ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

1673

Ду Юань-цай, У Цзун-фан, Хуан Цзу-чжань, Шэнь Цун-хуа

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

КРИВЫЕ ФАЗОВОГО ОБЪЕМА И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ К ИЗУЧЕНИЮ РЕЗОНАНСОВ

ЧАСТЬ I (πN)

1964

Ду Юань-цай, У Цзун-фан, Хуан Цзу-чжань, Шэнь Цун-хуа

1673

КРИВЫЕ ФАЗОВОГО ОБЪЕМА И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ К ИЗУЧЕНИЮ РЕЗОНАНСОВ

ЧАСТЬ I (πN)

Дубна 1964

В в е д е н и е

За последние годы много работ посвящено поиску различных резонансов и определению их свойств, характеризующихся массой, шириной пика резонанса и другими квантовыми числами. При экспериментальном исследовании возможности существования какого-то резонанса нужно сравнивать экспериментальную кривую распределения по эффективной массе, состоящей из некоторых частиц, для данного процесса с теоретической кривой, т.е. с кривой фазового объема распределения по эффективной массе, чтобы точно оценить статистический фон и определить возможность существования этого резонанса. До сих пор большинство исследований резонансов выполнено в области небольших энергий. При этом число частиц в конечном состоянии, вообще говоря, небольшое, и можно считать все частицы конечного состояния определенными. Но в области высокой энергии число частиц в конечном состоянии становится большим и не всегда возможно различать и регистрировать все частицы. Поэтому задача усложняется. Учитывая необходимость экспериментального исследования резонансов при высокой энергии, мы рассчитали кривые фазового объема некоторых главных процессов для взаимодействия πN, NN и KN при 1 – 10 Гэв.

В этой статье получена также общая формула, которая может быть использована для построения экспериментальной кривой распределения по эффективной массе, состоящей из нескольких произвольных частиц. Так как в этой формуле эффективная масса, состоящая из нескольких произвольных частиц, выражается через функции различных двухчастичных эффективных масс, то с ее помощью можно изучать каскадные свойства многочастичных резонансов [1].

1. Вычисления кривых фазового объема для распределений по эффективный массе.

В настоящем параграфе приведены формулы для вычисления кривых фазового объема, которые затем будут использованы для сравнения с экспериментальными кривыми.

1) Формулы для вычисления.

В качестве исходного в наших формулах используется следующее выражение:

$$W = \int \frac{d^3P_1}{2P_{10}} \frac{d^3P_2}{2P_{20}} \frac{d^3P_3}{2P_{30}} \dots \frac{d^3P_n}{2P_{n0}} \delta^4\Big(\sum_{i=1}^{n} P_i - P\Big). \qquad (1)$$

Очевидно, такое определение фазового объема является лоренцовски инвариантным. После несложного математического преобразования выражение для фазового объема можно переписать так[2], что эффективные массы $\mathfrak{M}_{io}$ становятся переменными:

$$W = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{n-1} \int G^{(1)}(m_1^2, m_2^2, \mathfrak{M}_{2o}^2)\, G^{(2)}(\mathfrak{M}_{2o}^2, m_3, \mathfrak{M}_{3o}^2) \ldots \tag{2}$$

$$G^{(n-1)}(\mathfrak{M}_{(n-1)}^2, m_n^2, \mathfrak{M}_{no}^2)\,.\, d\mathfrak{M}_{2o}^2\, d\mathfrak{M}_{3o}^2 \ldots d\mathfrak{M}_{(n-1)o}^2 .^{x)}$$

Здесь $G^{(i)}$ имеет вид

$$G^{(i)} = \left[1 - 2\,\frac{(\mathfrak{M}_{io}^2 + m_{i+1}^2)}{\mathfrak{M}_{(i+1)o}^2} + \left(\frac{\mathfrak{M}_{io}^2 - m_{i+1}^2}{\mathfrak{M}_{(i+1)o}^2}\right)^2\right]^{1/2},$$

а $\mathfrak{M}_{1o} = m_1$, $\mathfrak{M}_{no} = E$, – полная энергия в с.ц.м. Из выражения (2) можно получить формулы распределения вероятности по $\mathfrak{M}_i$ ($\mathfrak{M}_i$ – эффективная масса, состоящая из i – частиц, i изменяется от 2 до $n-2$, n – число частиц в конечном состоянии).

Здесь даны только несколько конкретных формул для случая $i = 2, 3, 4$, которые использованы для вычисления кривых в приложении.

$$\frac{dW_n}{d\mathfrak{M}_{2o}} = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{n-1} 2\mathfrak{M}_{2o} \int_{(\mathfrak{M}_{2o}+m_3)^2}^{(E-m_4-\ldots-m_n)^2} d\mathfrak{M}_{3o}^2 \int_{(\mathfrak{M}_{3o}+m_4)^2}^{(E-m_5-\ldots-m_n)^2} d\mathfrak{M}_{4o}^2 \ldots \int_{(\mathfrak{M}_{(n-2)o}+m_{n-1})^2}^{(E-m_n)^2} d\mathfrak{M}_{(n-1)o}^2 \cdot \prod_{i=1}^{n-1} G^{(i)} , \tag{3}$$

$$\frac{dW_n}{d\mathfrak{M}_{3o}} = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{n-1} 2\mathfrak{M}_{3o}\Big[\int_{(m_1+m_2)^2}^{(\mathfrak{M}_{3o}-m_3)^2} d\mathfrak{M}_{2o}^2 \times \int_{(\mathfrak{M}_{3o}+m_4)^2}^{(E-m_5-\ldots-m_n)^2} d\mathfrak{M}_{4o}^2 \ldots \int_{(\mathfrak{M}_{(n-2)o}+m_{n-1})^2}^{(E-m_n)^2} d\mathfrak{M}_{(n-1)o}^2 \cdot \prod_{i=1}^{n-1} G^{(i)}\Big] \tag{4}$$

$$\frac{dW_n}{d\mathfrak{M}_{4o}} = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{n-1} 2\mathfrak{M}_{4o}\Big[\int_{(m_1+m_2+m_3)^2}^{(\mathfrak{M}_{4o}-m_4)^2} d\mathfrak{M}_{3o}^2 \int_{(m_1+m_2)^2}^{(\mathfrak{M}_{3o}-m_3)^2} d\mathfrak{M}_{2o}^2 \times \int_{(\mathfrak{M}_{4o}+m_5)^2}^{(E-m_6-\ldots-m_n)^2} d\mathfrak{M}_{5o}^2 \ldots \tag{5}$$

$$\ldots \int_{(\mathfrak{M}_{(n-2)o}+m_{n-1})^2}^{(E-m_n)^2} d\mathfrak{M}_{(n-1)o}^2 \prod_{i=1}^{n-1} G^{(i)}\Big].$$

x) В работе[2] в аналогичном выражении потерян фактор $(\pi)^{n-1}$.

Остальные формулы для случая $i > 4$ можно получить аналогичным методом.

Необходимо подчеркнуть, что (2)-(5) - строгие и не содержат никаких приближений. Многократные интегралы в формулах (2)-(5) вычислялись по методам Симпсона и Коробова на электронной счетной машине ОИЯИ в Дубне. Расчеты показывают, что скорость вычисления таких многократных интегралов все еще велика и точность результатов достаточна.

2) Сложения кривых фазового объема.

Полученные вышеуказанным методом кривые фазового объема (в дальнейшем называем их элементарными кривыми фазового объема) годны только для определенных индивидуальных каналов реакции. Однако в эксперименте, особенно при высоких энергиях, регистрация нейтральных частиц трудна. Поэтому при высоких энергиях, вообще говоря, выделенный по регистрированным частицам канал представляет собою совокупность ряда каналов реакции с различным числом π^0 -мезонов и других нейтральных частиц (дальше обозначаем совокупность смешанным состоянием). Для сравнения экспериментальных распределений на основании такой совокупности ряда каналов реакции по эффективным массам с кривыми фазового объема необходимо сложить элементарные кривые фазового объема, касающиеся совокупности всех возможных каналов реакции по их соответственным статистическим весам.

По статистической теории [3,4] статистический вес некоторого определенного канала реакции равен произведению интеграла фазового объема для данного канала реакции W_n и соответствующих факторов $f(V, I, S, T)$ от объема взаимодействия, изоспина спина и чисел тождественных частиц. Поэтому при сложении этих кривых следует нормировать площадь под каждой кривой распределения по эффективной массе на соответственный вес $W_n \cdot f(V, I, S, T)$. После получения кривых мы можем сложить их по возможным каналам и дать кривую распределения по эффективной массе, состоящей из i частиц, для этого смешанного состояния. При сравнении полученной кривой с экспериментальными данными необходимо помнить, что площадь под этой кривой соответствует экспериментальному сечению смешанного состояния.

3. Вычисление экспериментального распределения по эффективной массе, состоящей из нескольких частиц.

При вычислении распределения по эффективной массе, состоящей из нескольких частиц, используется следующая формула

$$M_N = \Big[\sum_{i<j} M_{ij}^2 - (N-2) \sum_{k=1}^{N} M_k^2 \Big]^{1/2},$$

где M_N - эффективная масса, состоящая из N частиц.

$$M_{ij} = \sqrt{2(E_i E_j - P_i P_j \cos\theta_{ij}) + M_i^2 + M_j^2}$$ -

- эффективная масса, состоящая из любых двух частиц.

$$i = 1,2,3, \dots N-1. \qquad j = 2,3,4, \dots N .$$

Например, эффективная масса, состоящая из любых четырех частиц, для n частиц конечного состояния имеет вид:

$$M_{ijk\ell} = [M_{ij}^2 + M_{ik}^2 + M_{i\ell}^2 + M_{jk}^2 + M_{j\ell}^2 + M_{k\ell}^2 - 2(M_i^2 + M_j^2 + M_k^2 + M_\ell^2)]^{1/2}$$

$$i < j < k < \ell \quad , \quad i = 1,2,3, \dots n-3 \ , \quad j = 2,3,4, \dots n-2 \ ,$$
$$k = 3,4,5, \dots n-1 \ . \quad \ell = 4,5,6, \dots n \ .$$

Вследствие простоты этот метод имеет преимущества при изучении каскадных распадов резонансов. В настоящее время он используется некоторыми группами Лаборатории высоких энергий в Дубне при изучении резонансов.

2. Обсуждение результатов

В приложении даны кривые распределения вероятности по эффективной массе, рассчитанные по формулам (3), (4), (5) для некоторых главных конечных состояний πN взаимодействия при энергии 3,8 Гэв в с.ц.м. (т.е. кинетической энергии падающего π -мезона 7,2 Гэв/с). Этими состояниями являются $\pi + N \to N + m\pi$, $\pi + N \to \Lambda + K + m\pi$, $\pi + N \to \Sigma + K + m\pi$, $\pi + N \to N + K + \tilde{K} + m\pi$. При вычислении по каждой из формул (3), (4), (5) число n изменилось от возможного минимума до 7 (вычисления показывают, что вкладом для $n > 7$ можно пренебречь). После рассмотрения всех кривых можно найти некоторые закономерности изменения положения вершины кривых:

1) Вершины кривых сдвигаются налево к малой эффективной массе с увеличением числа и для фиксированного числа i . Одновременно наклон кривых слева увеличивается, справа уменьшается.

2) Вершины кривых сдвигаются налево к малой эффективной массе с уменьшением числа i для фиксированного числа n . Одновременно наклон кривых слева увеличивается, справа уменьшается.

3) Вершины кривых сдвигаются налево к малой эффективной массе с уменьшением совокупности масс i частиц для данных чисел n и i и, наоборот, сдвигаются вправо, если число π -мезонов в резонансе возрастает.

Авторы выражают благодарность профессору Чжан Вэн-юю, В.С.Барашенкову, Сэнь Дин-чану, Чэнь Цун-мо и В.М.Мальцеву за полезные замечания.

Литература

1. V.A.Belyakov, Wang Yung-chang, V.I.Vexler, N.M.Wiryasov, Du Yuan-cai et al. 1962 International Conference on High Energy Physics at CERN, (1962), p. 336
2. Сянь Дин-чан, Чэнь Цун-мо. ЖЭТФ, 41, 748 (1961).
3. С.З.Беленький, В.М.Максименко и др. УФН вып. 2, (1957).
4. V.S.Barashenkov, V.M.Maltsev, Huang Tzu-tzan.. Acta Physica Polonica, v. XXIII (1963), p. 765.

ПРИЛОЖЕНИЕ

На рисунках каждая кривая является кривой фазового объема в данном канале, название которого показывает на том же самом рисунке распределения вероятности по какой-то массе $\mathfrak{M}_{io}$, которая состоит из данных частиц внутри соответствующей скобки.

Рукопись поступила в издательский отдел
13 мая 1964 г.

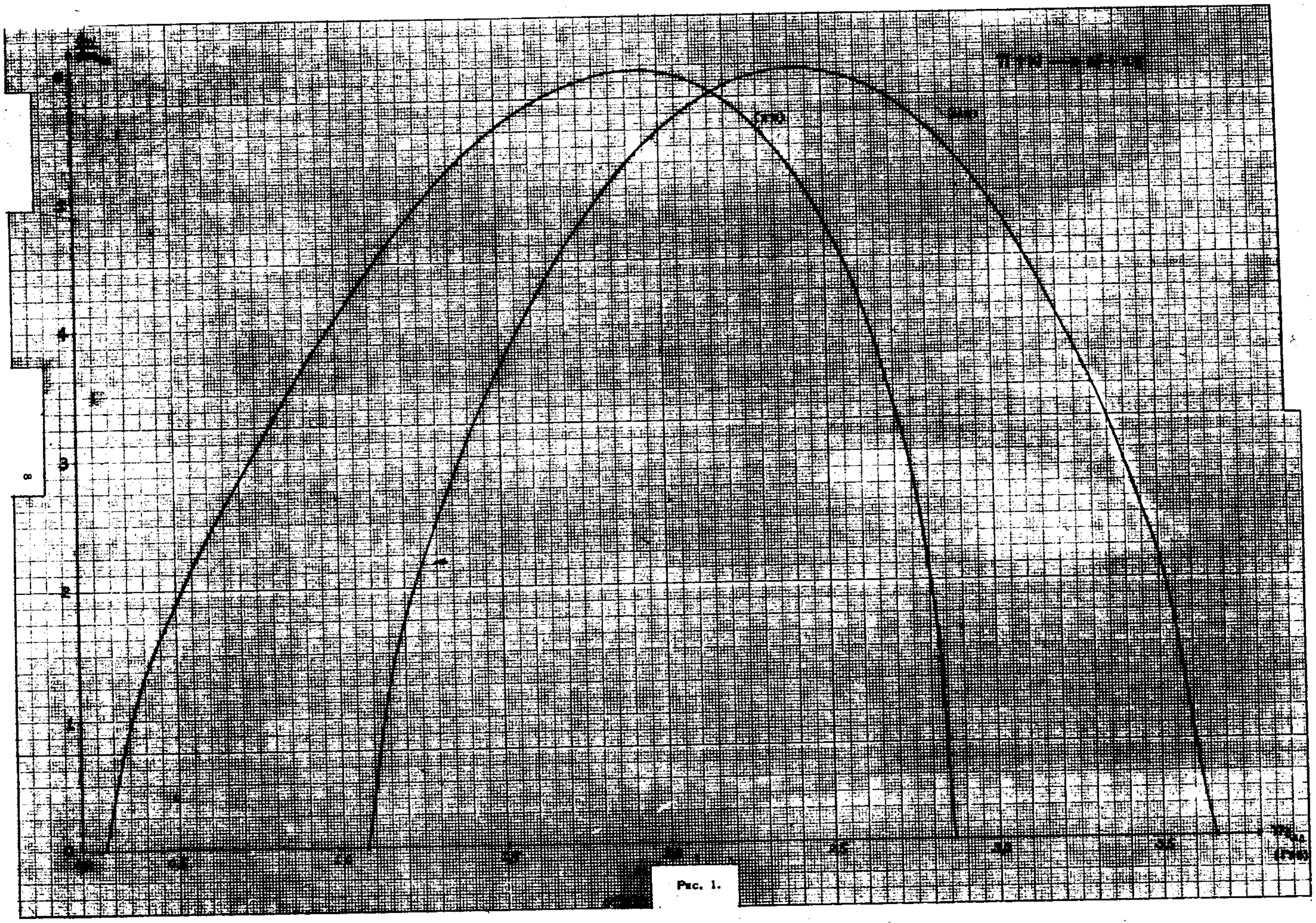
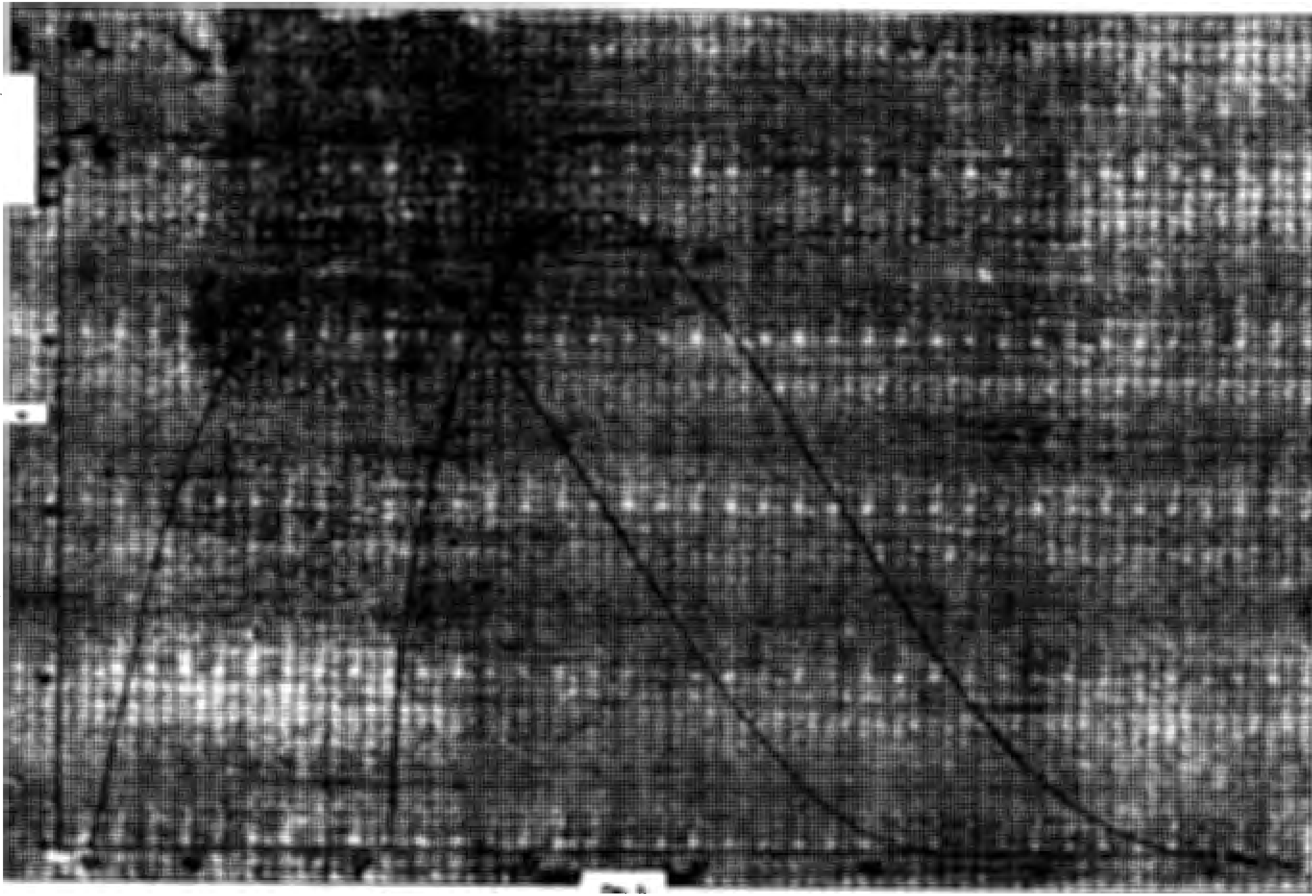


Рис. 1.



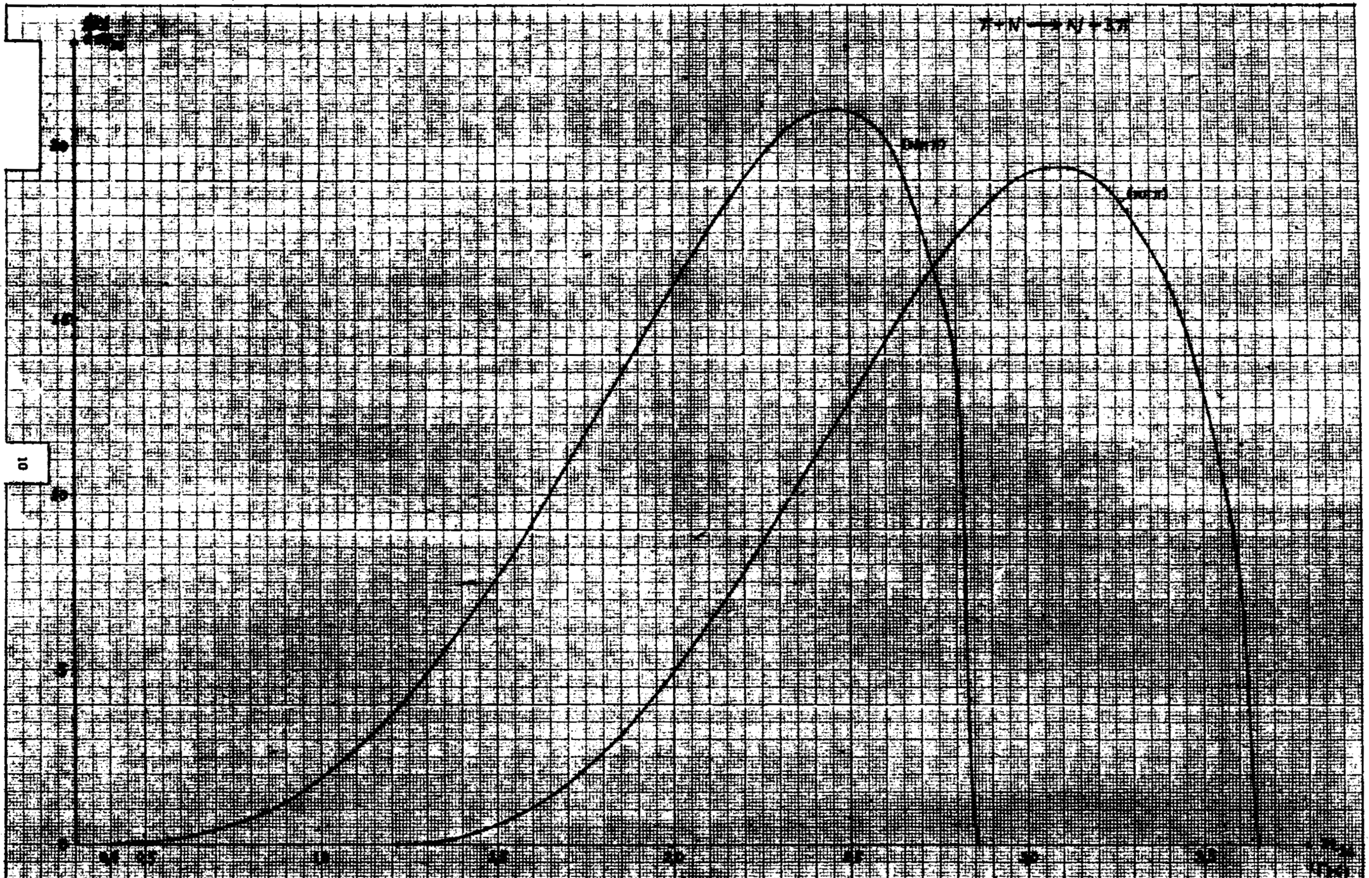
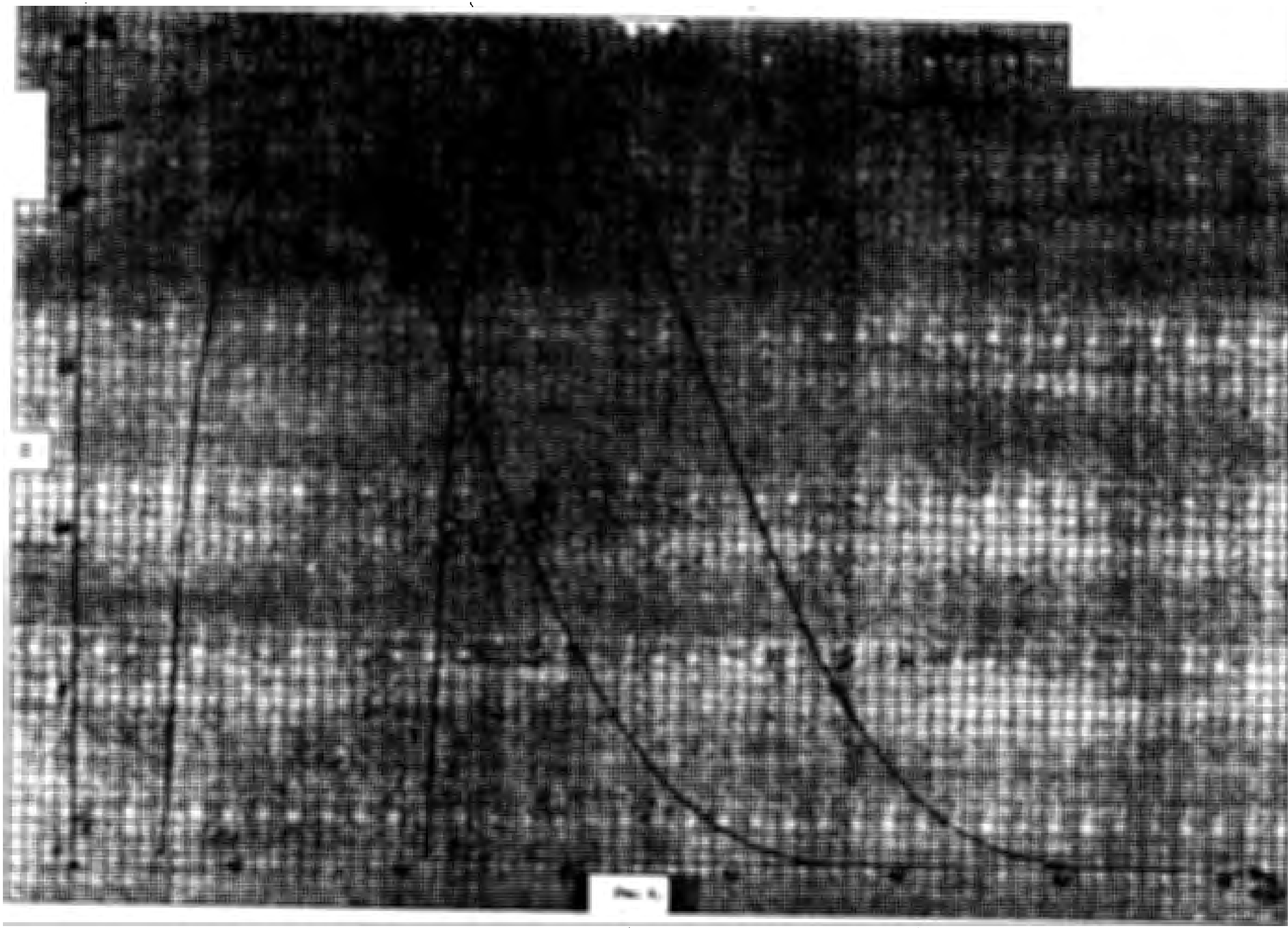
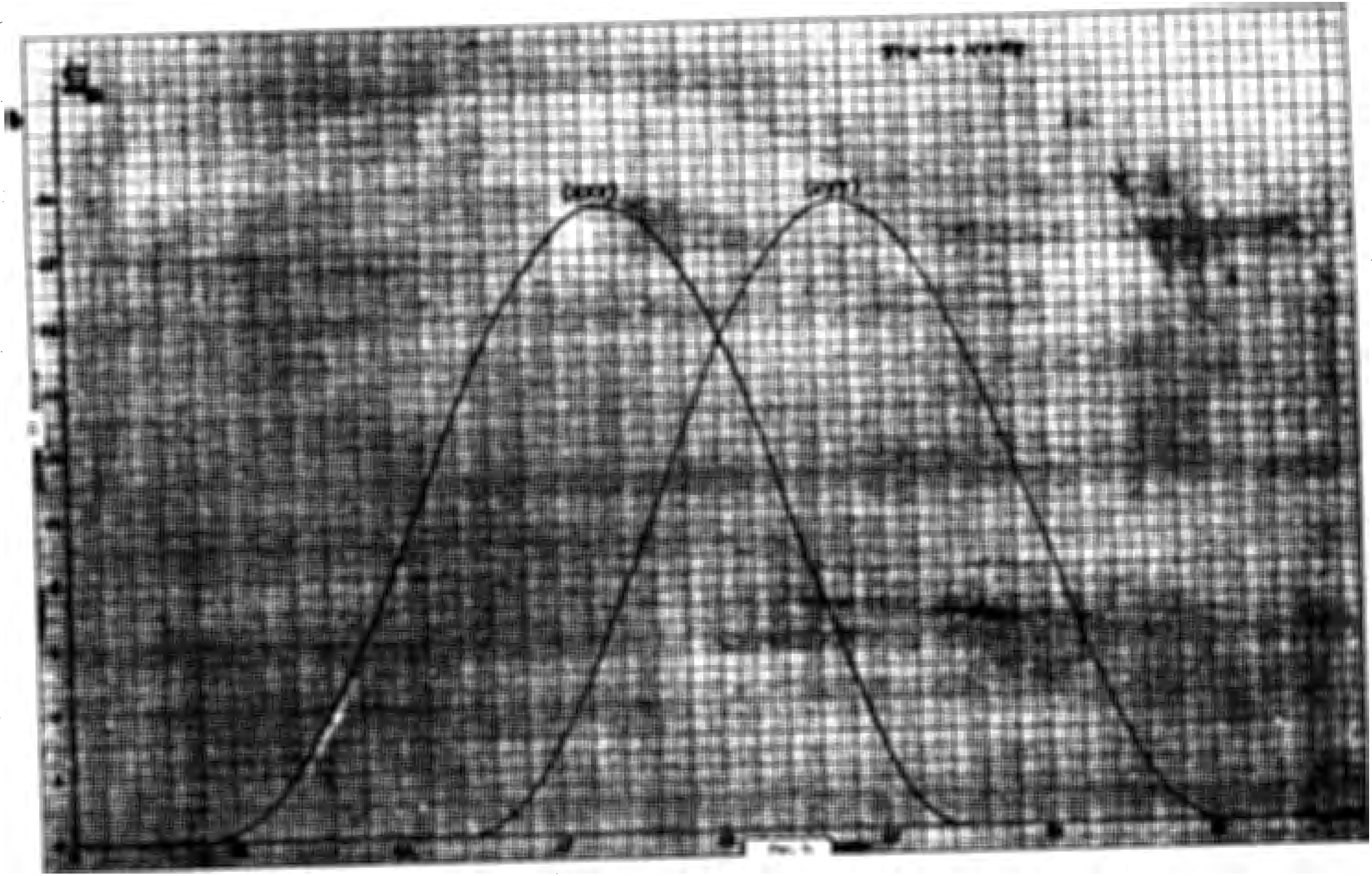


Рис. 3.





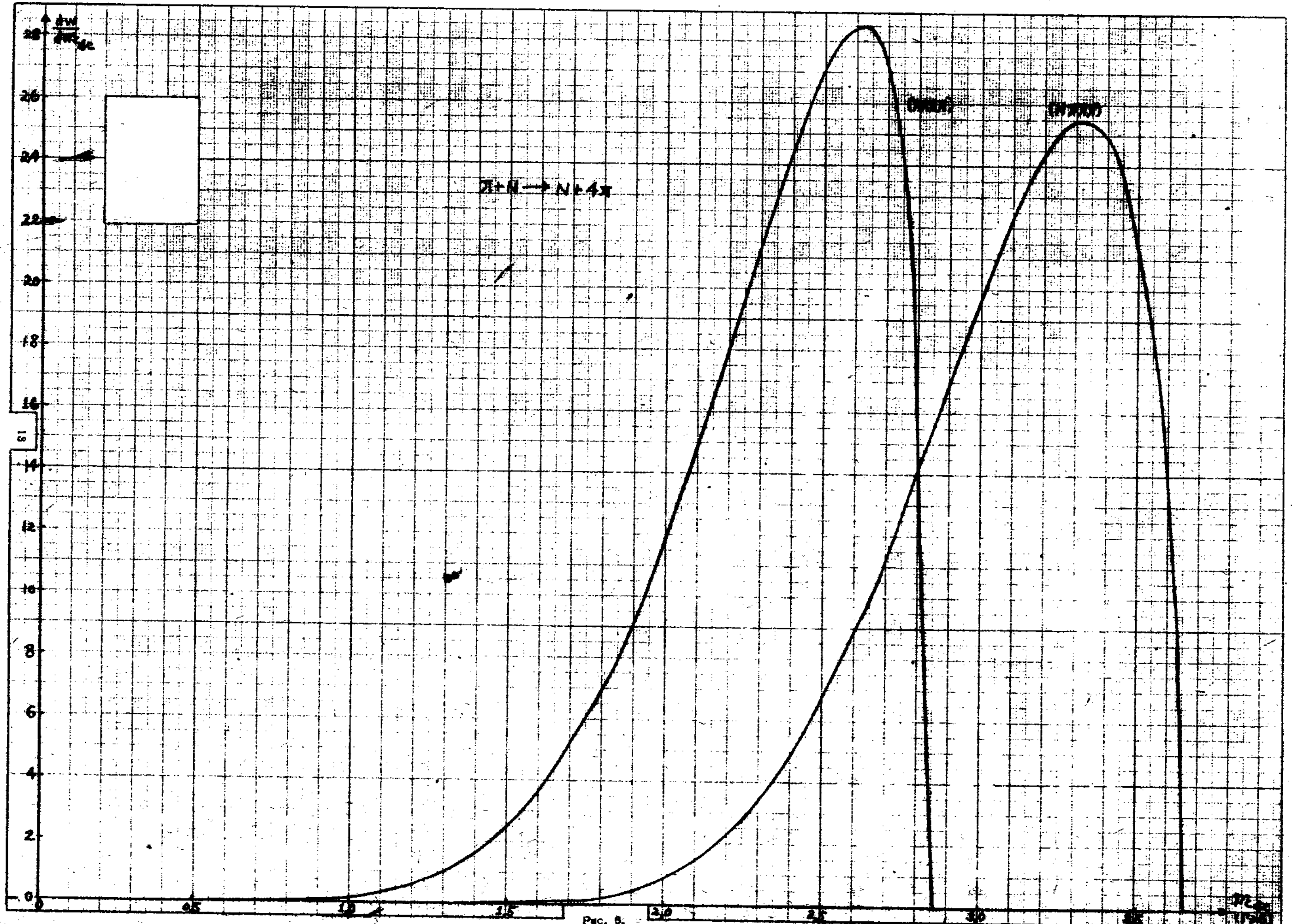


Рис. 6.

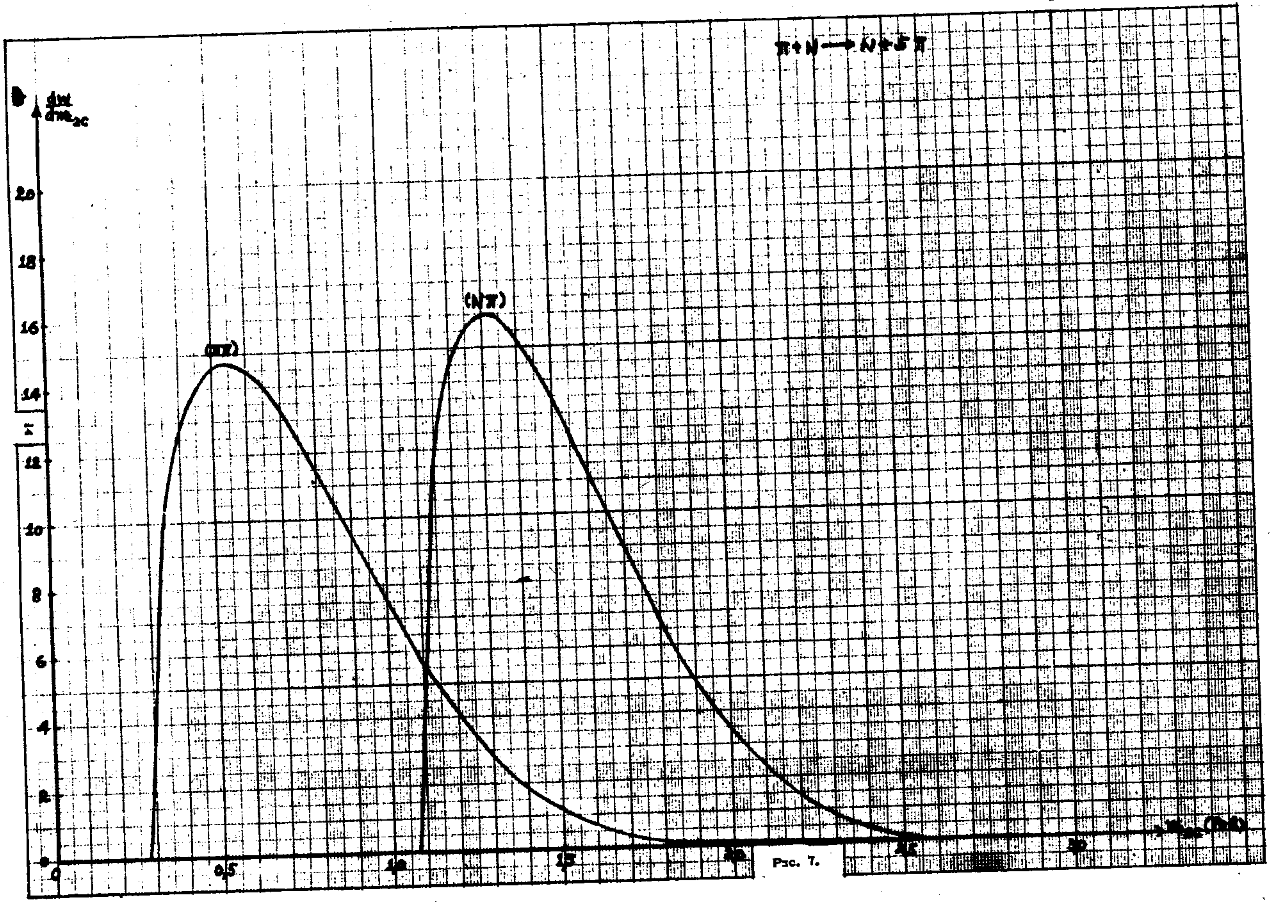


Рис. 7.

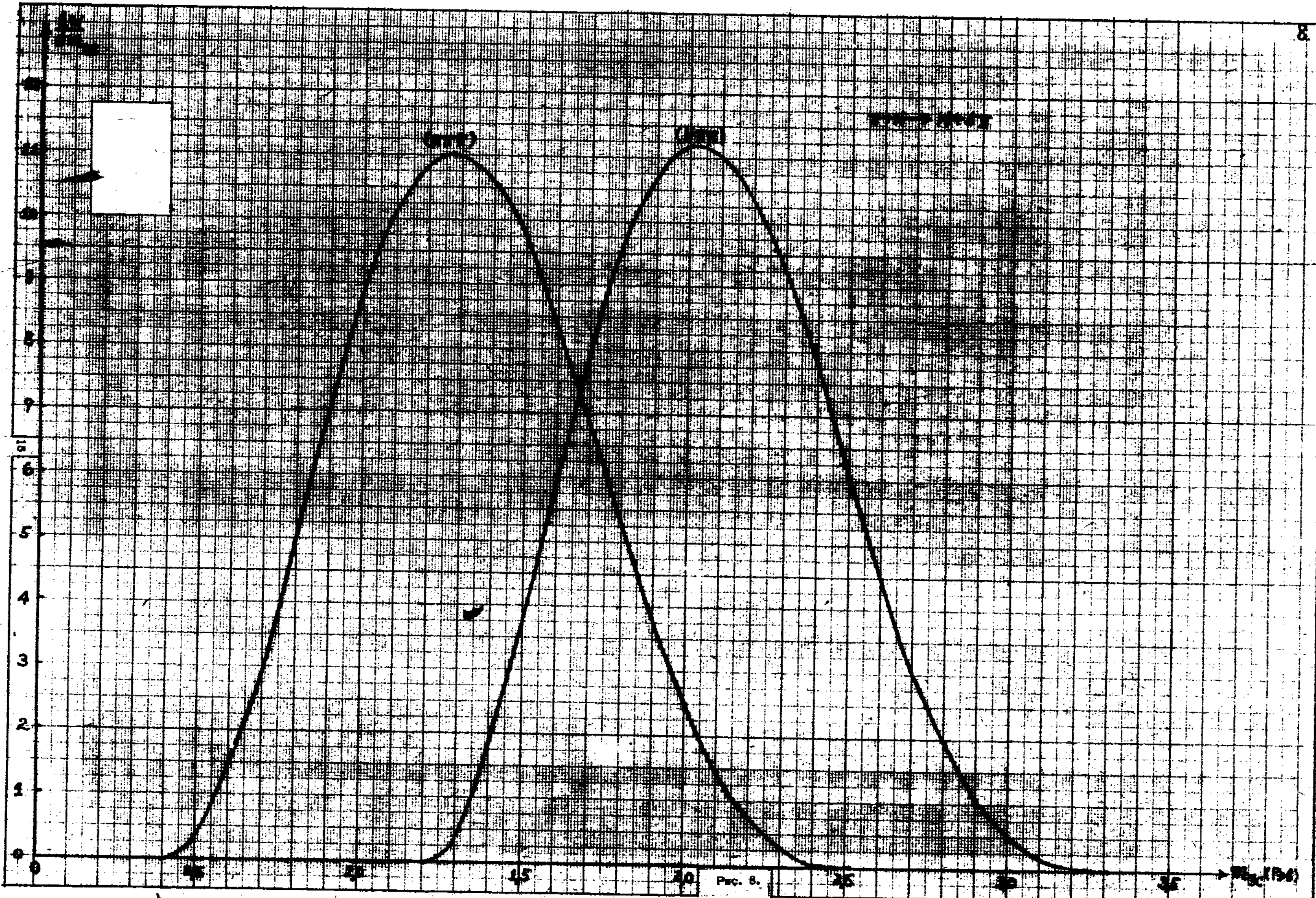


Рис. 8.

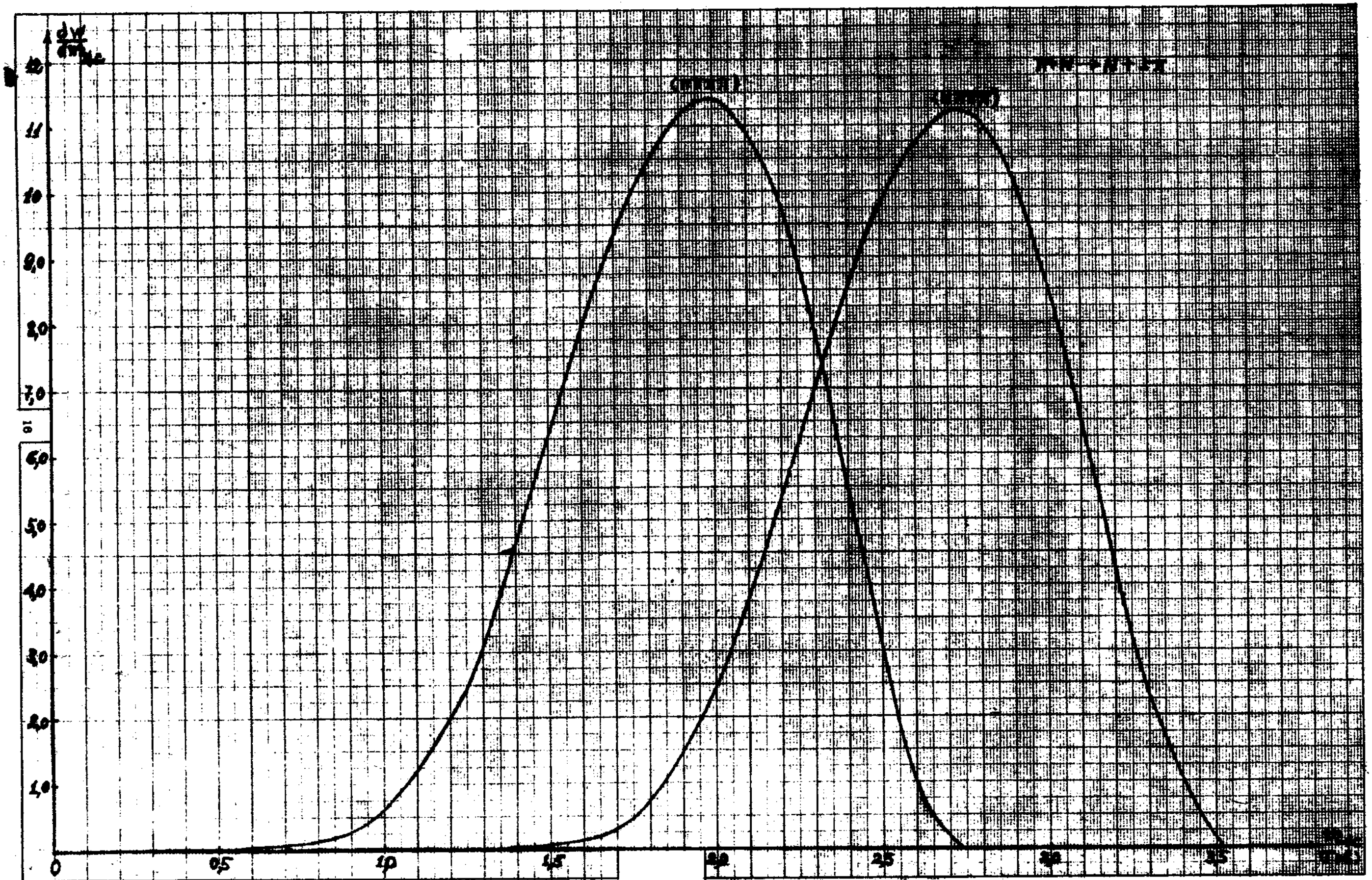


Рис. 9.

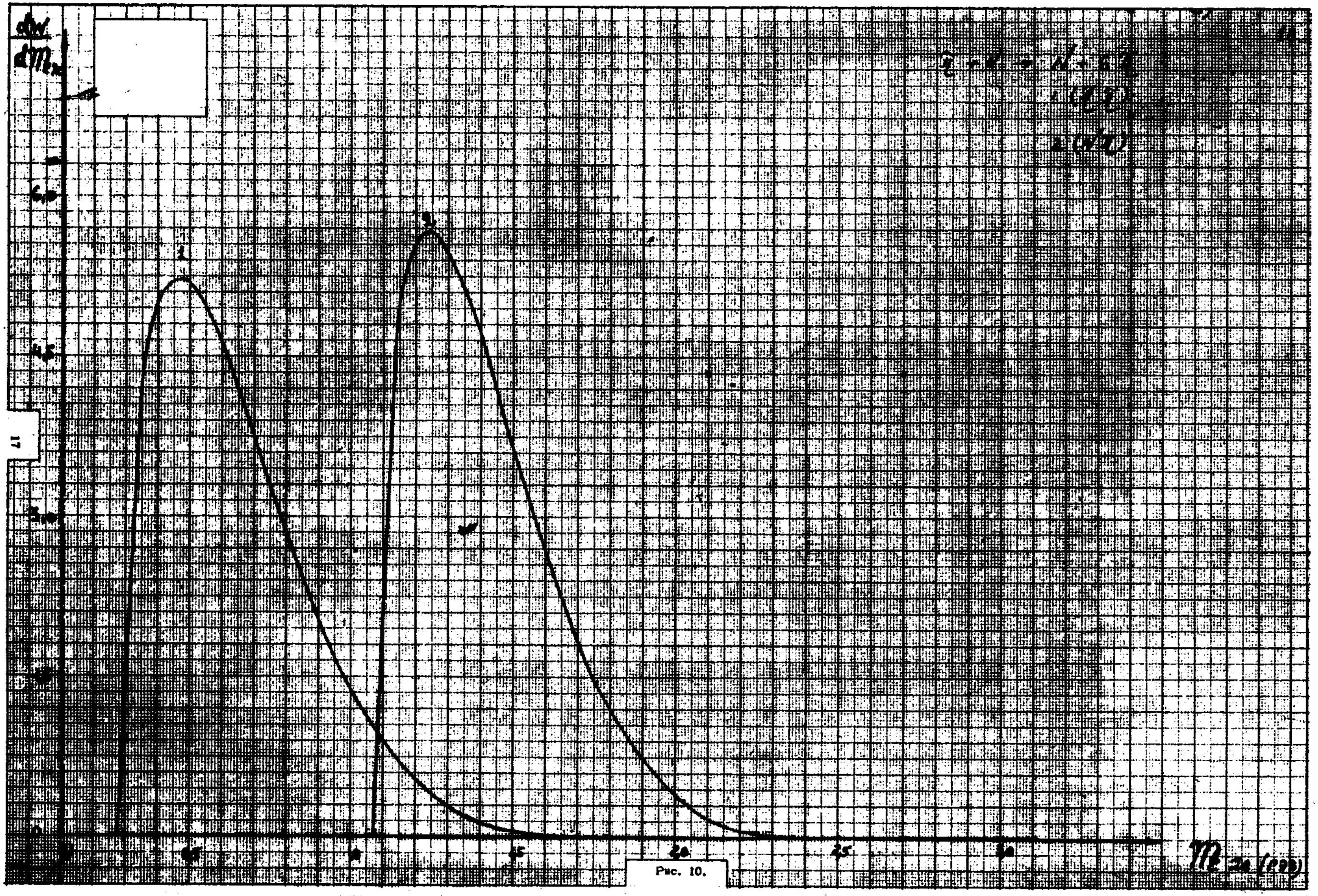


Рис. 10.

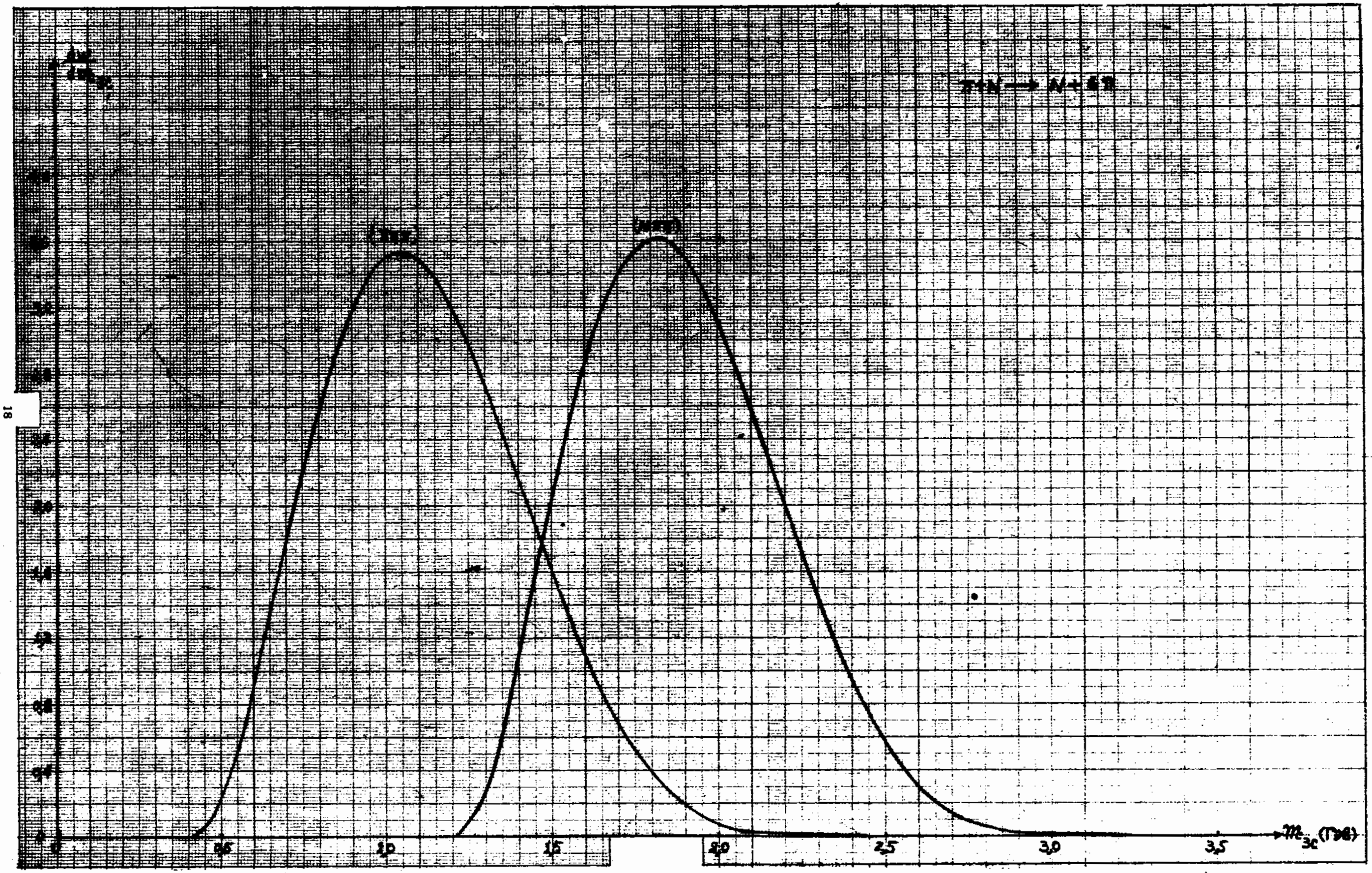


Рис. 11.

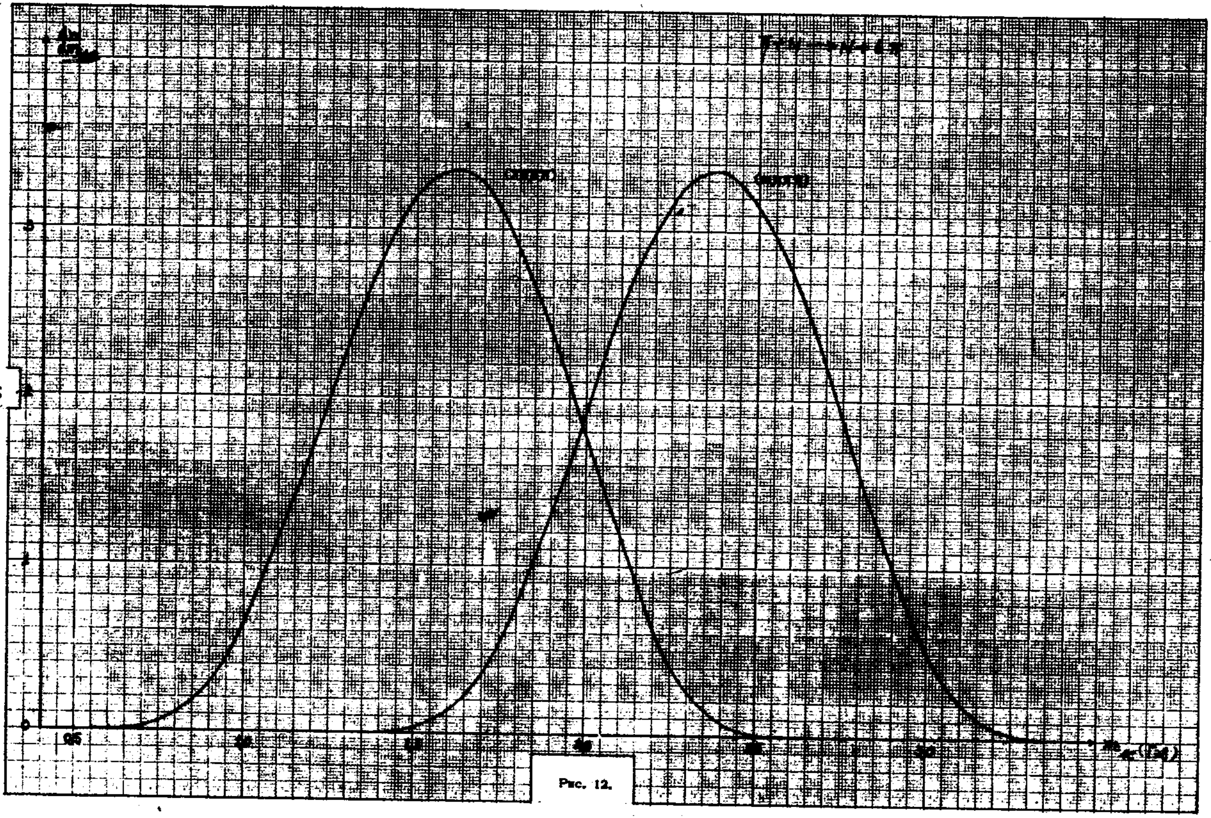


Рис. 12.

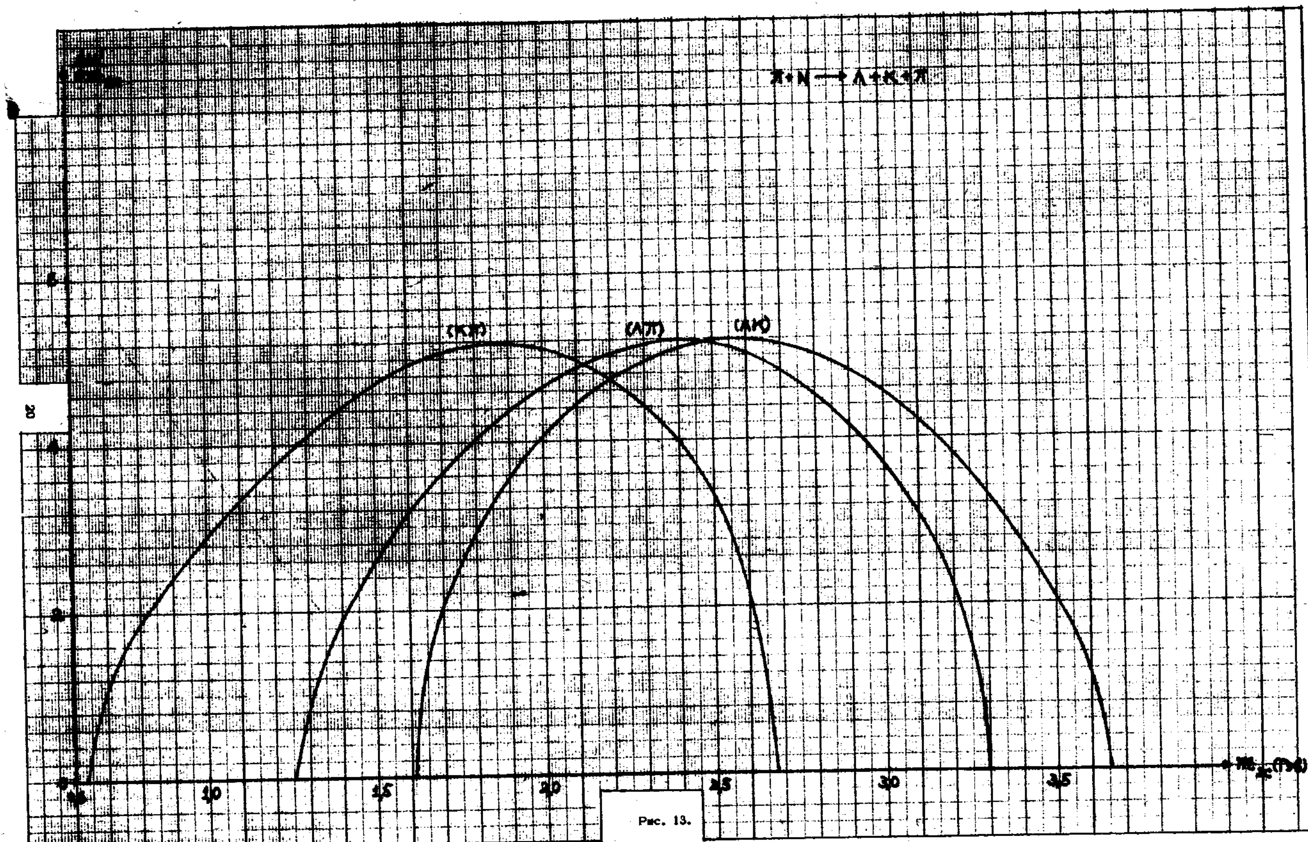


Рис. 13.

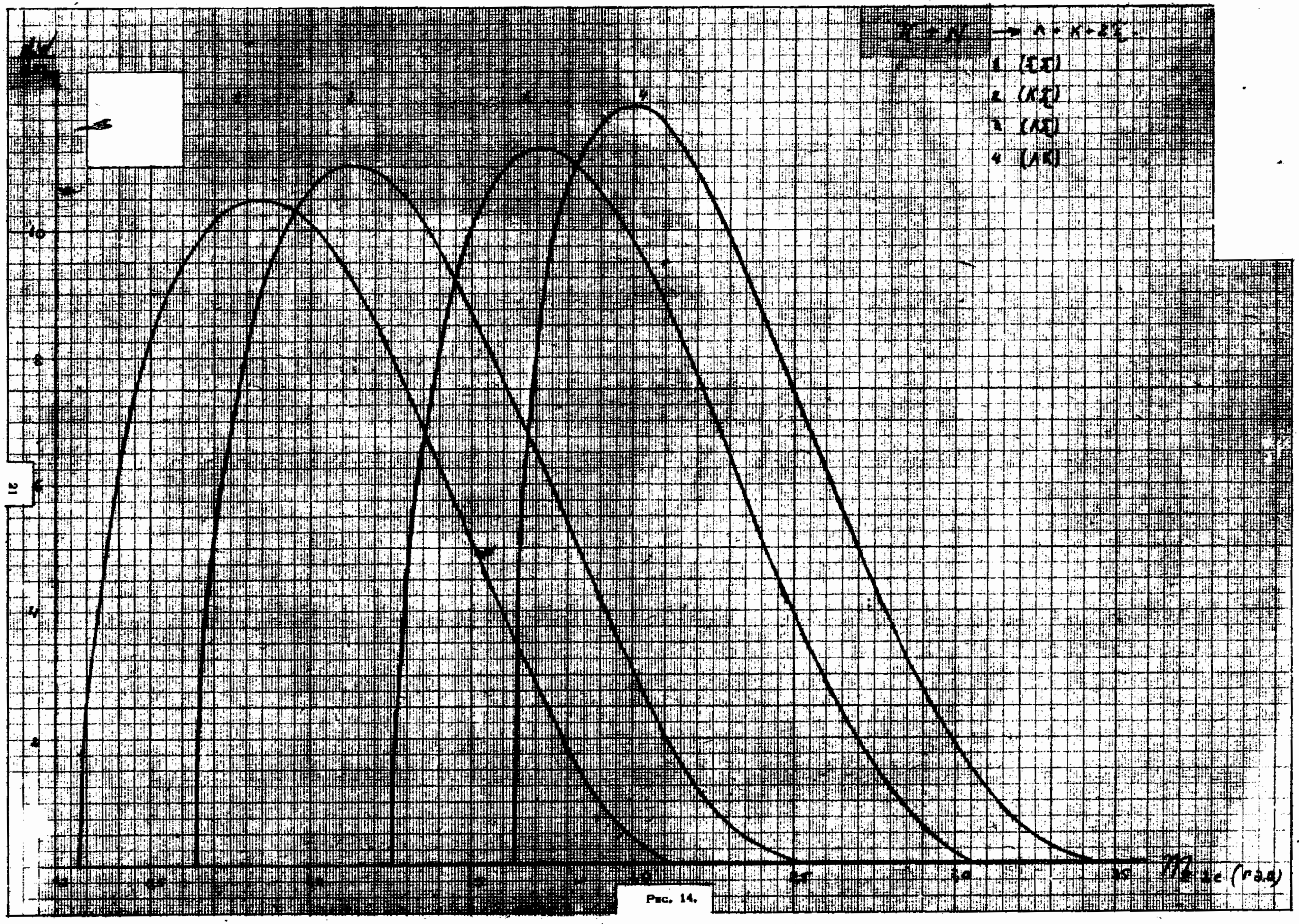


Рис. 14.

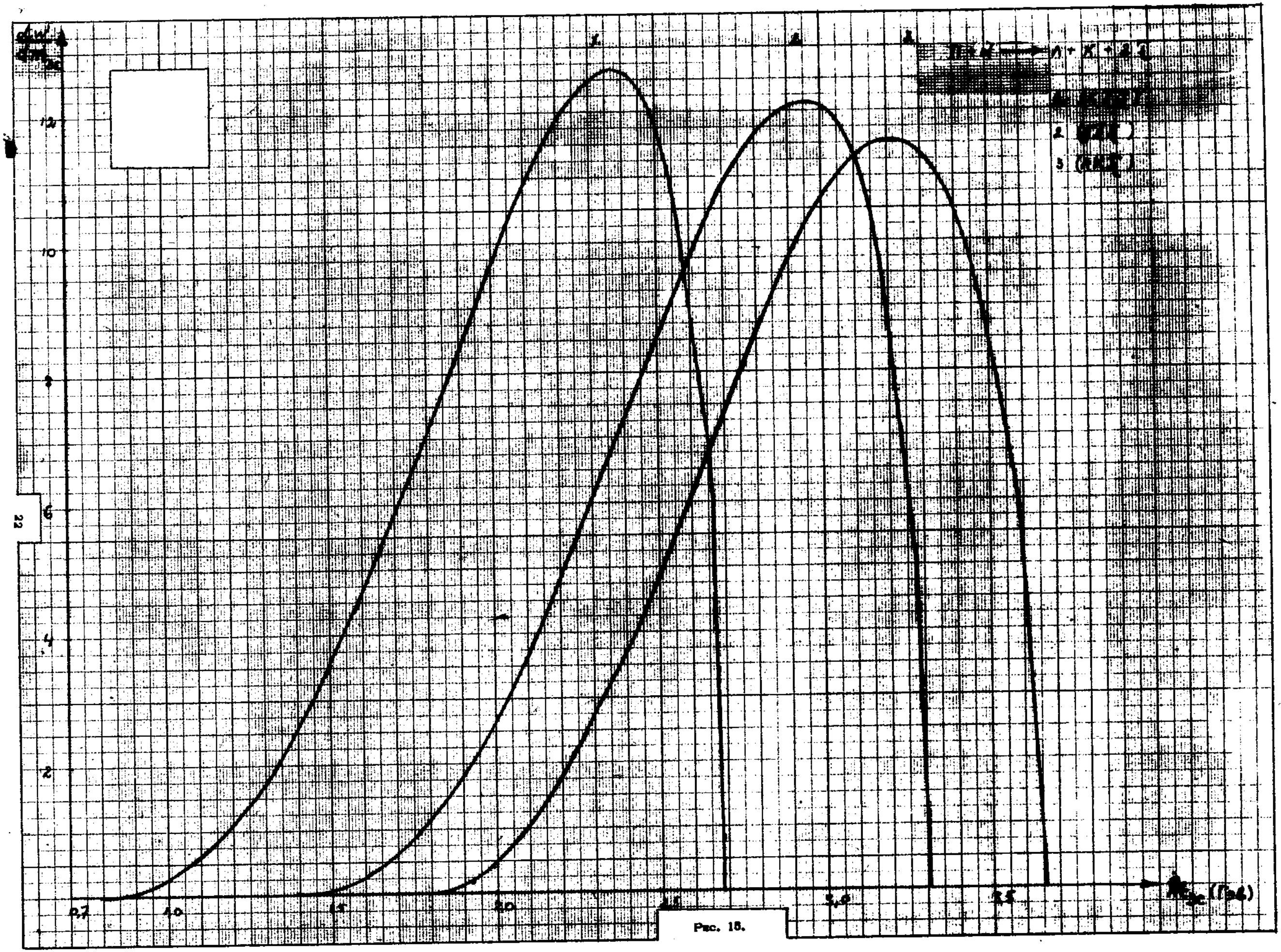


Рис. 15.

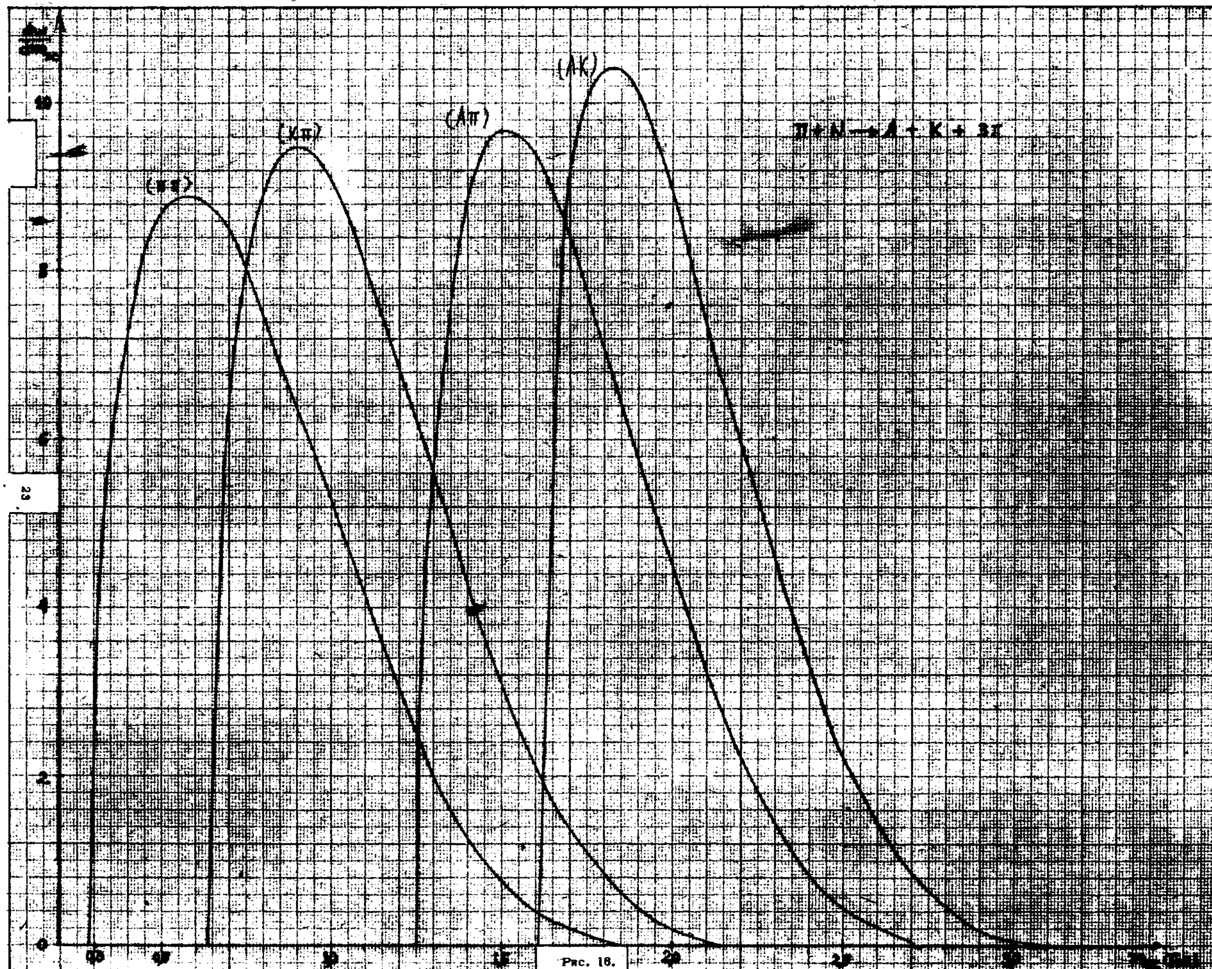

$\pi + N \to \Lambda + K + 3\pi$
$(\pi\pi)$
$(K\pi)$
$(\Lambda\pi)$
(ΛK)
10
8
6
4
2
0
0.5
0.7
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0

Рис. 16.

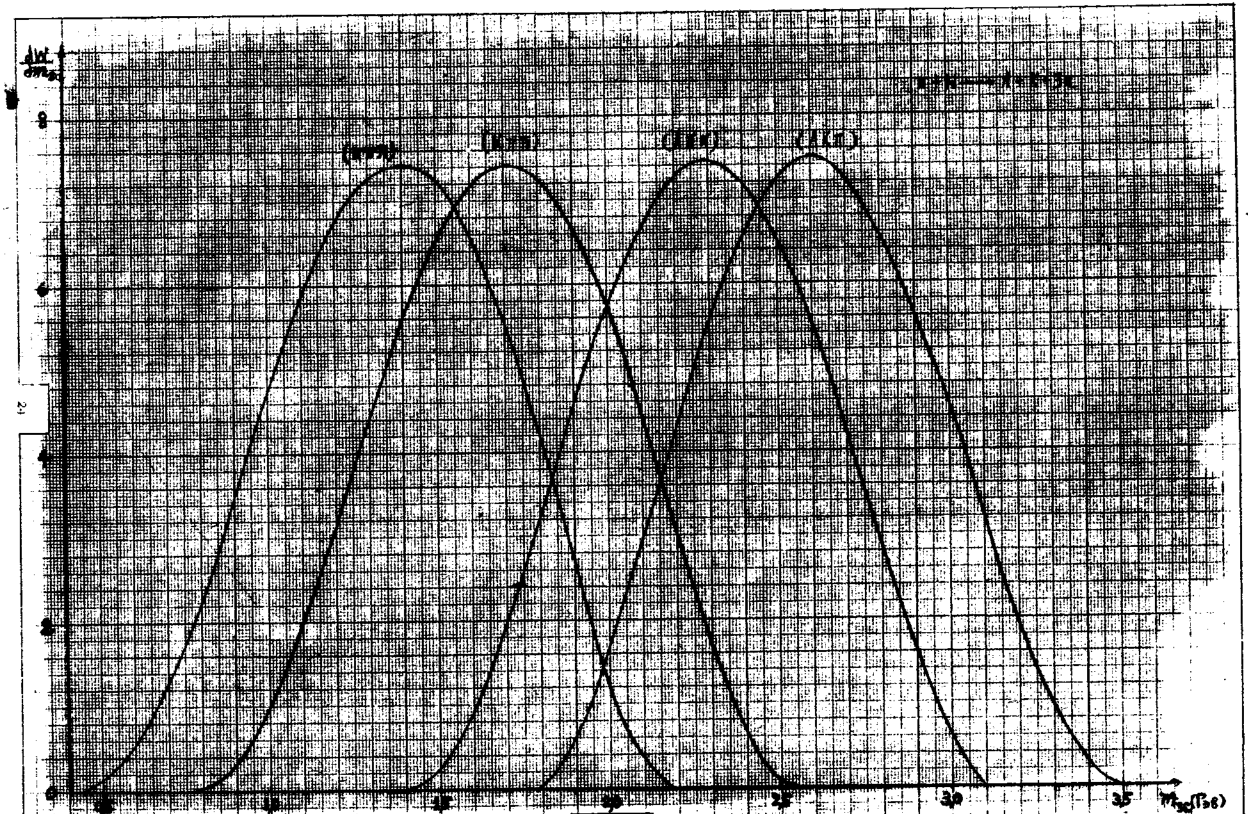


Рис. 17.

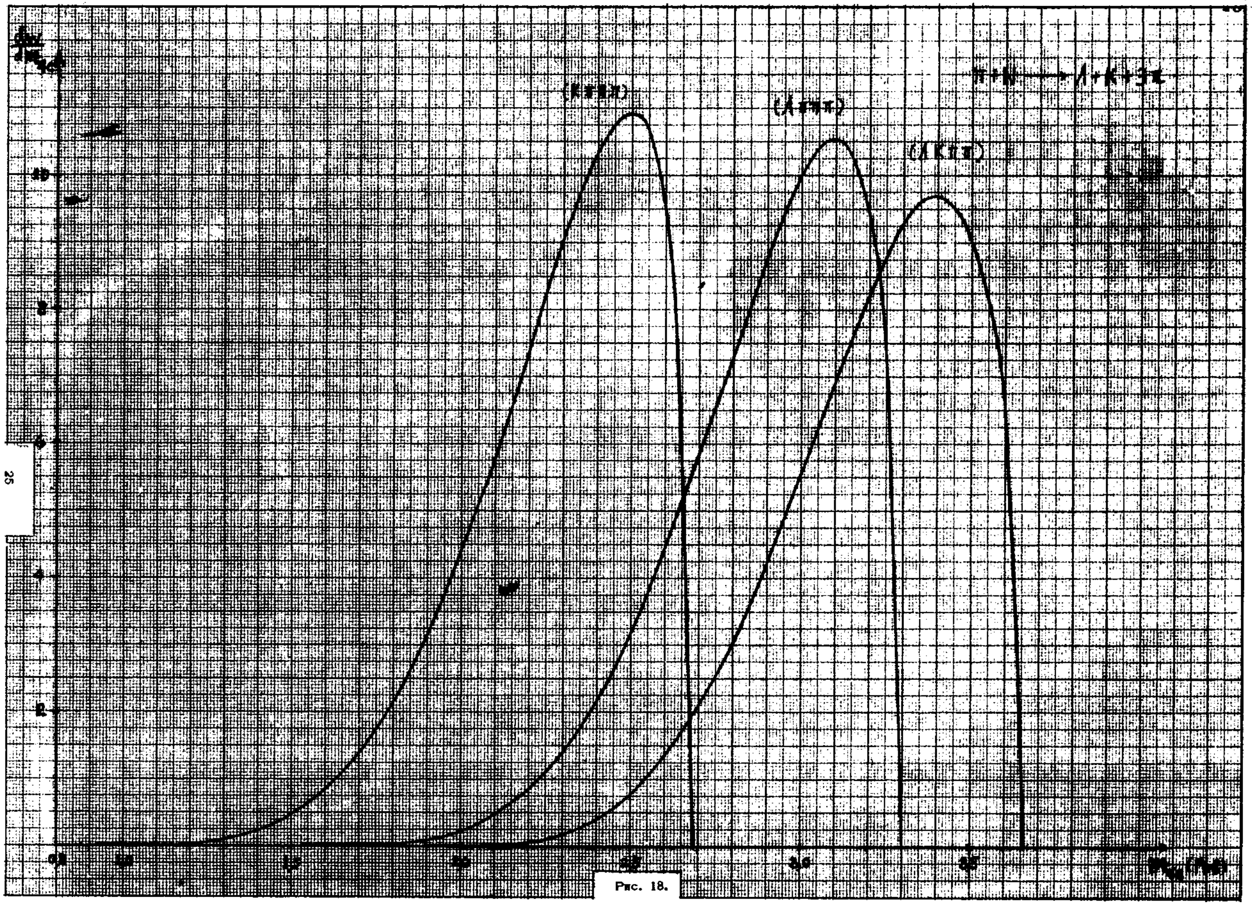


Рис. 18.

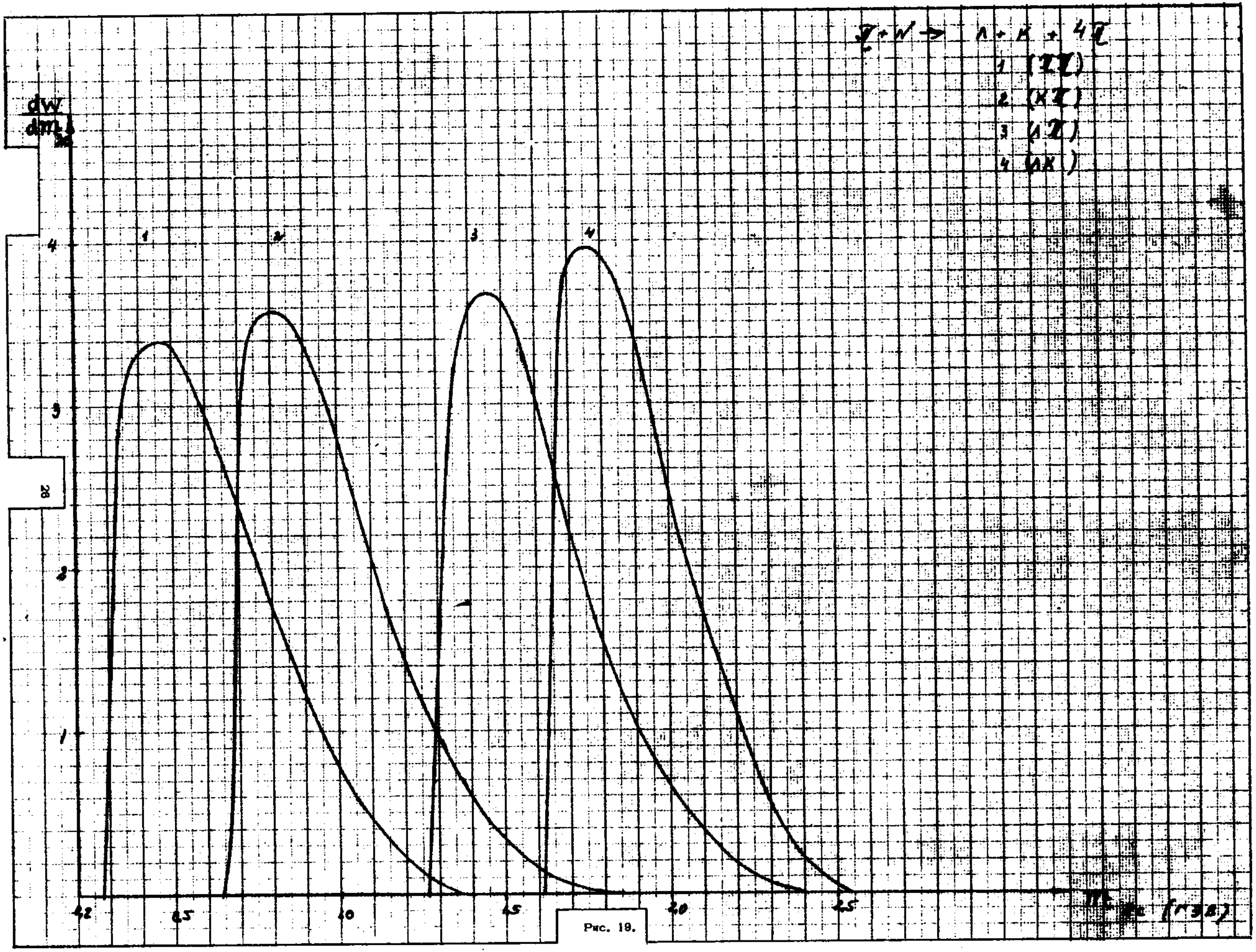


Рис. 19.

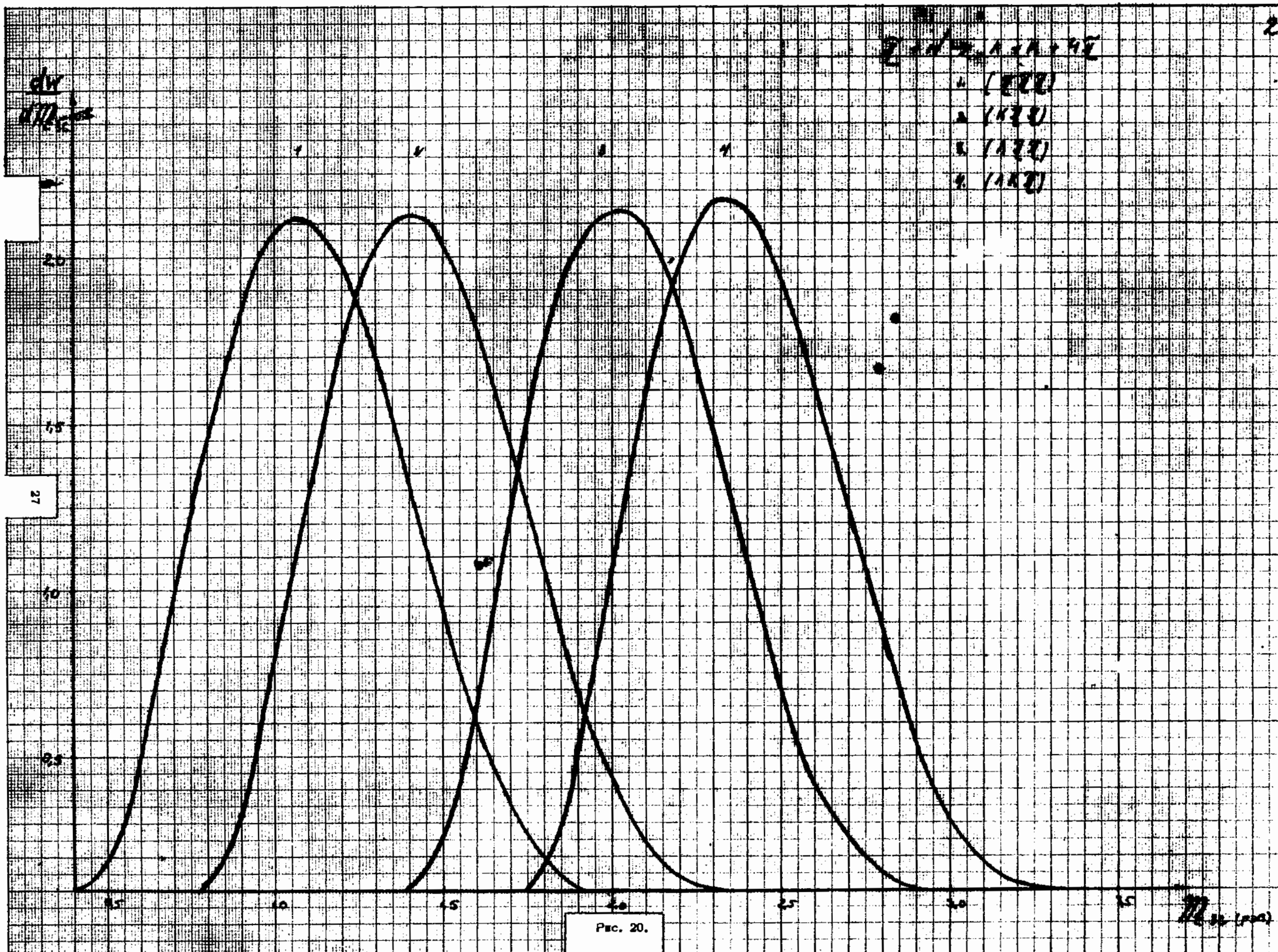
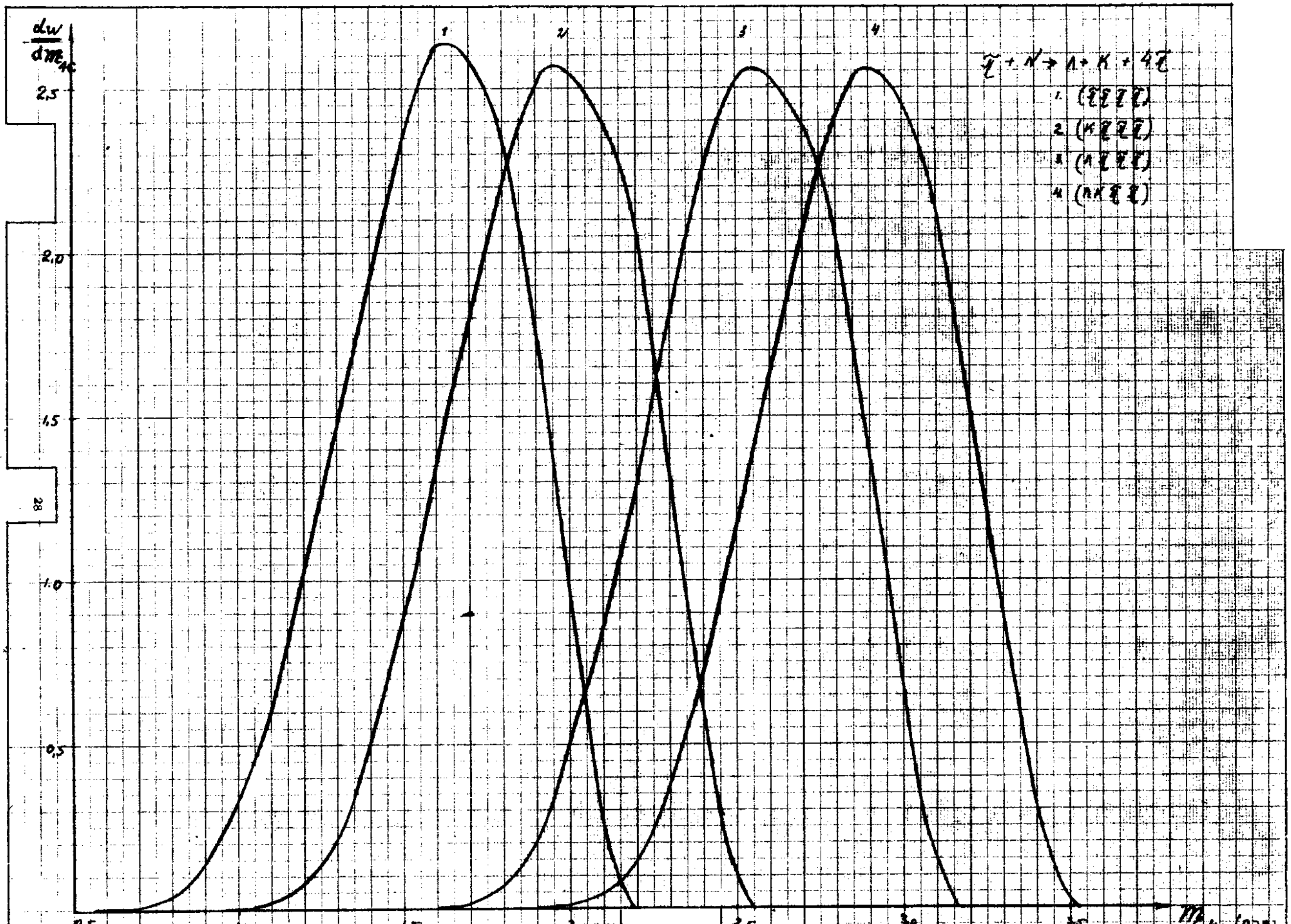
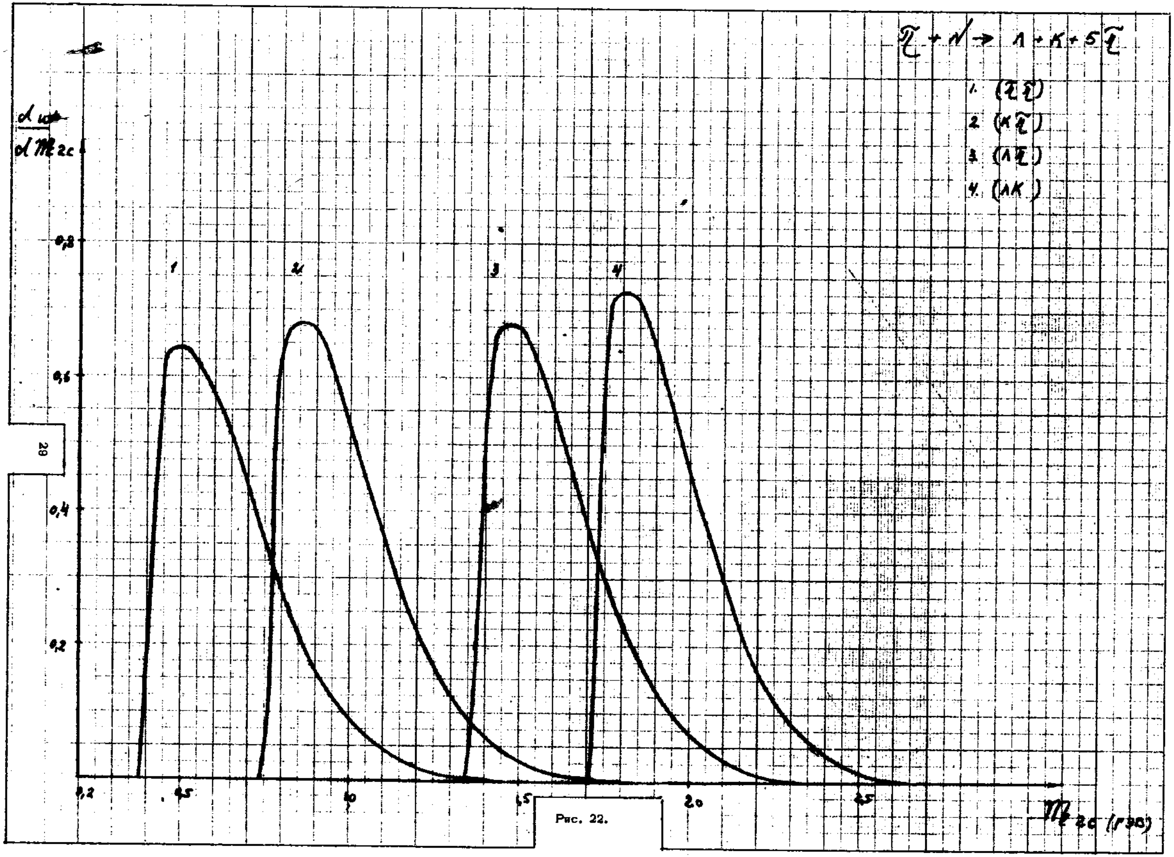


Рис. 20.



dw/dm_4c
2,5
2,0
1,5
1.0
0,5
1
2
3
4
π̃ + N → Λ + K + 4π̃
1. (π̃πππ)
2 (Kπππ)
3 (Λπππ)
4 (nKππ)
0,5
1,0
1,5
2,0
2,5
3,0
3,5
m_4c (гэв)

Рис. 21.


$\frac{d\,w}{d\,M_{2c}}$
0,8
0,6
0,4
0,2
1
2
3
4
0,2
0,5
1,0
1,5
2,0
2,5
M_{2c} (Гэв)
$\tilde{N} + N \to \Lambda + K + 5\tilde{N}$
1. $(\tilde{N}\tilde{N})$
2. $(K\tilde{N})$
3. $(\Lambda\tilde{N})$
4. (ΛK)
Рис. 22.

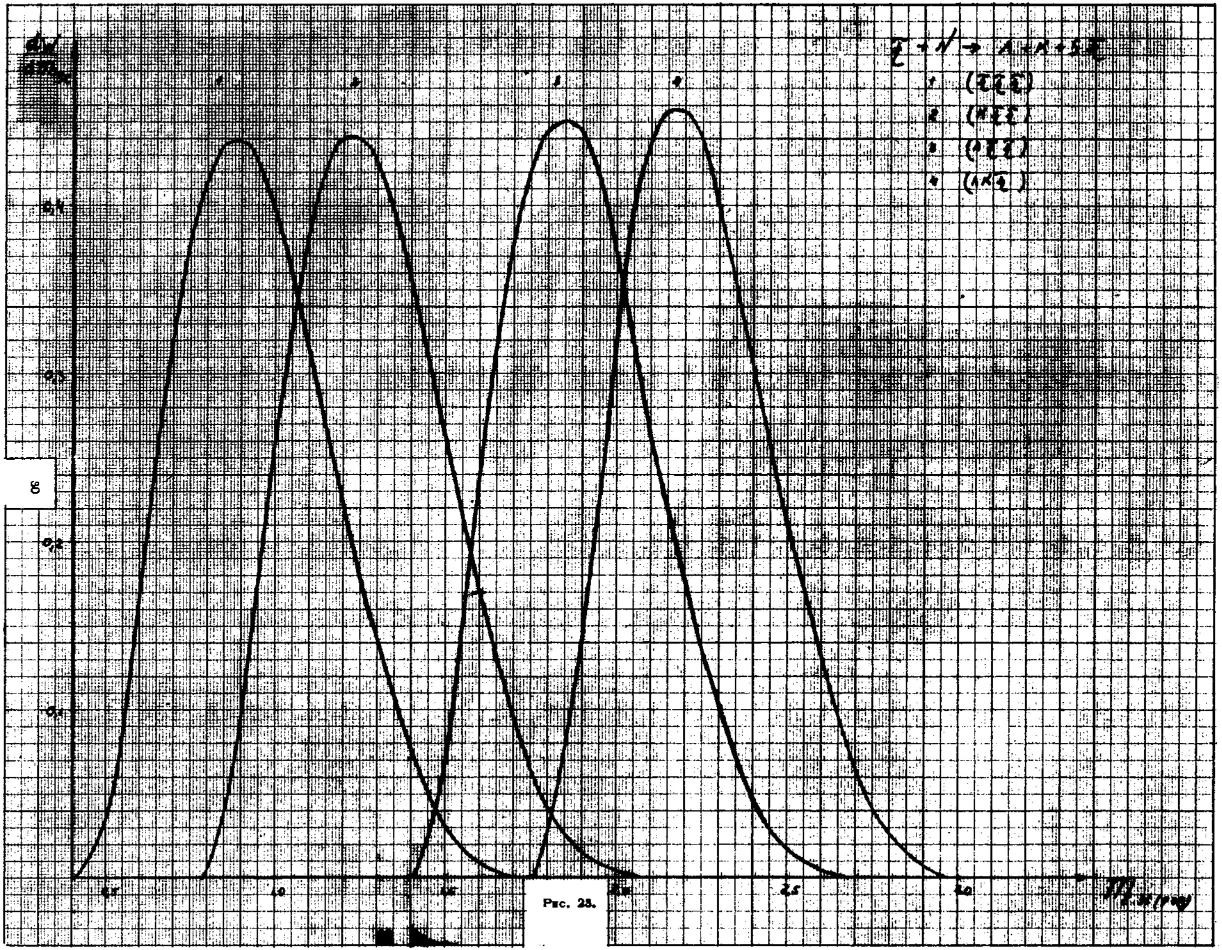


Рис. 23.

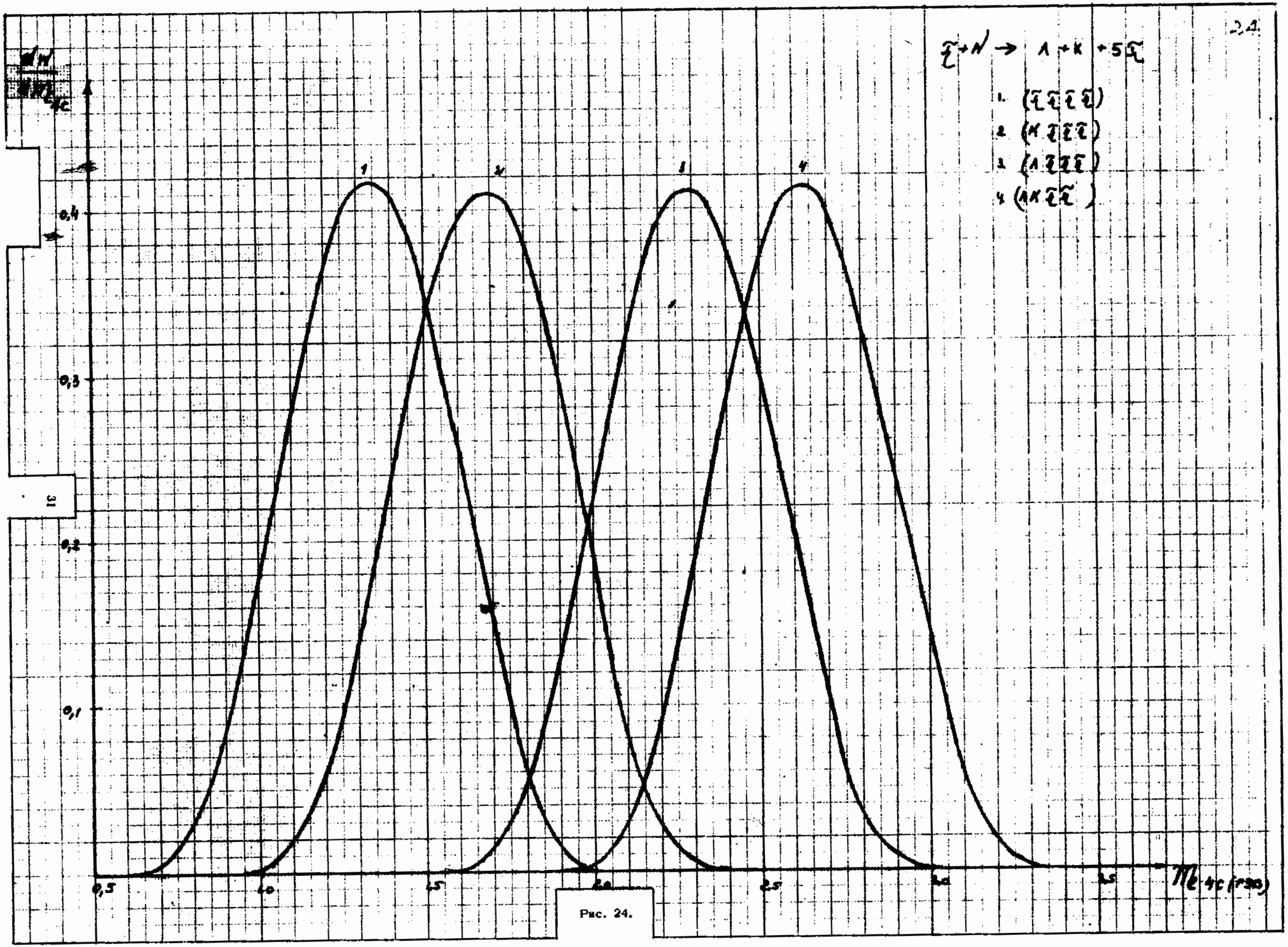


Рис. 24.

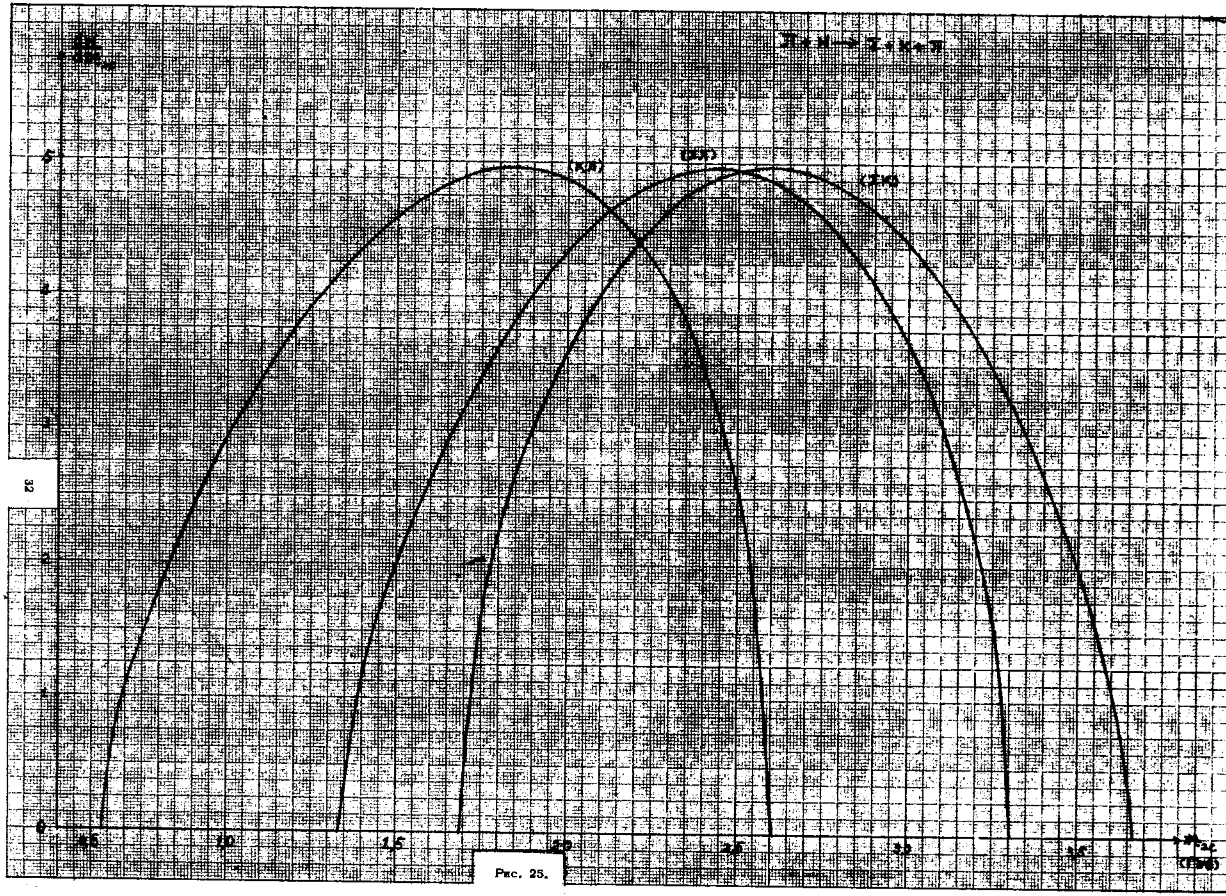


Рис. 25.

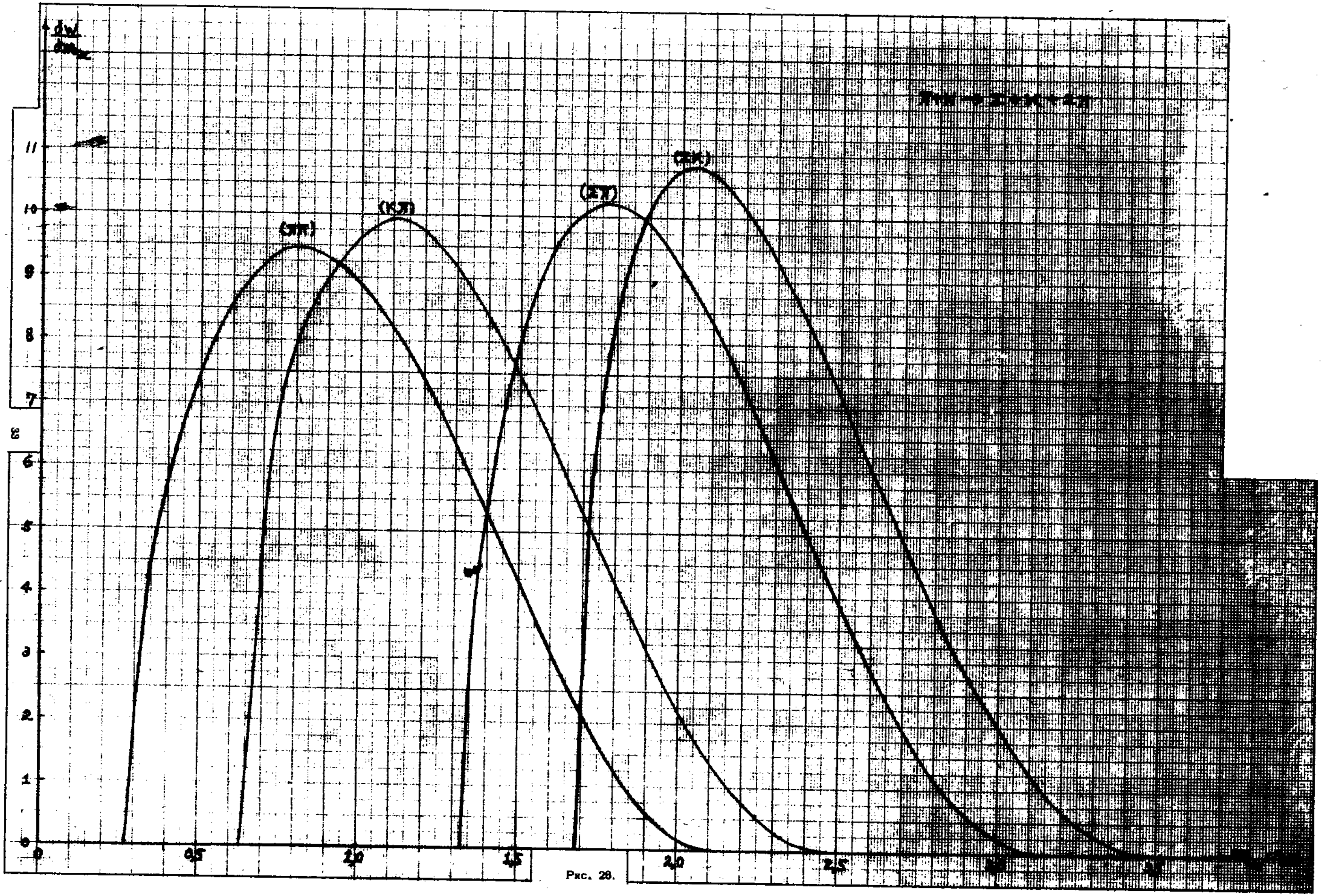


Рис. 28.

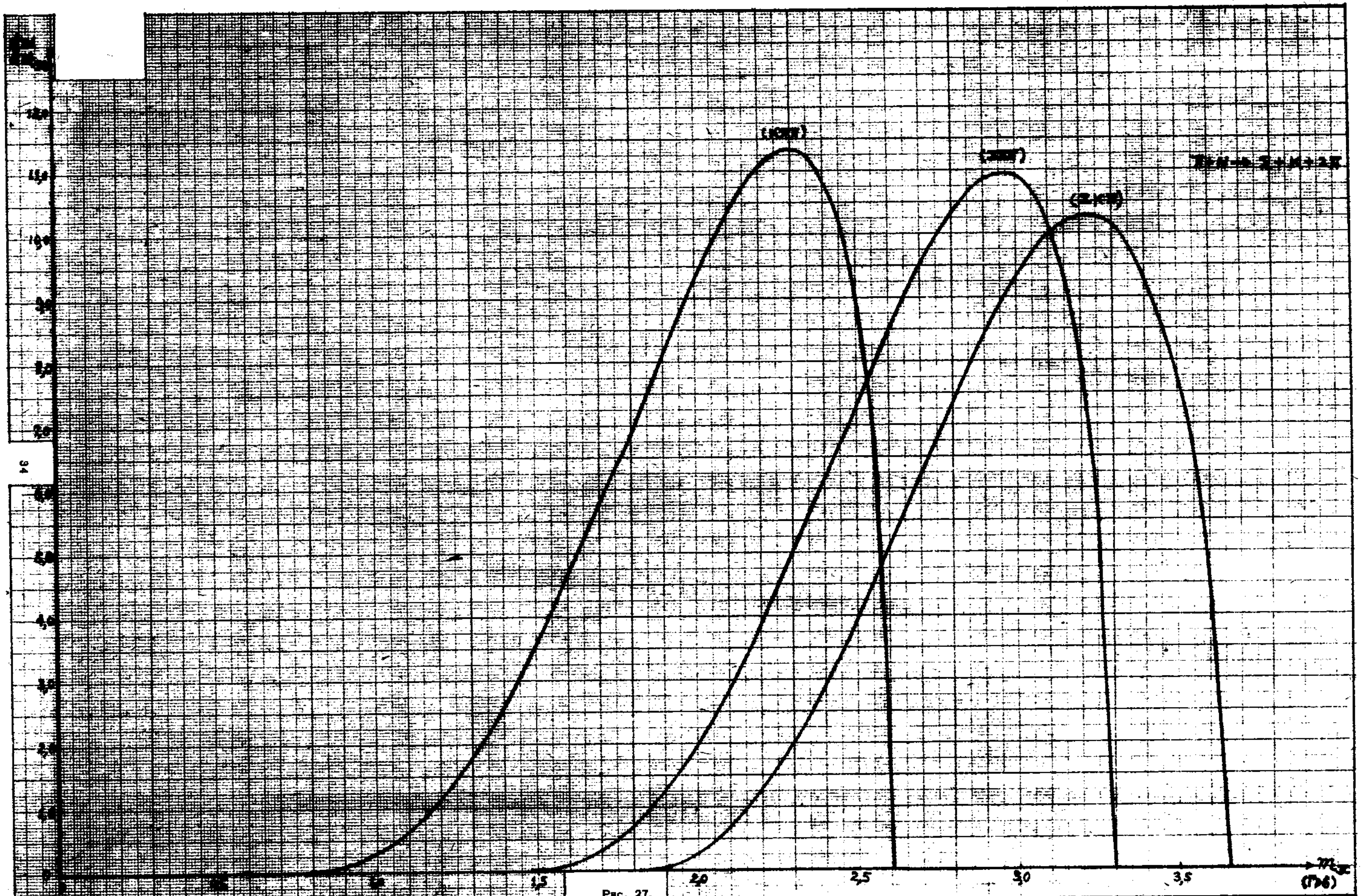


Рис. 27.

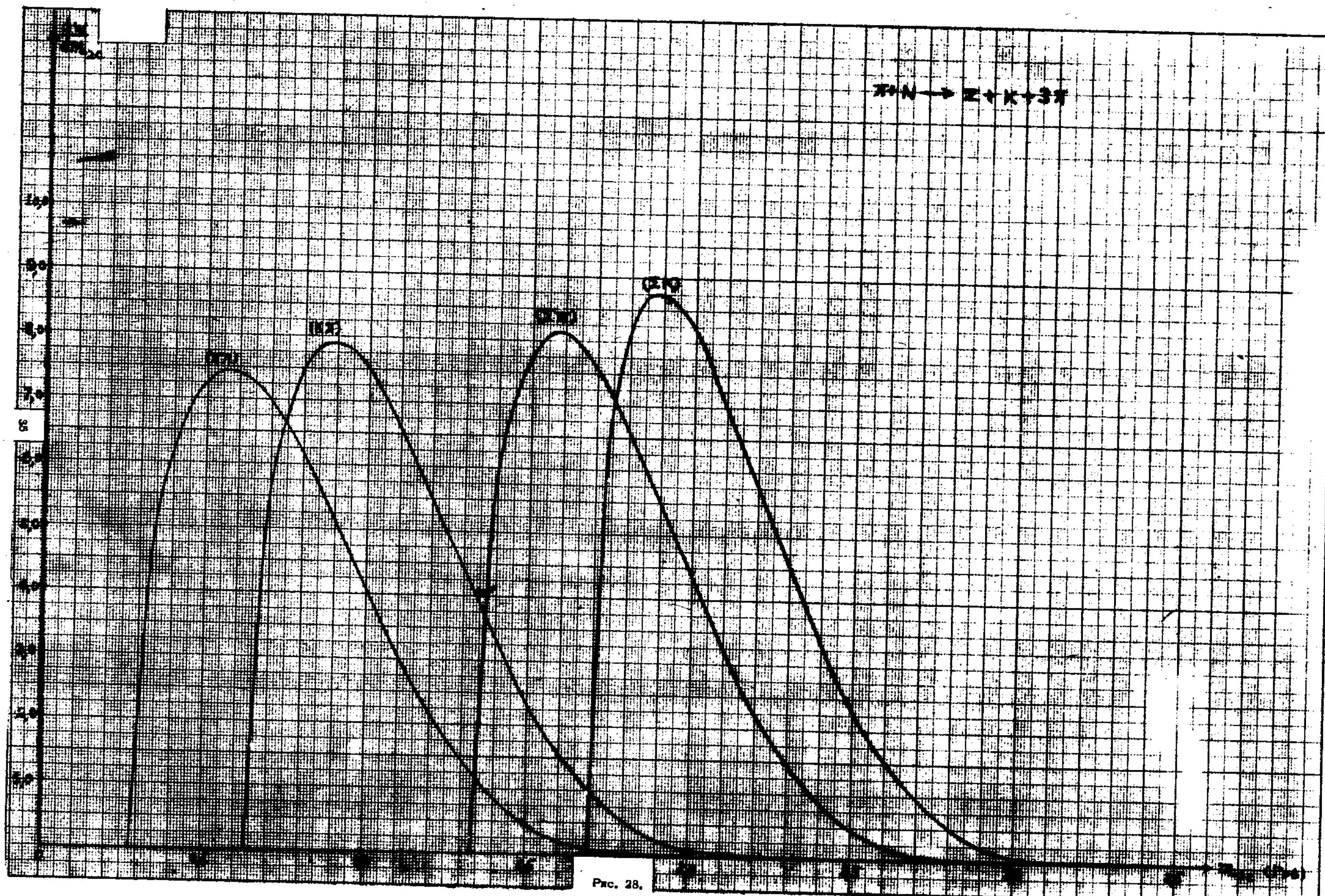
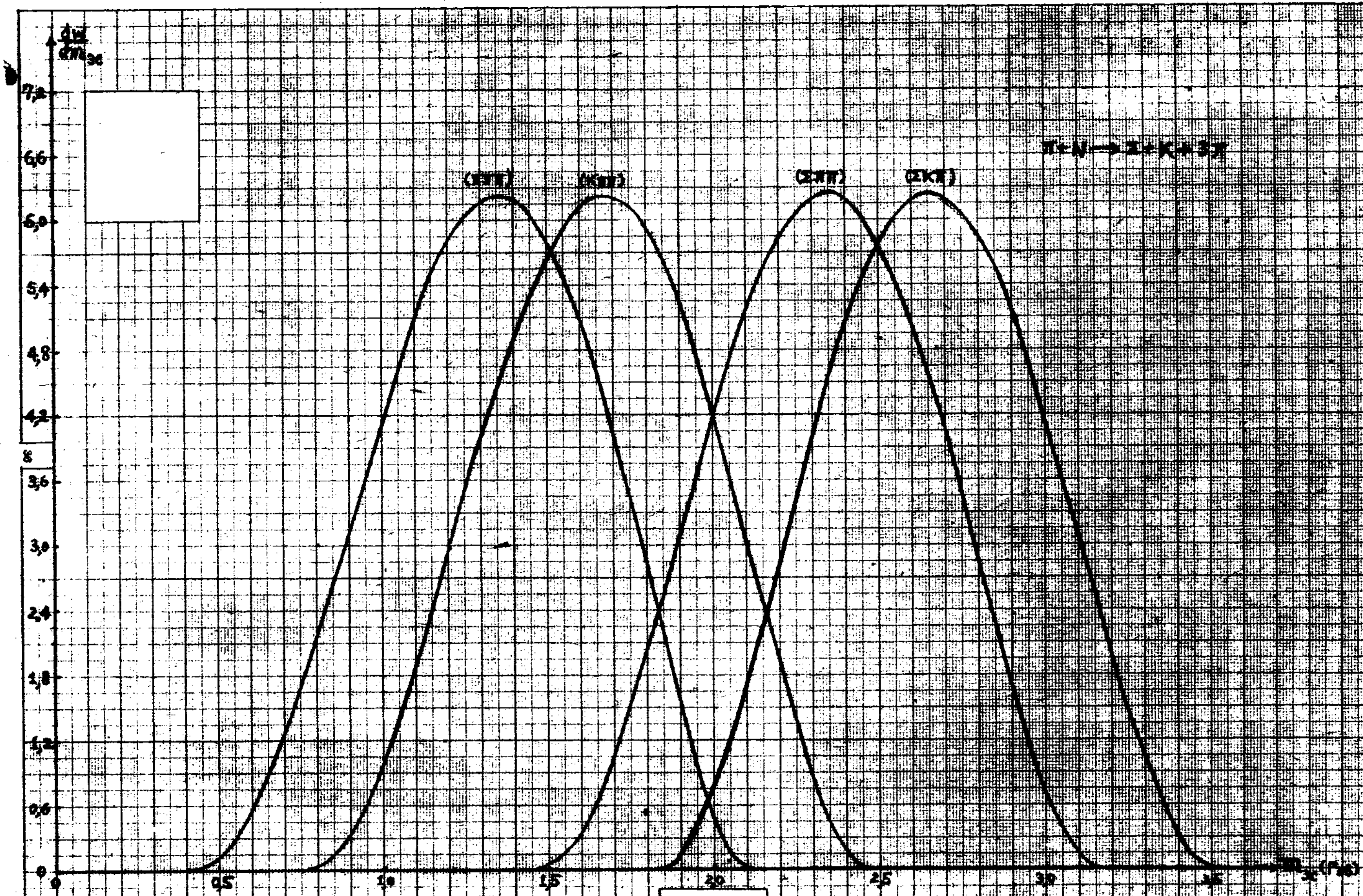


Рис. 28.



$\frac{dW}{dm_{3\pi}}$
7,2
6,6
6,0
5,4
4,8
4,2
3,6
3,0
2,4
1,8
1,2
0,6
0
0,5
1,0
1,5
2,0
2,5
3,0
3,5
$\pi + N \longrightarrow \Sigma + K + 3\pi$
(Kπ)
(Σπ)
(ΣK)

Рис. 29.

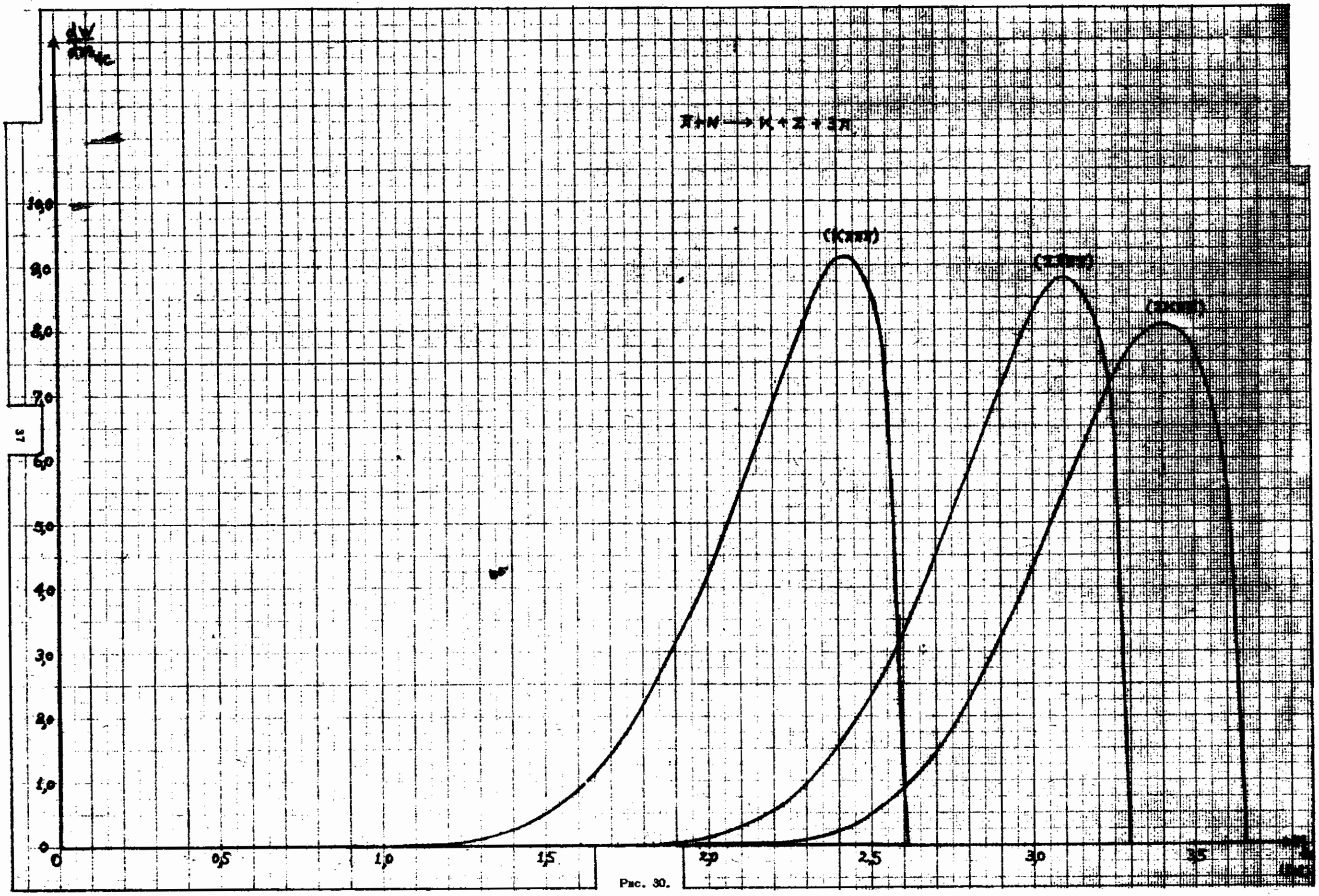

dV
$\pi + N \longrightarrow K + \Sigma + 3\pi$
10,0
9,0
8,0
7,0
6,0
5,0
4,0
3,0
2,0
1,0
0
0,5
1,0
1,5
2,0
2,5
3,0
3,5

Рис. 30.

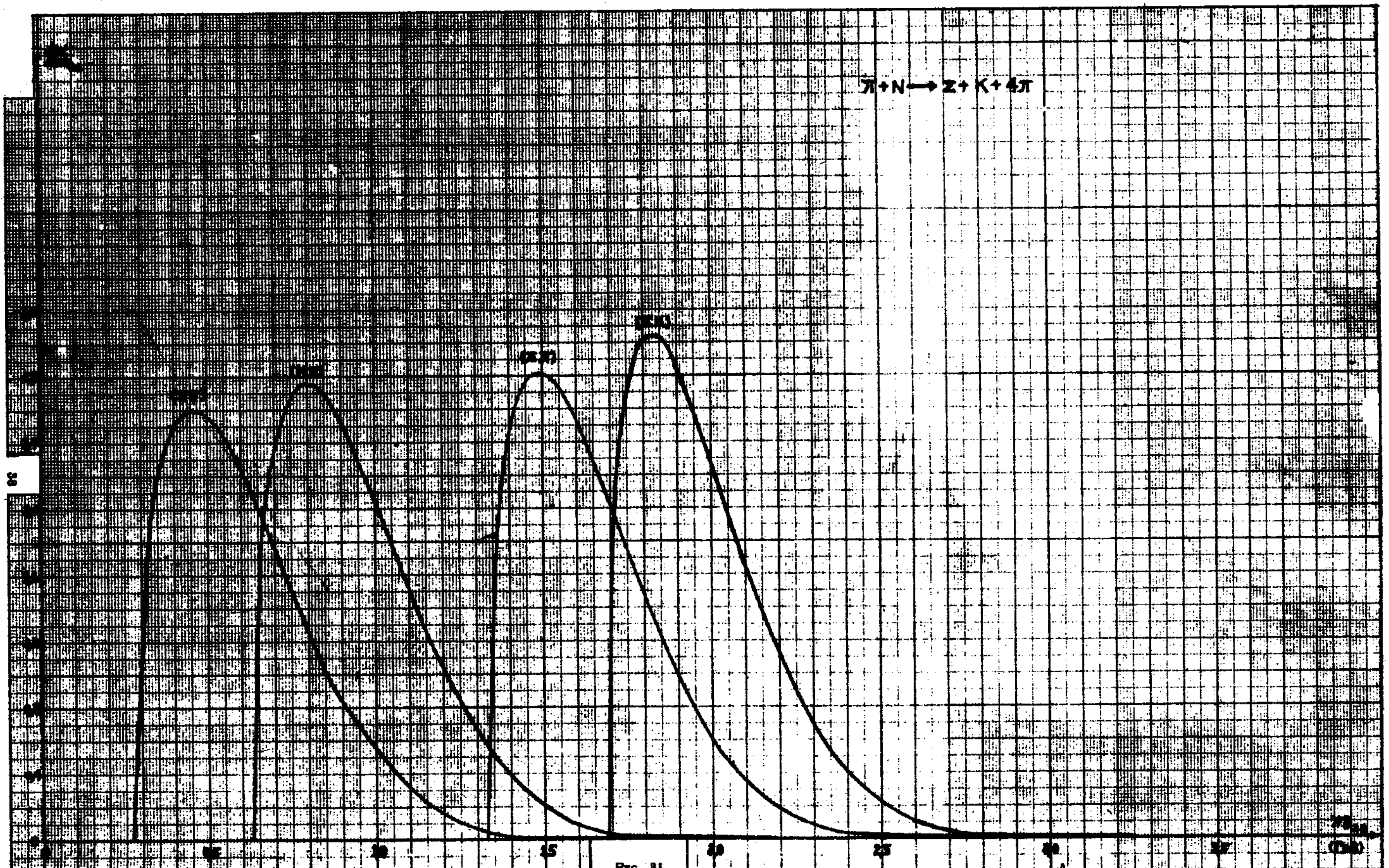
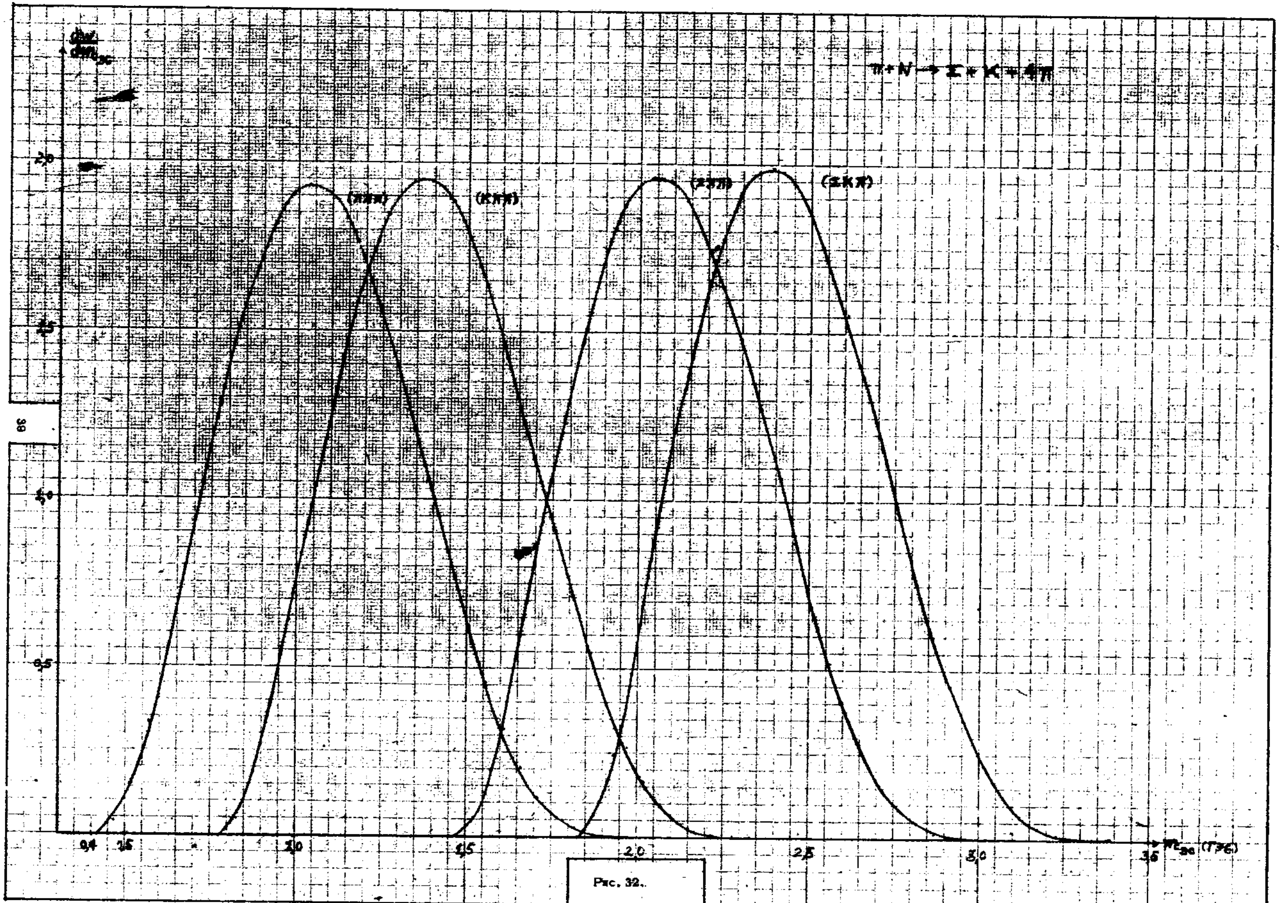


Рис. 31.



$\frac{dW}{dm_{3C}}$
$\pi + N \to \Sigma + K + 4\pi$
(Kππ)
(ΣKπ)
2,0
1,5
1,0
0,5
0,4
1,5
1,0
1,5
2,0
2,5
3,0
3,5
m_{3C} (ГэВ)

Рис. 32.

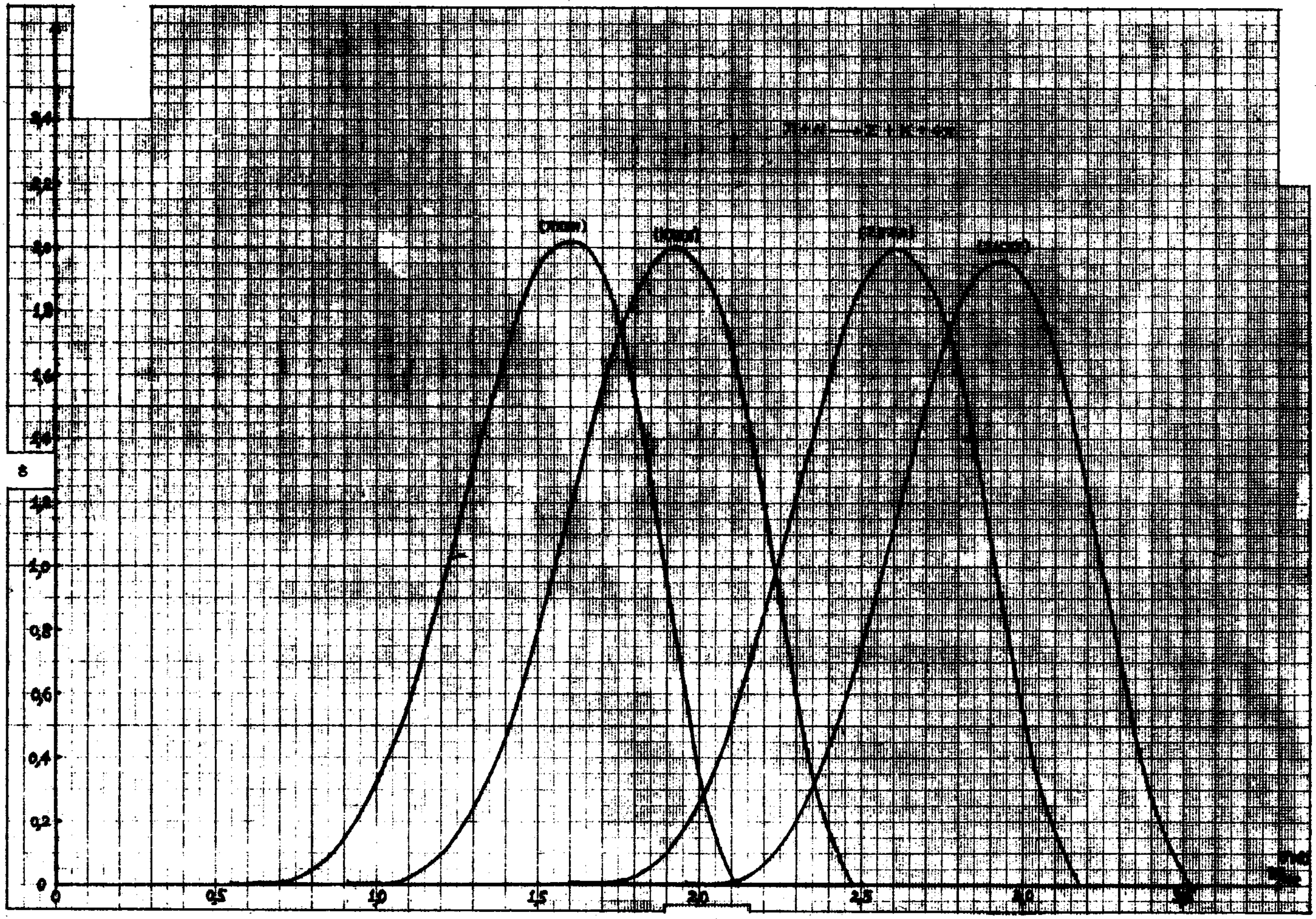


Рис. 33.

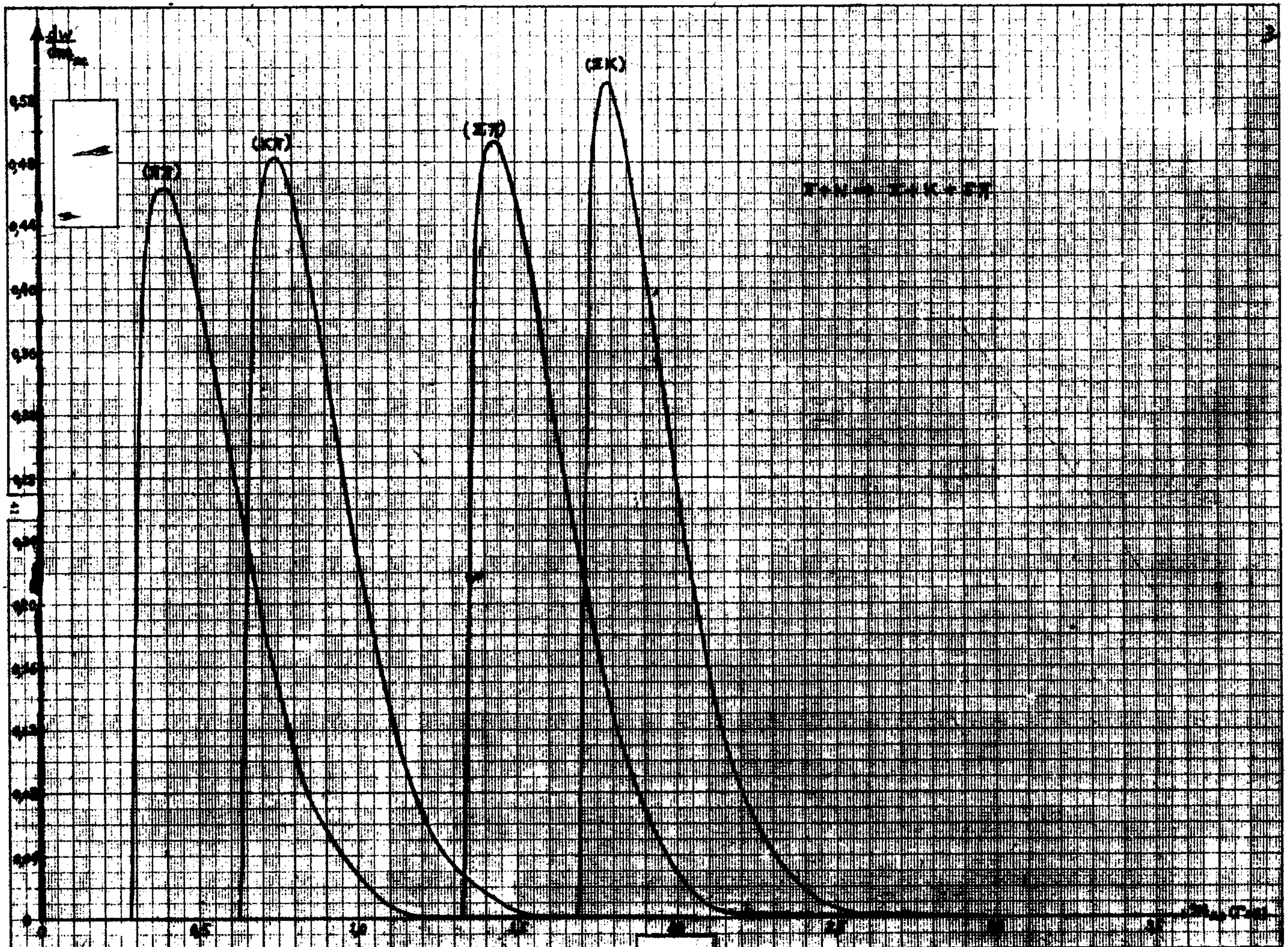


Рис. 34.

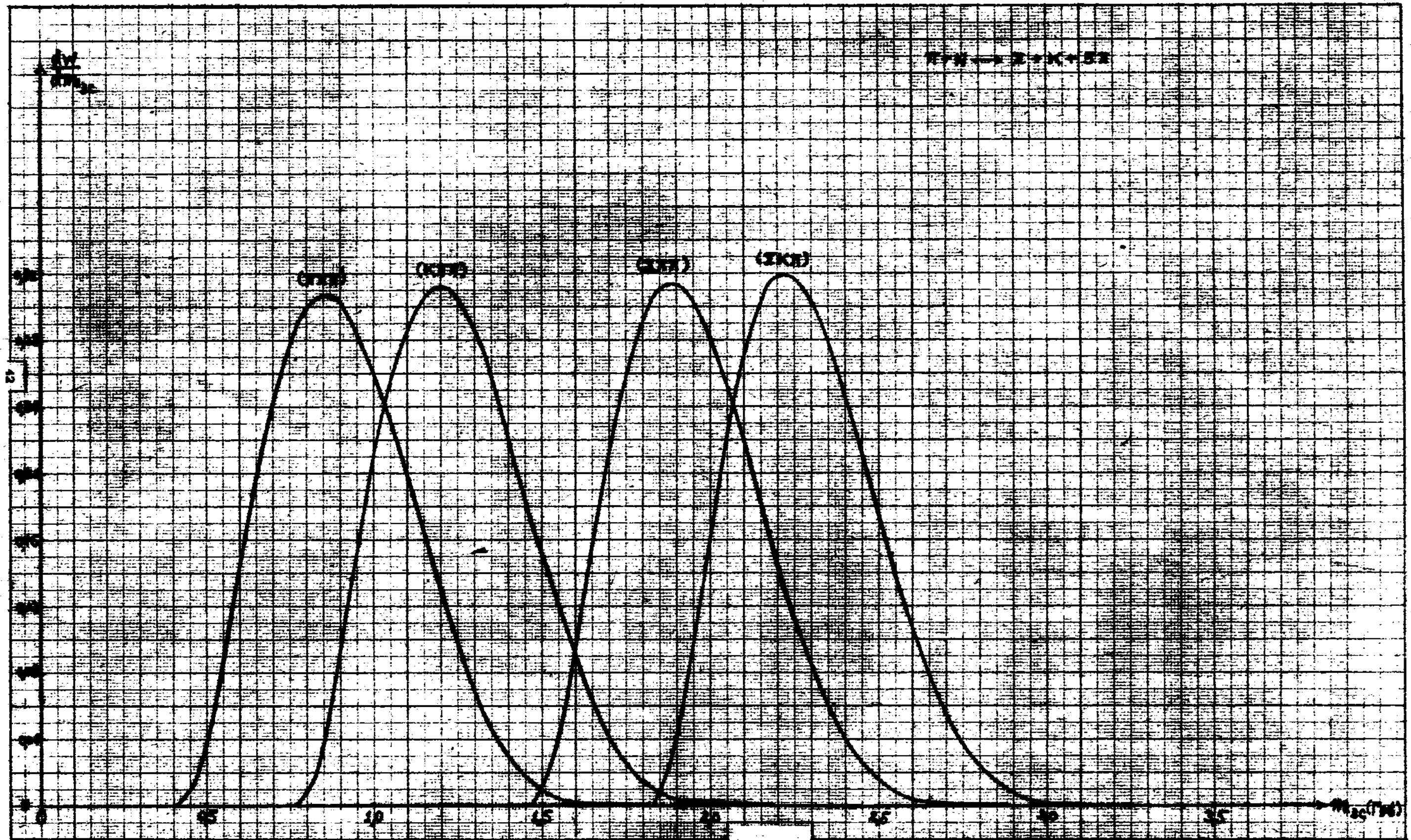


Рис. 35.

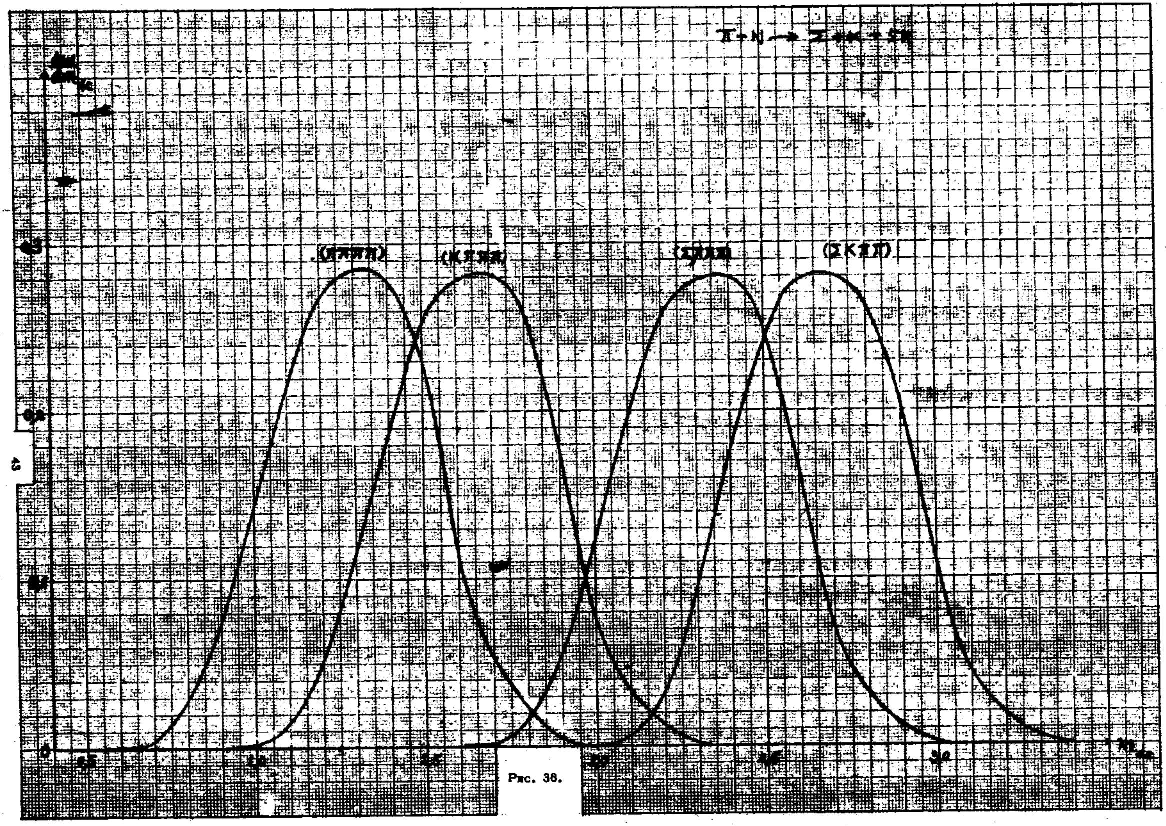
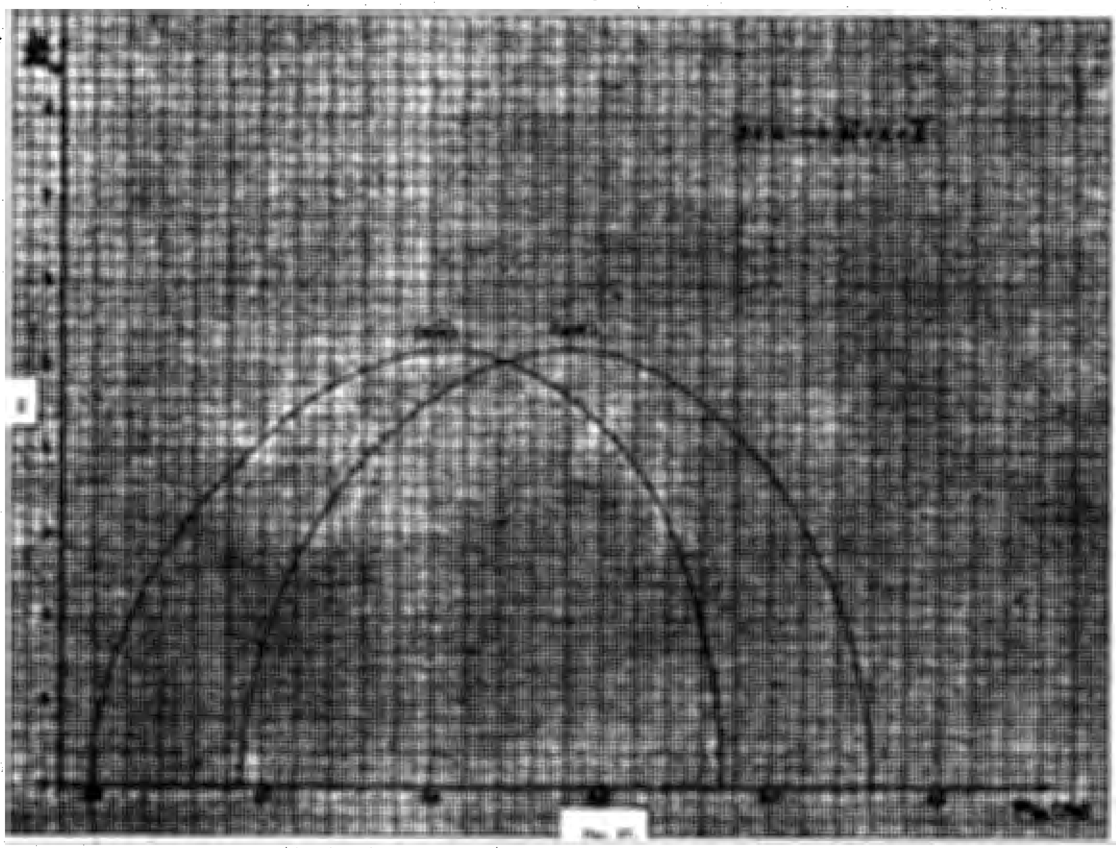


Рис. 38.



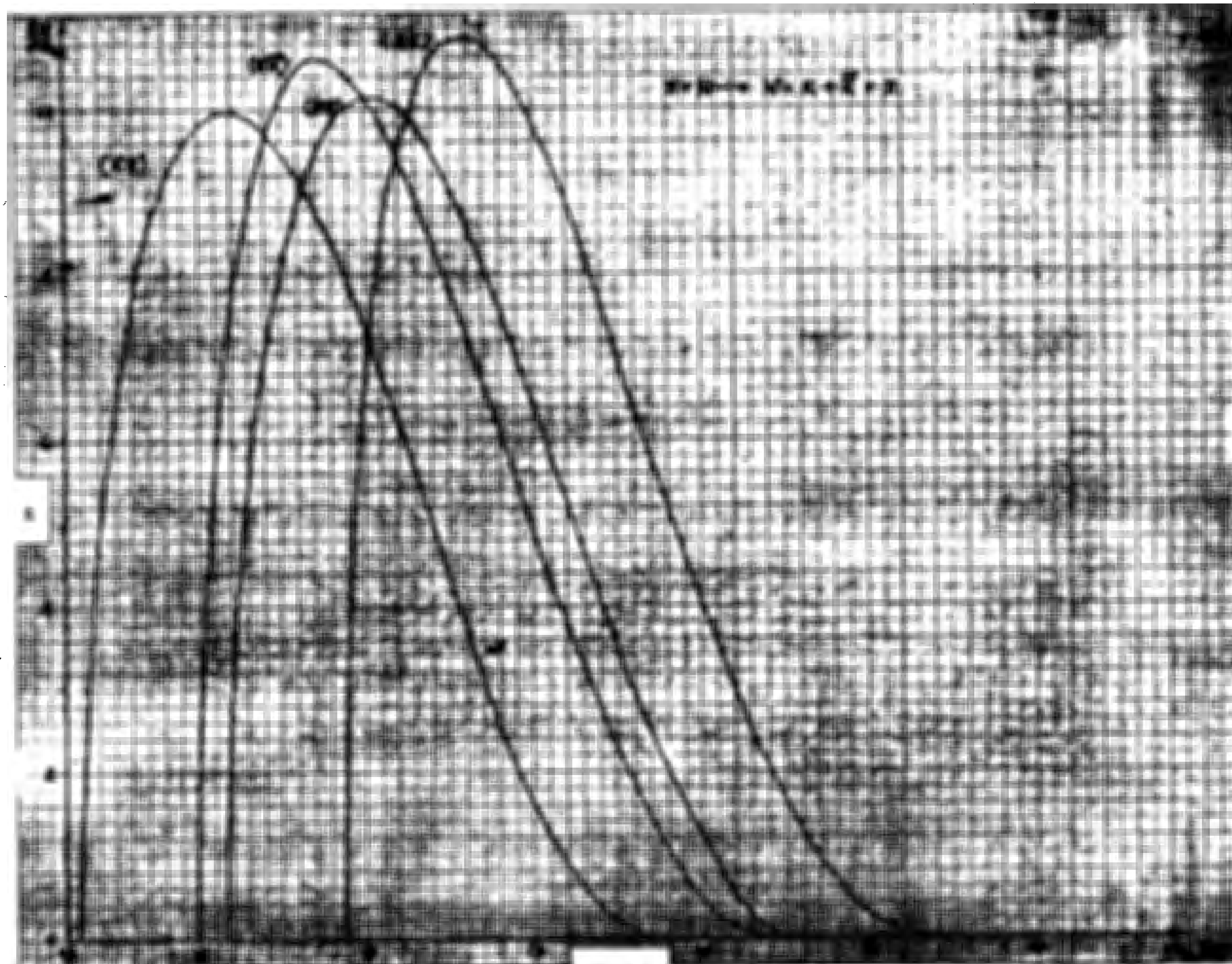


Рис. 38.

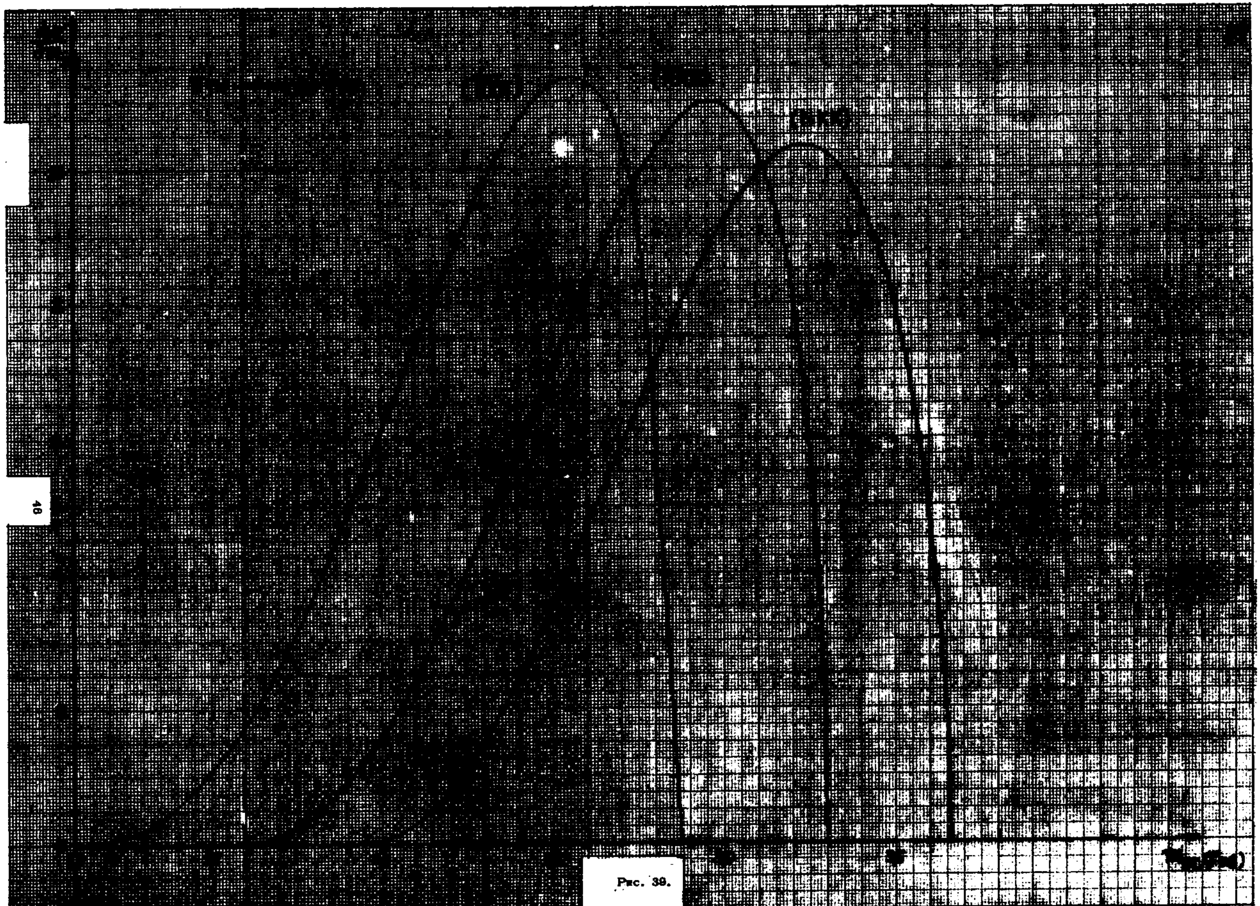


Рис. 39.

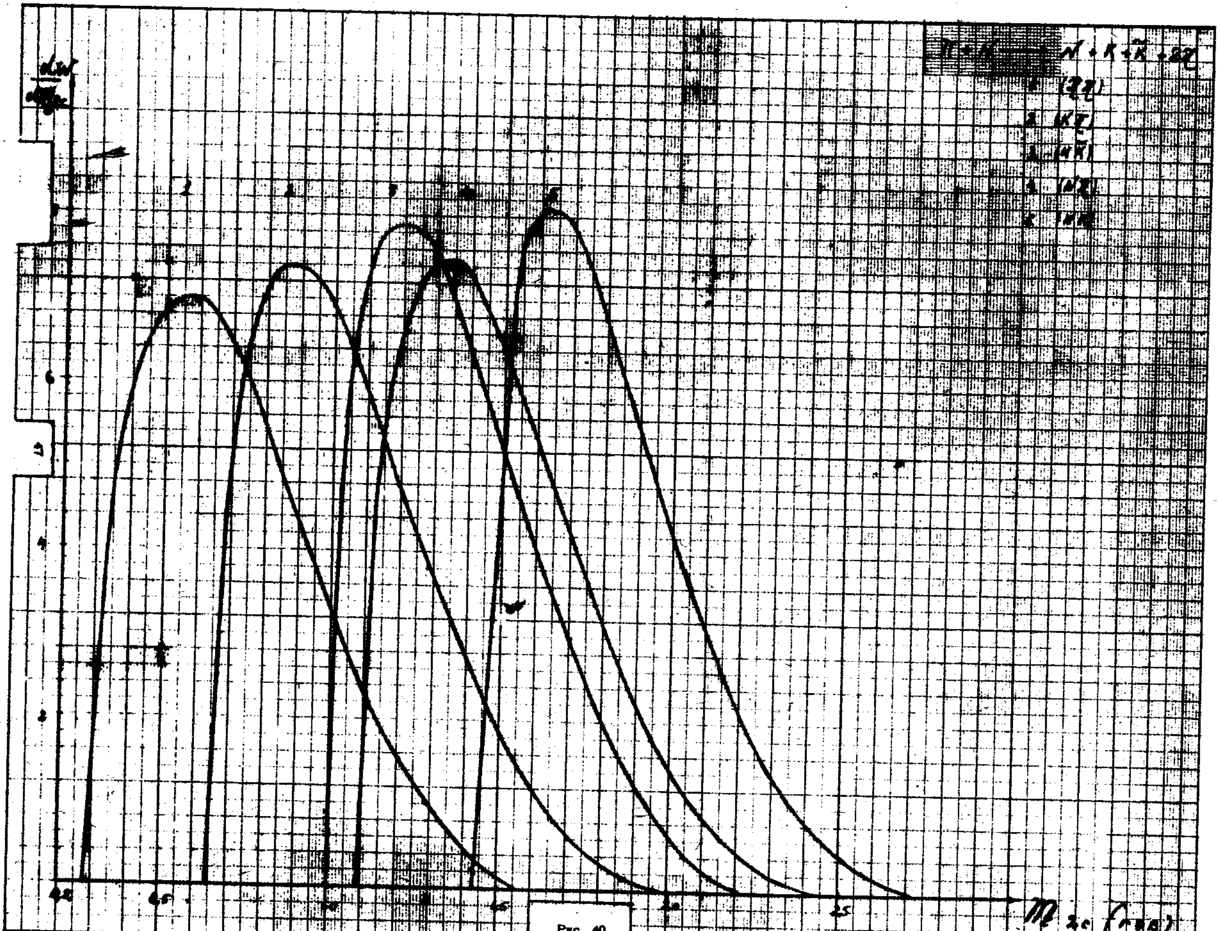


Рис. 40.

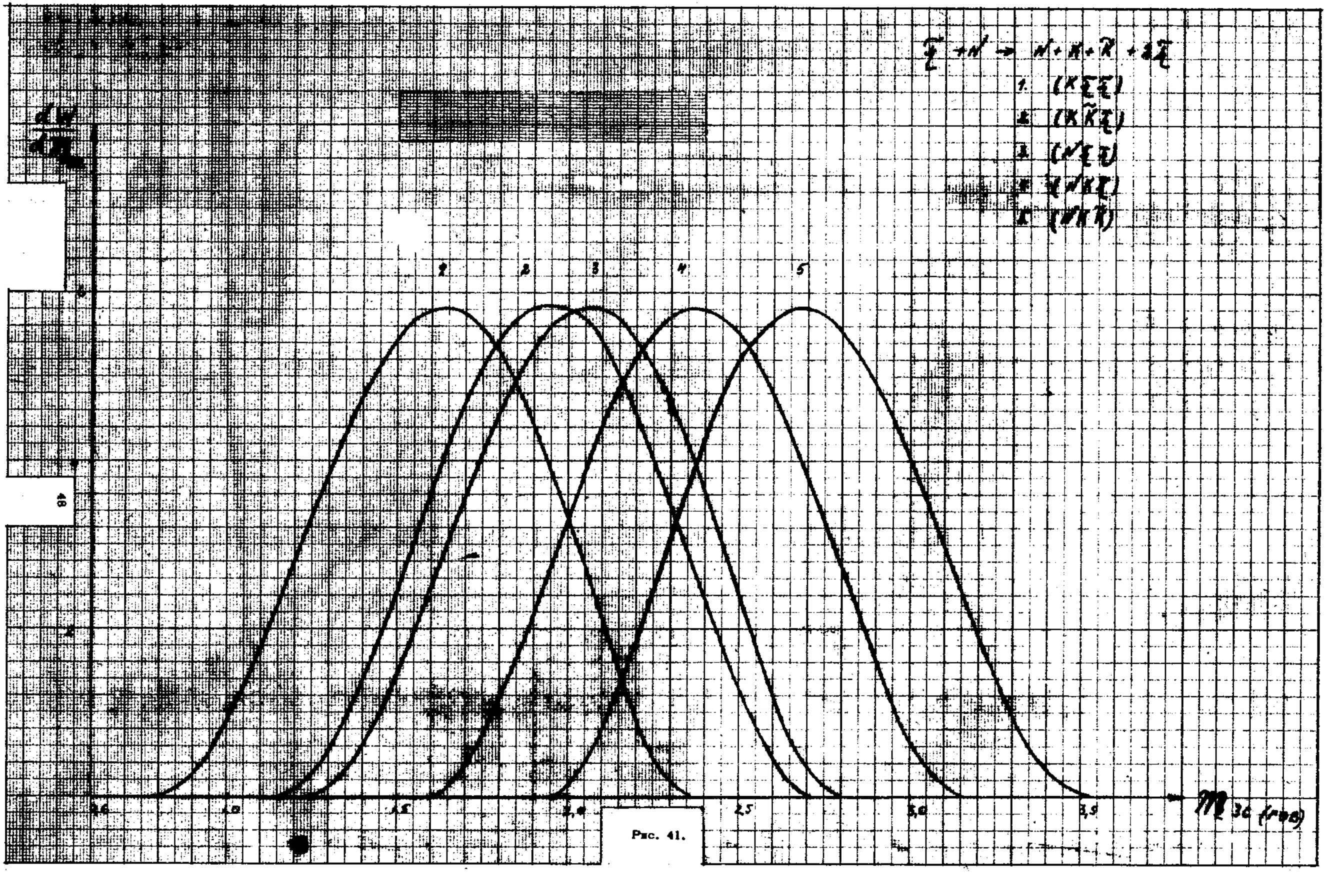


Рис. 41.

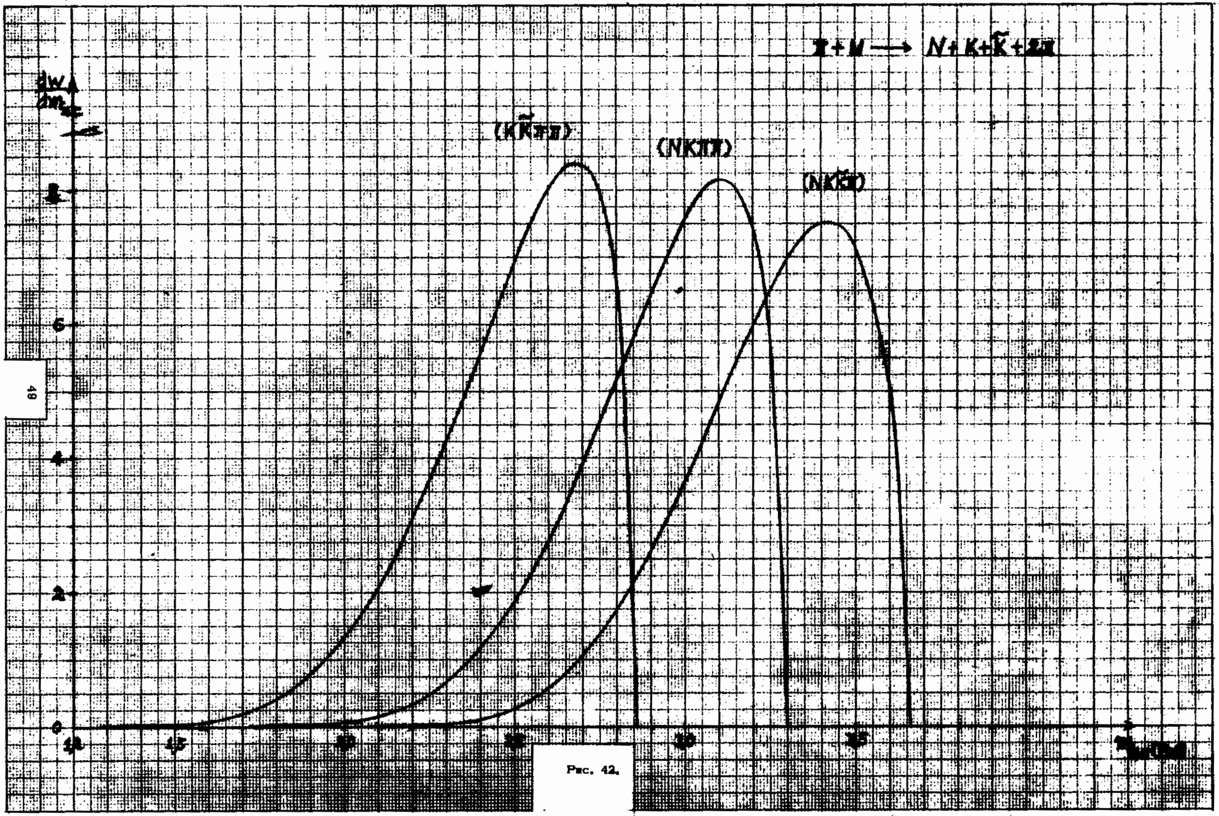


Рис. 42.

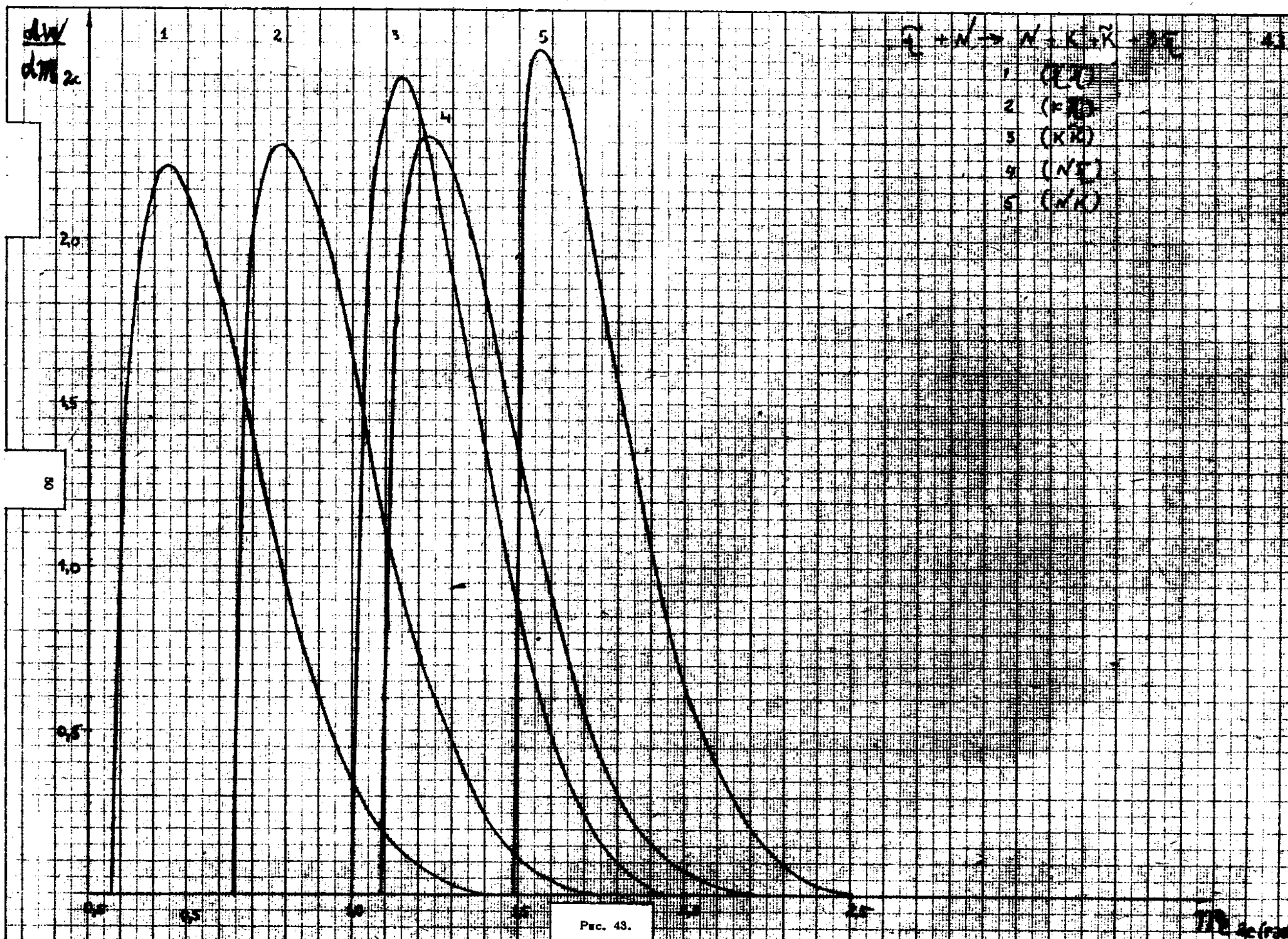


Рис. 43.

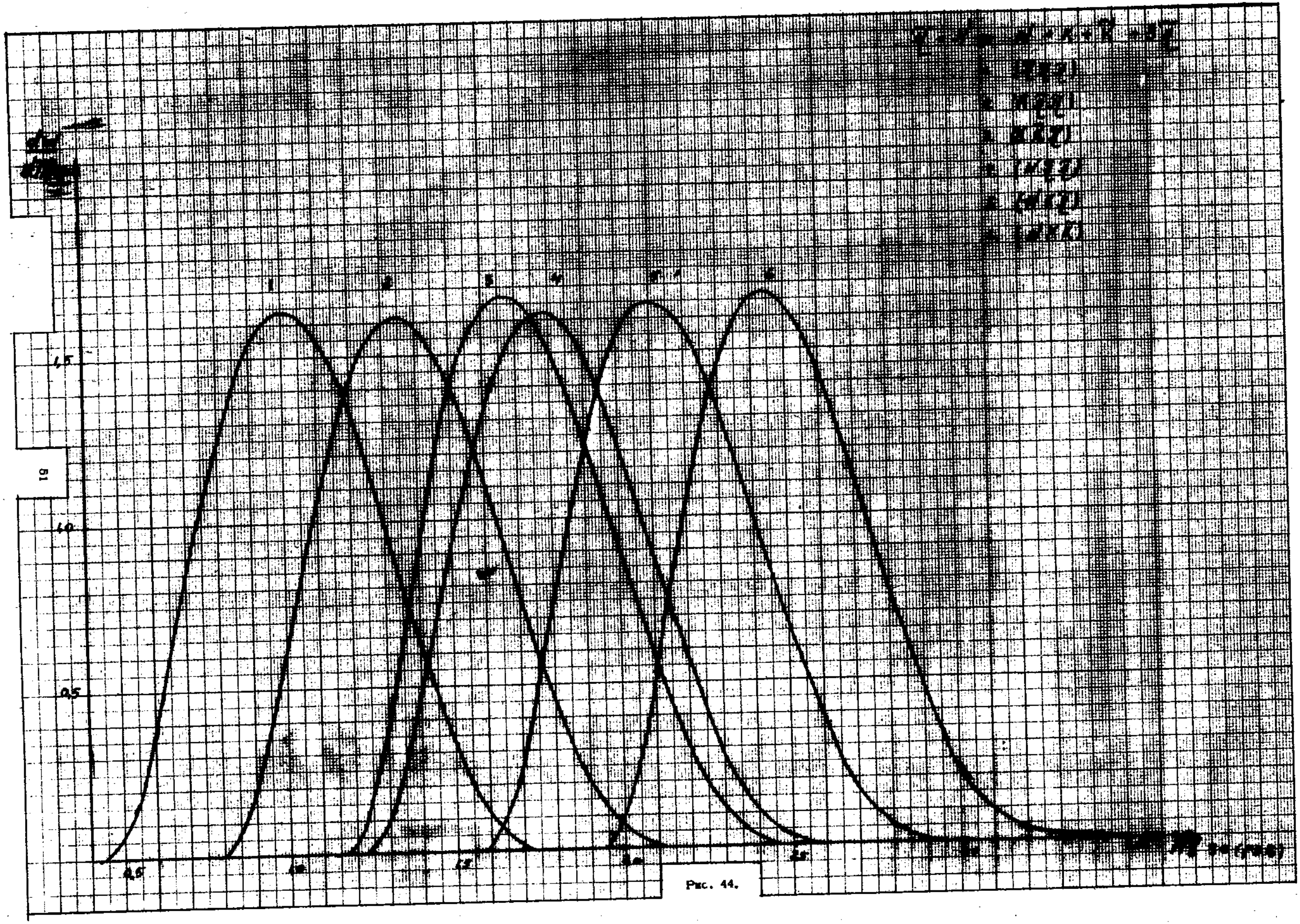


Рис. 44.

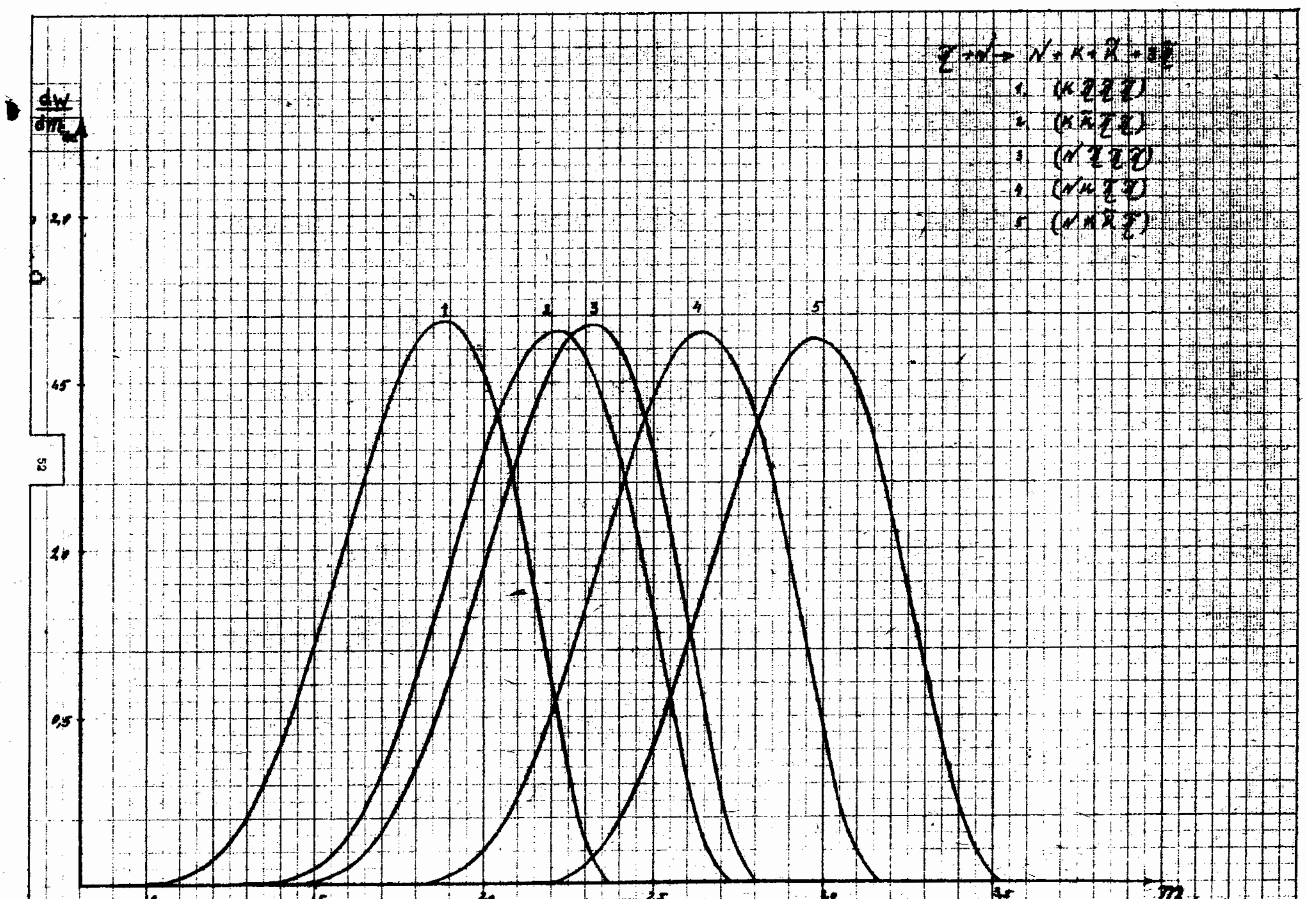


Рис. 45.

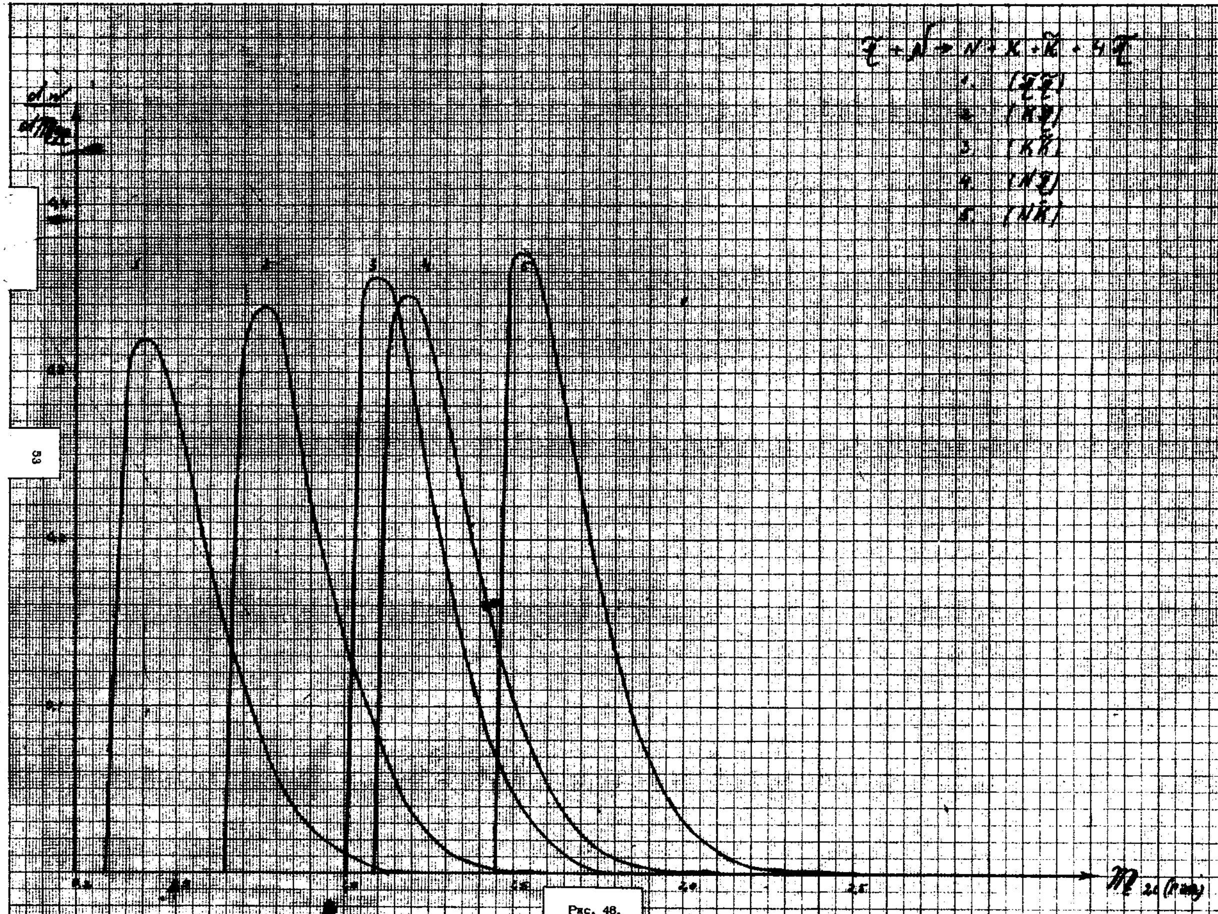


Рис. 48.

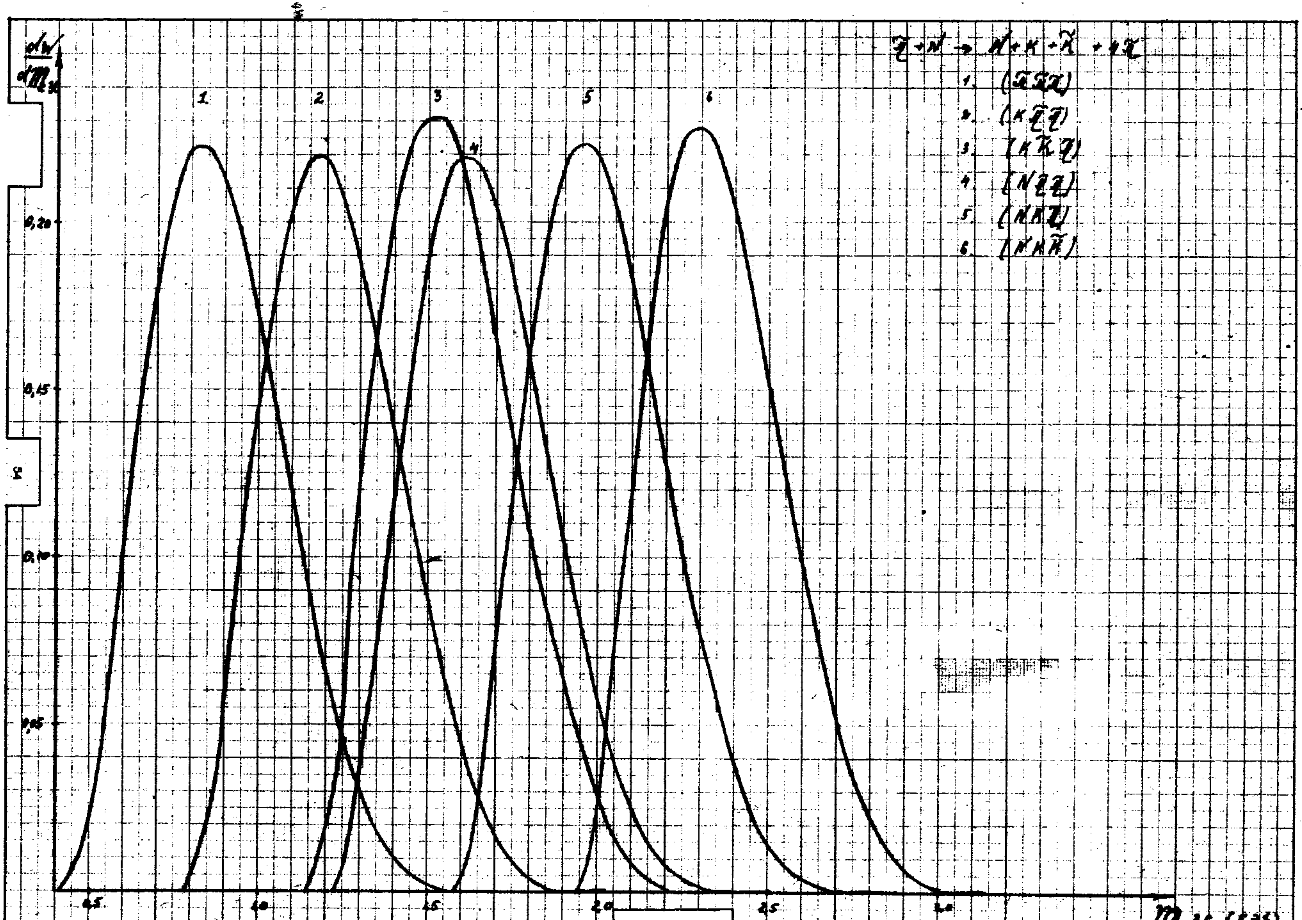


Рис. 47.