

M-876

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

17 - 11491

МОЩИНСКИЙ
Борис Владимирович

МЕТОД ИНТЕГРИРОВАНИЯ
В ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ
ДЛЯ КВАНТОВОСТАТИСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Специальность 01.04.02 - теоретическая
и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Дубна 1978

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики
Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель -
доктор физико-математических наук

В.К. ФЕДЯНИН

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук

Н.Н. БОГОЛЮБОВ /мл./

доктор физико-математических наук

В.Н. ПОПОВ

Ведущее научно-исследовательское учреждение:
Ленинградский государственный университет им. А.А. Жданова.

Автореферат разослан " " _____ 1978 года.

Защита диссертации состоится " " _____ 1978 года
на заседании специализированного Ученого совета К047.01.01
Лаборатории теоретической физики Объединенного института
ядерных исследований, г. Дубна, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета

В.И. ЖУРАВЛЕВ

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работ. Методы континуального интегрирования в функциональных пространствах в последнее время находят все более широкое применение в различных областях теоретической физики. С развитием этих методов связываются надежды и попытка выхода за рамки традиционных теорий, основанных на стандартной теории возмущения. В последнее время большой интерес в теоретической физике вызывает проблемы, которые не поддаются исследованию, если основываться на общепринятых приемах, использующих "стандартную" теорию возмущения. Упомянем здесь только такие проблемы, как построение точных решений в термодинамическом пределе для квантостатических моделей, критические явления и фазовые переходы, задачи с сильным взаимодействием (проблема полупрона), расчет высших порядков теории возмущения. Методы континуального интегрирования в этих случаях представляют удобный, а иногда и единственный путь исследования таких проблем. Особенно привлекательной здесь представляется возможность разработки различных аппроксимационных процедур при вычислении возникающих функциональных квадратур, непосредственно не связанных с наличием в теории малого параметра.

Цель работы. Целью диссертационной работы является представление различных термодинамических средних и корреляционных функций широкого класса систем статистической механики континуальными интегралами и исследование термодинамических свойств изобранных квантостатистических моделей на основе различных аппроксимационных процедур вычисления возникающих функциональных квадратур.

1
Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Научная новизна. В диссертационной работе получены представления для термодинамических величин широкого класса моделей статистической физики в виде функциональных квадратур и на основе современных представлений о роли флуктуаций в статистических системах исследовано их поведение в термодинамическом пределе.

Объем работы. Диссертация состоит из трех глав: Математического дополнения к главе первой, заключения и библиографического списка литературы, состоящего из 159 наименований. Общий объем диссертации с приложениями — III листов машинописного текста.

Апробация работ. Основные результаты работы докладывались на Международной школе по теоретической физике (Карпач, ПНР, 1977), на Международном симпозиуме по избранным проблемам статистической механики (ОИЯИ, Дубна, апрель 1977), на Всесоюзной конференции по магнетизму (Донецк, 1977), на семинарах Лаборатории теоретической физики ОИЯИ (Дубна), на семинарах отдела статистической механики МИАН'а, на семинарах кафедры физики твердого тела МИРЭА.

Публикации. По результатам диссертационной работы опубликовано двенадцать печатных работ (список прилагается).

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во Введении к первой главе (§ 1) дается краткий обзор применения методов континуального интегрирования в теоретической физике. В §1 также излагается краткое содержание диссертационной работы.

Во втором параграфе главы I получено представление термодинамических средних и корреляционных функций в виде функциональных квадратур для систем, описываемых гамильтонианом:

$$H = H_0 + \frac{1}{2} \sum_{j,j'} \int dz dz' J_{jj'}(z,z') L_{jz}^+ L_{j'z'} \quad (I)$$

по флуктуирующим полям, соответствующим линейно-независимым операторам L_{jz} в представлении взаимодействия.

В третьем параграфе главы I предложена аппроксимационная процедура вычисления функциональных квадратур при предположении малости флуктуаций в системе. Предложенная аппроксимационная процедура математически соответствует методу перевала по флуктуирующим полям для функциональных квадратур § 2 и приводит к описанию флуктуаций в системе, обобщающему приближение Орнштейна-Цернике. В этом же приближении получено также дисперсионное уравнение для возможных коллективных колебаний в системе, описываемой гамильтонианом (I) без учёта процессов взаимодействия частиц коллективных возбуждений.

В четвертом параграфе главы I на основании обобщения известного неравенства Н.Н. Боголюбова для свободных энергий развит функциональный аналог вариационного принципа Н.Н. Боголюбова применительно к функциональным квадратурам § 2. Метод представляет собой самосогласованную теорию флуктуаций, приводящую к самосогласованному преобразованию флуктуирующих полей и самосогласованной ренормировке соответствующих пропагаторов. На языке квазичастиц коллективных возбуждений (для

квантовых систем) "вариационное приближение" позволяет "термодинамически" в среднем учесть все процессы взаимодействия квазичастиц коллективных возбуждений. В этом же параграфе самосогласованная теория флуктуаций иллюстрируется на примере модели Изинга.

§§ 5,6 представляют Математическое дополнение к главе I.

В пятом параграфе даётся математически строгое определение континуального интеграла по гауссовым мерам. Приводятся выражения также для простейших функциональных квадратур.

В шестом параграфе устанавливается связь между некоторыми уравнениями в вариационных производных и континуальными интегралами.

Вторая глава диссертационной работы посвящена применению методов функционального интегрирования, развитых в главе I, к некоторым модельным задачам статистической механики.

Во введении к главе II (§ 7) дан краткий обзор техники мажорационных оценок и аппроксимирующих гамильтонианов Н.Н. Боголюбова (мл.), которая представляет собой современный метод исследования модельных задач статистической физики.

В восьмом параграфе главы II проводится исследование асимптотики свободной энергии кластерной спиновой модели. Найдено точное значение свободных энергий в термодинамическом пределе при $N \rightarrow \infty$ и получена оценка близости:

$$\Delta = f - f_N = \frac{c}{N}, \quad f_N = -\frac{c}{N} \ln \text{sp}(e^{-\beta H}), \quad f = \lim_{N \rightarrow \infty} f_N, \quad (2)$$

где H - гамильтониан системы, N - число спинов. В модели Изинга с взаимодействием "всех со всеми" аналитически показано, что имеет место смена лидирующей асимптотики $\sim N^{-1}$ для Δ в критической точке фазового перехода на асимптотику $\sim N^{-1} \ln N$.

В девятом параграфе рассматривается модель Гейзенберга с дальновдействием. Исследование функционального представления свободной энергии этой модели методом перевала привело к выражению для лидирующей асимптотики:

$$\Delta = f - f_N \sim \frac{c}{N} \quad (3)$$

везде кроме области $h=0, \epsilon \leq \epsilon_c$. В области $h=0, \epsilon \leq \epsilon_c$ существуют бесконечные голдстоуновские и критические флуктуации, которые меняют асимптотику для Δ .

В десятом параграфе главы II функциональными методами, развитыми в главе, исследуется модель Дикке, которая упрощенно описывает картину взаимодействия между системой из двухуровневых молекул, помещенных в резонатор, с квантованным линейнополяризованным светом на частоте ω . Найдено точное решение задачи в термодинамическом пределе и показано, что $\Delta \sim \frac{c}{N}$ везде кроме критической точки.

Глава III посвящена более реалистичным квантостатистическим моделям.

В одиннадцатом параграфе главы III проводится исследование анизотропной модели Гейзенберга с анизотропным биквадратичным обменом. Функциональные методы в этом случае дают удобный аппарат как для исследования самосогласованных результатов, так и малых флуктуационных поправок. Наличие двух параметров порядка в модели - магнитного и квадрупольного -

— приводит к весьма нетривиальным особенностям в поведении таких систем: связи флуктуаций этих параметров порядка, новым ветвям коллективных возбуждений, новым фазовым переходам в таких системах.

В двенадцатом параграфе главы III функциональными методами проводятся исследования энергии и массы полярона при конечных температурах. Используя каноническое преобразование Н.Н. Боголюбова, удалось получить замкнутое выражение для энергии и массы полярона при конечных температурах, затем исследования ведутся при произвольных константах связи электрона с решеткой как на основании теории возмущения для возникающих функциональных квадратур, так и на основе функционального аналога вариационного метода Н.Н. Боголюбова. Так, например, при малых константах связи и низких температурах имеем:

$$\varepsilon(0) = -\omega \left(\alpha - \frac{\alpha \theta}{2\omega} \right), \quad m^* = \left[1 + \frac{\alpha}{6} - \frac{\alpha \theta}{4} \right] \mu$$

В тринадцатом параграфе изучается модельный гамильтониан зонной теории магнетизма. С помощью техники мажорирующих оценок и аппроксимирующих гамильтонианов найдено точное решение задачи в термодинамическом пределе и проведено исследование нелинейных интегральных уравнений для параметров порядка модели.

В Заключении сформулированы основные результаты, полученные в диссертации.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Получены точные представления термодинамических величин широкого класса систем статистической физики континуальными интегралами.

2. На основе современных представлений о роли флуктуаций разработана аппроксимационная процедура вычисления функциональных квадратур в предположении малости флуктуаций.

3. Получено общее дисперсионное уравнение для спектра коллективных колебаний широкого класса систем квантовой статистики.

4. На основании функционального аналога вариационного метода Н.Н. Боголюбова разработана процедура вычисления континуальных интегралов, представляющих статистические средние "в среднем", термодинамически учитывающая процессы взаимодействия флуктуаций.

5. Установлена связь между функциональными уравнениями в вариационных производных, их решениями и континуальными интегралами.

6. Получена точная асимптотика для кластерной модели Изинга.

7. Установлена смена асимптотики для кластерной модели Изинга при переходе системы через точку фазового перехода II рода.

8. Получены точные асимптотические оценки для модели Гейзенберга с дальним действием.

9. Исследована точная асимптотика модели Дикка в термодинамическом пределе.

Ю. На основе развитых в диссертационной работе методов изучения анизотропная модель Гейзенберга с анизотропным биквадратичным обменом. Получены и исследованы первые корреляционные функции системы и спектр коллективных возбуждений.

И. Проведено исследование энергии и массы полярона при конечных температурах.

И2. Математически строго доказано существование и найдено решение для свободной энергии модельного гамильтониана зонной теории магнетизма.

РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ ОПУБЛИКОВАНЫ В РАБОТАХ:

1. Б.В. Мошинский, В.К. Федянин. ОИЯИ, Р4-8575, Дубна, 1975.
2. Б.В. Мошинский, В.К. Федянин. ТМФ, 24, № 3, 419-424, 1975.
3. S.S. Lapushkin, V.V. Moschchinsky, V.K. Fedyanin. JINR, E4-8816, Dubna, 1975.
4. Б.В. Мошинский, В.К. Федянин. ОИЯИ, РГ7-10084, Дубна, 1976.
5. Б.В. Мошинский, В.К. Федянин. "Международный симпозиум по избранным проблемам статистической механики", Сборник аннотаций. ОИЯИ, Д17-10529, Дубна, 1977, стр. 36.
6. Б.В. Мошинский, В.К. Федянин. "Международный симпозиум по избранным проблемам статистической механики", Сборник аннотаций. ОИЯИ, Д17-10529, Дубна, 1977, стр. 38.
7. Б.В. Мошинский, В.К. Федянин. ТМФ, 31, № 1, 101, 1977.
8. М.А. Савченко, Б.В. Мошинский, А.В. Стефанович. "Тезисы докл. Всесоюзной конференции по магнетизму" Изд. Донецкого физико-технологического института АН УССР, Донецк, 1977.
9. Б.В. Мошинский, В.К. Федянин. ТМФ, 32, № 1, 96, 1977.

- Ю. Б.В. Мошинский, В.К. Федянин. "Международный симпозиум по избранным проблемам статистической механики", Сборник аннотаций, ОИЯИ, Д17-10529, Дубна, 1977, стр. 38.
- И. Н.Н. Евтихийев, Б.В. Мошинский. Труды МИРЭА в. 82, 1975.
- И2. Б.В. Мошинский, В.К. Федянин. "Функциональное интегрирование в спиновых моделях", Лекции на Международной школе по теоретической физике, Карпат, 1977, Польша.

Рукопись поступила в издательский отдел
5 мая 1978 года.