиционной техники аппроксимирующих гамильтонианов не приводит к необходимым асимптотическим оценкам и тем самым не дает возможности точно решать ТЗ для таких моделей. В то же время вышеуказанные гамильтонианы положены в основу описания таких явлений, как сверхизлучение (модель Дикке)(6), различных эффектов, связанных с взаимодействием электронов с фононами в твердом теле (модель Фрелиха)(7); распространение метода аппроксимирующих гамильтонианов на эти системы представляется интересной и важной задачей.

Цель работы. Обобщение метода аппроксимирующих гамильтонианов на системы с бесконечным числом взаимодействующих мод с различными видами взаимодействия, а также применение его для конкретных моделей: нередуцированная модель Дикке, модель Фрелиха и другие.

Научная новизна и практическая ценность. В диссертации впервые получена неаддитивная по степеням взаимодействия оценка, позволяющая распространить метод аппроксимирующих гамильтонианов на системы с бесконечным (в термодинамическом пределе) числом степеней взаимодействия, а также разработана методика специального огрубления неравенства Боголюбова, позволившая непосредственно перенести технику аппроксимирующих гамильтонианов на системы с различными видами взаимодействия. Впервые получены термодинамически эквивалентные (ТДЭ) исходным аппроксимирующие гамильтонианы для гамильтонианов Дикке и Фрелиха и соответствующие бесконечные системы нелокальных уравнений самосогласования.

Для гамильтониана Дикке в рамках обобщенного метода аппроксимирующих гамильтонианов получено решение ТЗ при произвольных константах взаимодействий в гамильтониане. Для модели Фрелиха рассмотрен специальный случай гамильтониана, приводящий к решениям ТЗ эквивалентным решениям задачи с гамильтонианом БКШ - Боголюбова.

Как полученное обобщение метода аппроксимирующих гамильтонианов, так и решение ТЗ могут найти применение при исследовании других моделей с бесконечным числом степеней взаимодействия.

Следующие результаты выдвигаются для защиты:

1. Получение неравенств для разности свободных энергий гамильтонианов с бесконечным числом взаимодействующих мод и различными видами взаимодействия, представляющих интерес в свете развития строгих методов исследования таких систем.

2. Построение аппроксимирующих гамильтонианов для моделей Дикке и Фрелиха; доказательство ТДЭ исходных и аппроксимирующих гамильтонианов.

3. Вычисление и анализ свободной энергии, параметров порядка, критической температуры, типа фазового перехода для модели Дикке.

4. Вычисление и анализ решения ТЗ для редуцированной модели Фрелиха. Доказательство эквивалентности данной модели БКШ-Боголюбова.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались на Международном симпозиуме по избранным проблемам статистической механики (Дубна, апрель 1977), на Международной школе по статистической физике (Ядвисин, Польша, сентябрь 1977), на Всесоюзном совещании по статистической физике (Москва, апрель 1978), на Международной школе по физике твердого тела (Львов, май-июнь 1978).

Публикации. По результатам диссертации опубликовано шесть печатных работ.

Объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения, содержит 108 страниц машинописного текста и библиографический список из 103 названий.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дан краткий анализ работ, посвященных строгим результатам в теории взаимодействия излучения с веществом и приложению метода аппроксимирующих гамильтонианов для получения точных решений термодинамической задачи для модельных гамильтонианов, описывающих взаимодействие бозонного поля с многочастичными системами.

В первой главе изложены результаты, касающиеся получения новых неравенств, составляющих основу модификации, необходимой для приложения метода аппроксимирующих гамильтонианов к полной (нередуцированной) модели Дикке и модели Фрелиха.

В первом параграфе анализируются основные неравенства, используемые в рамках метода аппроксимирующих гамильтонианов, и, исходя из необходимости исследования систем с бесконечным числом степеней взаимодействия и различных видов взаимодействия, ставится задача получения обобщенных неравенств.

Второй параграф посвящен доказательству неравенства Боголюбова для квантово-статистических систем, гамильтонианы которых содержат неограниченные по норме операторы:

$$\frac{1}{V}\langle \Delta H\rangle_{H_1+\Delta H} \le f(H_1+\Delta H)-f(H_1) \le \frac{1}{V}\langle \Delta H\rangle_{H_1}, \qquad (1)$$

где H_1 и $H_1+\Delta H$ - гамильтонианы, $f(H)\equiv -(\beta V)^{-1}\ln Sp\, e^{-\beta H}$ - плотность свободной энергии, V - объем системы, β - обратная температура, $\langle\ldots\rangle_H = Sp\ldots e^{-\beta H}/Sp\, e^{-\beta H}$ - температурные средние. Доказательство приводится в предположении существования пределов.

$$\lim_{V\to\infty} f(H)<\infty;\ \lim_{V\to\infty}\langle\Delta H\rangle_H<\infty;\ H=H_1,\ H_1+\Delta H.$$

В третьем параграфе доказывается неравенство, позволяющее получить неаддитивную по числу взаимодействующих мод q оценку разности плотностей свободной энергии гамильтонианов H_0 и $H_0+\sum_q A_q$

$$\Delta \le f\Big(H_0+\sum_q A_q\Big)-f(H_0) \le \frac{1}{V}\Big\langle \sum_q A_q\Big\rangle_{H_0}, \qquad (2)$$

где

$$\Delta = -\frac{1}{\beta V}\ln\Big[1+\frac{1}{2\beta}\sum_q\Big(\langle A_q\rangle_{H_0}+\langle A_q\rangle_{H_0+A_q}\frac{Sp\, e^{-\beta(H_0+A_q)}}{Sp\, e^{-\beta H_0}}\Big)\Big].$$

Неравенство (2) справедливо при выполнении следующих условий:

$$\sum_q\langle A_q\rangle_{H_{()}} \le \sum_{q\ne i}\langle A_q\rangle_{H_{()}};\quad H_{()}=H_0;\ H_0+\sum_q A_q;\ H_0+A_i. \qquad (3)$$

В четвертом параграфе рассматривается неравенство для гамильтонианов с взаимодействиями вида $H_{int} = \lambda AB+\lambda^* B^+A^+$, $H_{int}=|\lambda|^2AA^+$, $H_{int}=-|\lambda|^2AA^+$.

Для гамильтонианов типа $H=H_0+H_{int}$ доказывается неравенство:

$$\frac{1}{V}\langle(\lambda\overset{H}{\tilde A}\overset{H}{\tilde B}+э.с.)\rangle_H \le f(H)-f(H(c)) \le \langle(\lambda\overset{H(c)}{\tilde A}\overset{H(c)}{\tilde B}+э.с.)\rangle_{H(c)}\frac{1}{V} \qquad (4)$$

$$\frac{|\lambda|^2}{V}\langle\overset{H}{\tilde A}\overset{H}{\tilde B}{}^+\rangle \le f(H)-f(H(c)) \le \frac{|\lambda|^2}{V}\langle\overset{H(c)}{\tilde A}\overset{H(c)}{\tilde A}{}^+\rangle_{H(c)}$$

$$-\frac{|\lambda|^2}{V}\langle\overset{H}{\tilde A}\overset{H}{\tilde A}{}^+\rangle \le f(H)-f(H(c)) \le -\frac{|\lambda^2|^2}{V}\langle\overset{H(c)}{\tilde A}\overset{H(c)}{\tilde A}{}^+\rangle_{H(c)},$$

где введены обозначения:

$$\overset{H}{\tilde L}=L-\langle L\rangle_H;\ \overset{H(c)}{\tilde L}=L-\langle L\rangle_{H(c)};\ L=A,B,A^+,B^+.$$

$$H(c)=H-(\lambda\overset{H(c)}{\tilde A}\overset{H(c)}{\tilde B}+э.с.);\ H(c)=H-|\lambda|^2(\overset{H(c)}{\tilde A}\overset{H(c)}{\tilde A}{}^+),\ H(c)=H+|\lambda|^2(\overset{H(c)}{\tilde A}\overset{H(c)}{\tilde A}{}^+).$$

Две последующие главы посвящены решению термодинамической задачи для гамильтониана Дикке.

Во второй главе строится аппроксимирующий гамильтониан $H_D(c)$ и с помощью неравенств, полученных в первой главе, доказывается его ТДЭ исходному гамильтониану Дикке H_D. Будучи существенно проще по структуре, гамильтониан

$H_D(c)$ является, как видно из дальнейшего, основой для точного решения термодинамической задачи для системы, описываемой гамильтонианом H_D.

В пятом параграфе описывается полный (нередуцированный) модельный гамильтониан Дикке

$$H = \sum_q \omega_q b_q^+ b_q + \varepsilon \sum_j S_j^z + \sum_q (\lambda_q b_q S_q^+ + \text{э.с.}). \tag{5}$$

Гамильтониан описывает свободное электромагнитное поле (в общем случае систему невзаимодействующих бозе-частиц) – $H_0^{(f)}$, вещество, моделируемое двухуровневыми объектами – $H_0^{(m)}$, и взаимодействие между полем и веществом – $H_{int}^{(fm)}$, причем, q-ая мода поля взаимодействует с q-ой фурье-компонентой спиновых операторов, $S_q^{\pm} = (V)^{-1/2} \sum_j S_j^{\pm} e^{\pm i \vec{q}\vec{z}_j}$; b_q, b_q^+ – бозе операторы.

Шестой параграф посвящен построению аппроксимирующего гамильтониана Дикке. Построенный гамильтониан имеет вид

$$H_D(c) = \sum_q \omega_q \tilde{b}_q^{+} \tilde{b}_q + \varepsilon \sum_j S_j^z - \sum_q \frac{|\lambda_q|^2}{\omega_q} (\langle S_q^- \rangle S_q^+ + \langle S_q^+ \rangle S_q^-) + \sum_q \frac{|\lambda_q|^2}{\omega_q} \langle S_q^- \rangle \langle S_q^+ \rangle, \tag{6}$$

где $\langle \ldots \rangle \equiv \langle \ldots \rangle_{H_D(c)}$. Отмечено, что из $4N$ уравнений самосогласования $2N$ линейны

$$\begin{cases} \langle b_q \rangle = \lambda_q^* \langle S_q^- \rangle / \omega_q \\ \langle b_q^+ \rangle = \lambda_q \langle S_q^+ \rangle / \omega_q. \end{cases} \tag{7}$$

Исследование термодинамики модели с гамильтонианом (6) сводится к исследованию лишь $2N$ нелинейных уравнений

$$\begin{cases} \langle S_q^+ \rangle = Sp\, S_q^+ e^{-\beta H(c)} / Sp\, e^{-\beta H(c)} \\ \langle S_q^- \rangle = Sp\, S_q^- e^{-\beta H(c)} / Sp\, e^{-\beta H(c)}. \end{cases} \tag{8}$$

Задача установления ТДЭ гамильтонианов H_D и $H_D(c)$, в которых число взаимодействующих мод $q \sim N$, может быть решена с помощью неравенства (2). Для его применения необходимо установить предварительные оценки для разности свободных энергий $f(H_D(c))$ и $f(H_D^q)$, где H_D^q – так называемый одномодовый гамильтониан

$$H_D^q = H_D(c) + (\lambda_q \underset{H_D(c)}{\tilde{b}_q} \underset{H_D(c)}{\tilde{S}_q^+} + \text{э.с.}). \tag{9}$$

Такая оценка проведена в седьмом параграфе диссертации. Применяя неравенство (3) и выражая средние от неограниченных по норме операторов через средние от ограниченных по норме, получим следующую оценку:

$$|f(H_D(c)) - f(H_D^q)| \leq \varepsilon \left(\frac{1}{V^{1/2}} \frac{|\lambda_q|^2}{\omega_q} \right). \tag{10}$$

В восьмом параграфе, после проверки условий (3), получена оценка для разности

$$|f(H_D) - f(H_D(c))| \leq \frac{k_1 \ln V}{V^{\alpha}} + \frac{k_2 \ln V}{V}, \tag{11}$$

где $k_1, k_2 < \infty$; $\max_q |\lambda_q|^2/\omega_q \leq A V^{1/2-\alpha}$. Оценка (11) утверждает ТДЭ $(\lim_{V\to\infty} |\Delta f| = 0)$ при $\alpha > 0$ гамильтонианов (5) и (6), что позволяет решить термодинамическую задачу для гамильтониана Дикке, исследуя термодинамическое поведение аппроксимирующего гамильтониана. Такое исследование проведено в третьей главе, в которой и рассмотрены различные конкретизации модели.

В девятом параграфе из уравнений самосогласования (7), путем диагонализации спиновой части гамильтониана (6) получена система $2N$ трансцендентных уравнений, связывающих c - числа $\{\langle S_q^+\rangle\}$ и $\{\langle S_q^-\rangle\}$

$$\langle S_j^+\rangle = (V)^{-1}\sum_i \langle S_i^-\rangle \varphi_{ij}\, th(\beta \mathcal{R}_j/2)/\mathcal{R}_j \qquad (12)$$

$$\langle S_j^-\rangle = V^{-1}\sum_i \langle S_i^+\rangle \varphi_{ij}^*\, th(\beta \mathcal{R}_j/2)/\mathcal{R}_j,$$

где

$$\varphi_{ij} = \sum_q \frac{|\lambda_q|^2}{\omega_q} e^{-i\vec{q}(\vec{z}_i-\vec{z}_j)}; \quad \mathcal{R}_j = \sqrt{\varepsilon^2 + 4(V)^{-2}\left|\sum_i \langle S_i^-\rangle \varphi_{ij}\right|^2}.$$

Система (12) представляет собой обобщение уравнений самосогласования метода молекулярного поля.

Кроме того, получены уравнения компенсации, связывающие Δ_q — макроскопическое заполнение фотонной моды q с упорядочением в спиновой подсистеме

$$\Delta_q \equiv \langle b_q^+ b_q\rangle_{H_0(c)} - \langle b_q^+ b_q\rangle_{H_0^{(f)}} = \frac{|\lambda_q|^2 |\langle S_q^-\rangle|^2}{\omega_q^2} \qquad (13)$$

В десятом параграфе получено частное решение системы (12) для редуцированного гамильтониана H_{HL} $(\lambda^{HL} = \lambda_q \delta_{qq_0})$, совпадающее с решением Хеппа и Либа.

В одиннадцатом параграфе рассмотрен гамильтониан с константами

$$\lambda_q = \lambda_0 \sqrt{\omega_q} \quad \Longrightarrow \quad \frac{|\lambda_q|^2}{\omega_q} = const. \qquad (14)$$

Решения уравнений (12) показывают, что система с гамильтонианом данного типа претерпевает, при температуре

$\beta_c = (2/\varepsilon)\, arcth(\varepsilon/|\lambda_0|^2)$, фазовый переход II-го рода. При этом параметры порядка в спиновой и фотонной подсистемах удовлетворяют уравнениям

$$\begin{cases} |\langle S_q^+\rangle| = \dfrac{(\mathcal{R}^2-\varepsilon^2)^{1/2}}{2|\lambda_0|^2}; \\ \Delta_q = \dfrac{(\mathcal{R}^2-\varepsilon^2)}{4\omega_q} \end{cases} \quad \mathcal{R} = \begin{cases} \varepsilon & \beta < \beta_c \\ \mathcal{R}_2 & \beta > \beta_c \end{cases} \qquad (15)$$

$$\mathcal{R}_2 = th(\beta\mathcal{R}_2/2),$$

где q - некоторый выбранный произвольный волновой вектор. При этом решения уравнений (15) совпадают с решениями для соответствующей модели Хеппа-Либа с константой $\lambda^{HL} = \lambda_q$. Основным отличием данной модели от модели Хеппа-Либа является состояние термодинамически безразличного равновесия по отношению к заполненной моде, именно: заполнение может происходить на любой q - ой моде. При этом

$$f(H(C_q)) = f(H(C_{q'})) = f(H_D). \qquad (16)$$

в то же время как для модели с $\lambda^{HL} = \lambda_0 \delta_{qq_0}$, эта мода единственна.

В двенадцатом параграфе исследуется общий случай для произвольной зависимости λ от q, с тем лишь ограничением, что $\max_q |\lambda_q|^2/\omega_q < \infty$. С помощью неравенства Боголюбова (1), используя результаты исследования двух предыдущих моделей, можно показать, что в такой системе происходит фазовый переход II-го рода, при котором в спиновой подсистеме наступает макроскопическое упорядочение, а в бозонной подсистеме - макроскопическое заполнение q_0 - ой лидирующей моды, определяемой условием

$$\chi_{qq_0} \equiv \lambda_{q_0}^* \lambda_q + \lambda_{q_0}\lambda_q^* - 2|\lambda_q|^2 > 0. \qquad (17)$$

При этом $\chi_{q_0 q_0} = 0$, а параметры порядка совпадают с параметрами порядка в модели Хеппа-Либа, константы в гамильтониане которой выбраны из условия

$$\frac{|\lambda^{HL}|^2}{\omega_{q_0}} = \frac{|\lambda_{q_0}|^2}{\omega_{q_0}} . \qquad (18)$$

В тринадцатом параграфе рассмотрены гамильтонианы с константами, удовлетворяющими условиям (I8), и показано, что в этом случае модель термодинамически неустойчива, а именно:

$$\lim_{V \to \infty} f(H_0(c)) = -\infty . \qquad (19)$$

В четырнадцатом параграфе подведены итоги исследования модели Дикке и дана классификация решений ТЗ в зависимости от соотношений между константами исходного гамильтониана.

В четвертой главе решается задача получения аппроксимирующего гамильтониана ТДЭ гамильтониану Фрелиха и рассматривается редуцированный фрелиховский гамильтониан ТДЭ модели БКШ-Боголюбова.

В пятнадцатом параграфе данной главы описывается гамильтониан Фрелиха

$$H_F = \sum_k \varepsilon_k a_k^+ a_k + \sum_q \omega_q b_q^+ b_q + \sum_q \Big(\lambda_q b_q \sum_k a_k^+ a_{k-q} + э.с\Big) \qquad (20)$$

где b_q , b_q^+ - бозе, a_k , a_k^+ - ферми операторы.

В шестнадцатом параграфе, исходя из принципов, лежащих в основе метода аппроксимирующих гамильтонианов, построен аппроксимирующий гамильтониан

$$H_F(c) = \sum_k \varepsilon_k a_k^+ a_k + \sum_q \omega_q \overset{H_F(c)}{\widetilde{b_q^+}} \overset{H_F(c)}{b_q} - \sum_q \frac{|\lambda_q|^2}{\omega_q}\big(\langle \rho_{-q}\rangle \rho_q + э.с\big) + \sum_q \frac{|\lambda_q|^2}{\omega_q} |\langle\rho_q\rangle|^2 \qquad (21)$$

и получена система уравнений самосогласования

$$\begin{cases} \langle b_q \rangle_{H_F(c)} = \lambda^* \langle \rho_{-q} \rangle_{H_F(c)} / \omega_q \\ \langle b_q^+ \rangle_{H_F(c)} = \lambda \langle \rho_{+q} \rangle_{H_F(c)} / \omega_q \end{cases} ; \quad \rho_q = \sum_k a_k^+ a_{k-q} . \qquad (22)$$

Семнадцатый параграф посвящен предварительным оценкам разности плотности свободной энергии гамильтонианов $H_F(c)$ и одномодового гамильтониана H_F^q

$$H_F^q = H_F(c) + \big(\lambda_q \overset{H_F(c)}{b_q} \overset{H_F(c)}{\rho_{+q}} + э.с.\big). \qquad (23)$$

При этом получена оценка

$$\big| f(H_F(c)) - f(H_F^q) \big| \leq \varepsilon \Big(\frac{B}{V}^{1/2}\Big)$$

$$B = \max_q |\lambda_q|^2/\omega_q < A V^{1/2-\alpha} . \qquad (24)$$

В восемнадцатом параграфе, на основе неравенства (2) и оценки (24), установлена ТДЭ гамильтонианов H_F и $H_F(c)$. Разность $|\Delta f|$ замажорирована величиной:

$$|\Delta f| = |f(H_F) - f(H_F(c))| \leq \frac{K \ln V}{V^\alpha} + \frac{K_0 \ln V}{V} \qquad (25)$$

и $\lim\limits_{V \to \infty} |\Delta f| = 0$ при $\alpha > 0$.

В девятнадцатом параграфе введен редуцированный гамильтониан Фрелиха

$$H_F^R = H_0^{(f)} + H_0^{(el)} + \sum_q \Big[c_q b_q \Big(\sum_K a^+_{K,1/2} a^+_{K,-1/2} + э.с\Big) + э.с.\Big] \qquad (26)$$

и построен аппроксимирующий

$$H_F^R(c) = H_F^R - \sum_q \Big[c_q \overset{H_F^R(c)}{b_q} \overbrace{\Big(\sum_K a^+_{K,1/2} a_{K,-1/2} + э.с\Big)}^{H_F^R(c)} + э.с.\Big] . \qquad (27)$$

С помощью результатов параграфов I6, I7 и I8 показана ТДЭ БКШ-Боголюбова и редуцированного гамильтониана Фрелиха.

При этом параметры порядка в электронной и бозонной подсистемах соответственно равны: $\left(\sum_q |C_q|^2/\omega_q \equiv g_{БКШ}\right)$

$$\begin{cases} \frac{1}{V}\langle \sum_k a^+_{k\,1/2} a^+_{k-1/2} \rangle_{H^R_F(C)} = \frac{1}{V}\langle {\sum_k}' a^+_{k\,1/2} a^+_{k-1/2} \rangle_{H_{БКШ}}, \\ \frac{1}{V}\langle \sum_k a_{k\,1/2} a_{k,-1/2} \rangle_{H^R_F(C)} = \frac{1}{V}\langle {\sum_k}' a_{k\,1/2} a_{k-1/2} \rangle_{H_{БКШ}} \end{cases} ; \quad \frac{\Delta C_{N-S}}{C_N} = \frac{5 C_N^3 h^3 g |\eta|^2 \pi^2}{18 k^4 T^4}, \qquad (28)$$

В двадцатом параграфе обсуждаются полученные в данной главе результаты и намечаются пути дальнейшего исследования гамильтониана Фрелиха в рамках метода аппроксимирующих гамильтонианов.

В заключении приводятся основные результаты, полученные в диссертации.

Основные результаты, полученные в диссертации

I. Получены неравенства для разности свободных энергий гамильтонианов с бесконечным числом взаимодействующих мод и различными видами взаимодействия, представляющие интерес в свете развития строгих методов исследования таких систем.

2. Для модели Дикке построен аппроксимирующий гамильтониан. Для гамильтонианов с линейно-билинейным взаимодействием найден способ выражения оцениваемых средних от неограниченных по норме операторов через средние от операторов, ограниченных по норме. Разработана двухступенчатая методика оценки ТДЭ исходного и аппроксимирующего гамильтониана, опирающаяся на полученные в диссертации неравенства, и получена оценка близости свободных энергий гамильтониана Дикке и аппроксимирующего.

3. Получено решение ТЗ для модели Дикке при произвольном числе мод и любых ограниченных константах взаимодействия. При неограниченных константах взаимодействия функция плотности свободной энергии расходится в термодинамическом пределе. Различные решения классифицированы по параметру $|\lambda_q|^2/\omega_q$ и сделан вывод о совпадении решений ТЗ модели Дикке и ее частного вида – модели Хеппа-Либа, константы взаимодействия в которой выбраны следующим образом:

$$\omega_{q_0}^{HL} = \omega_{q_0}^{D}; \quad |\lambda_{q_0}^{D}|^2/\omega_{q_0}^{D} = (\omega_{q_0}^{HL})^{-1} |\lambda_{q_0}^{HL}|^2.$$

4. Построен аппроксимирующий гамильтониан для модели Фрелиха и показана его ТДЭ исходному, что позволило сделать определенные выводы о параметрах порядка в электронной и бозонной подсистемах. Построен редуцированный гамильтониан Фрелиха, для которого получено асимптотически точное решение ТЗ. Показано совпадение этих решений с соответствующими приближенными решениями для полной модели Фрелиха.

Результаты работы опубликованы в работах:

I. А.К.Зданьски, А.М.Курбатов. Международный симпозиум по избранным проблемам статистической механики.ОИЯИ, Д I7-I0525, стр.I9, Дубна, 1977.

2. А.К.Зданьски, А.М.Курбатов. Препринт ИТФ-79-4IP Киев, 1979.

3. А.К.Зданьски, А.М.Курбатов. Международный симпозиум по избранным проблемам статистической механики. ОИЯИ, ДI7-I0525, стр.22, Дубна, 1977.

4. А.К.Зданьски, А.М.Курбатов. Препринт ИФ АзССР,№ 4, Баку, 1979.

5. А.К.Зданьски, А.М.Курбатов. Препринт ИФ АзССР, № 2, Баку, 1979.

6. А.К.Зданьски, А.М.Курбатов. Препринт ИФ АзССР, № 9, Баку, 1979.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н.Н.Боголюбов (мл.). Метод исследования модельных гамильтонианов. М., "Наука", 1974.
2. K.Hepp, E.H.Lieb, Ann.of Phys. 76, 360 (1973).
3. Й.Г.Бранков, В.А.Загребнов, Н.С.Тончев, ТМФ 22, 20 (1975).
4. K.J.Kobayashi, Phys.Soc.Japan 24, 497(1968). 497(1968).
5. А.М.Курбатов, В.Н.Плечко. ТМФ, 26, 109 (1976).
6. R.H.Dicke, Phys.Rev. 93, 99 (1954).
7. H.Fröhlich, H.Pelzer, S.Zenau Phil. Mag. 41, 221 (1950).

Рукопись поступила в издательский отдел
22 июня 1979 года.