ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

В.С. Ваняшин

1650

УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА ДЛЯ СПИНОРНЫХ И ВЕКТОРНЫХ ПОЛЕЙ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель -
член-корреспондент АН СССР проф.

М.А. Марков

Дубна 1964

В.С. Ваняшин

УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА ДЛЯ СПИНОРНЫХ И ВЕКТОРНЫХ ПОЛЕЙ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель –
член-корреспондент АН СССР проф.

М.А. Марков

Дубна 1964

Первая часть реферируемой диссертации посвящена теории, использующей для спинорных полей уравнения второго порядка, вторая – специальному варианту теории заряженного векторного поля.

Предложение использовать уравнение второго порядка для описания фермионов было выдвинуто впервые Марковым [1]. Двухкомпонентная форма этого уравнения привлекалась Гелл-Манном и Фейнманом для обоснования векторно-аксиального характера слабого взаимодействия [2].

В диссертации показывается, что с помощью четырехкомпонентных спинорных полей, удовлетворяющих уравнениям второго порядка без каких-либо дополнительных условий, можно описать все имеющиеся в природе фермионы. Электромагнитное взаимодействие в такой теории вводится обязательно для половины компонент каждого спинорного поля, выделяемых проекционным оператором $\frac{1}{2}(1+\gamma^5)$. Получающаяся электродинамика повторяет результаты обычной, что доказывается для S -матрицы в любом порядке теории возмущений. Альтернативный формализм, по существу эквивалентный основанному на уравнении Дирака, может быть построен и для других взаимодействий. Однако этим не исчерпывается положительное содержание исследуемой теории. Гораздо большее значение имеют следствия, вытекающие из интерпретации спинорной волновой функции, удовлетворяющей уравнению второго порядка, как функции, одновременно описывающей заряженное и нейтральное состояние частицы [3]. К ним относятся необходимость существования мюонного нейтрино, "универсальность" электромагнитного взаимодействия для фермионов, связь векторно-аксиального характера слабого взаимодействия с заряженностью слабых токов.

К настоящему времени уже получены достаточно многочисленные экспериментальные данные о существовании промежуточного векторного бозона слабых взаимодействий [11-13]. В то же время теория элементарного векторного бозона встречает серьезные трудности из-за неперенормируемости взаимодействий комплексного векторного поля. Во второй части диссертации предлагается перенормируемый вариант теории векторного поля, характеризующийся следующими свойствами. Перенормируемость достигается естественно возникающей регуляризацией типа Паули-Вилларса, в которой роль компенсирующего поля играет продольная часть векторного поля. Такая формулировка удобна при рассмотрении электромагнитного взаимодействия, вместе с тем присутствие компенсирующего поля с большой, но конечной массой покоя, ограничивает сверху область энергий, в которой S -матрица физически интерпретируема. Несмотря на этот недостаток, предложенный вариант обладает рядом преимуществ по сравнению с обычным, неперенормируемым, и, по-видимому, должен явиться необходимым промежуточным этапом в "хорошей во всех отношениях" теории векторного поля, если последняя будет когда-либо создана.

Идентичный способ достижения перенормируемости взаимодействий векторного поля был несколько позже, чем автором /9/, предложен также Ли и Янгом /6/. Попытки избавиться от ограничения по энергии путем устремления массы компенсирующего поля в бесконечность пока к успеху не привели: ξ -предельный процесс Ли /7/ и "пертатизация" Пайса и Фейнберга /14-15/ связаны с большим произволом и не могут быть признаны удовлетворительными методами.

I.

Первая глава первой части диссертации представляет собой краткий обзор работ, исследовавших спинорное уравнение второго порядка. Во второй и третьей главах излагаются основные положения теории, использующей для свободного спинорного поля следующий лагранжиан:

$$L = -\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x^m} \gamma^m \gamma^n \frac{\partial \psi}{\partial x^n} + m^2 \bar{\psi} \psi \quad , \qquad (1)$$

где $\psi(x)$ - четырехкомпонентный спинор с обычными трансформационными свойствами.

Лагранжиан (1), в отличие от дираковского, приводит к уравнению Клейна и обнаруживает более богатые свойства симметрии и инвариантности.

Другой особенностью теории является возникновение индефинитной метрики при квантовании спинорного поля на основе лагранжиана (1), в связи с чем необходимо введение оператора метрики η. Эрмитовски самосопряженные операторы удовлетворяют условию:

$$\eta^* A^* \eta = A .$$

Интегральные динамические переменные - эрмитовы, как и в обычной теории, чего нельзя сказать о некоторых локальных динамических переменных. В частности, неэрмитовым оказывается тензор энергии - импульса, что порождает определенную проблему при феноменологическом рассмотрении взаимодействия со слабым гравитационным полем с помощью лагранжиана $16\,\pi\kappa\, T_{mn}\, h^{mn}$. Показано, что требование отсутствия вклада во взаимодействие от антиэрмитовой части T_{mn} приводит к известным дополнительным условиям для h^{mn}, необходимым для того, чтобы поле h^{mn} описывало только спин 2.

Вопрос о правильном выборе вида электромагнитного взаимодействия решается в главе IV одновременно с вопросом об интерпретации дополнительной степени свободы. Лагранжиан взаимодействия с электромагнитным полем

$$L' = ie(\bar{\psi}\,½(1+\gamma^5)\hat{A}\gamma^n \frac{\partial\psi}{\partial x^n} - \frac{\partial\bar{\psi}}{\partial x^n}\gamma^n\hat{A}\,½\,(1+\gamma^5)\psi - e^2 A_n^2 \bar{\psi}\,½\,(1+\gamma^5)\psi \qquad (2)$$

приводит к правилам Фейнмана, похожим на правила электродинамики скалярных частиц. "Катастрофическое" взаимодействие /член с e^2 в лагранжиане (2)/ предлагается учитывать переопределением T^* -произведения двух производных операторов поля. Это упрощает как технику вычислений, так и доказательство эквивалентности рассматриваемой формулировки электродинамики ее обычной формулировке. Доказательство проведено для S -матрицы в теории возмущений. В рамках двухкомпонентного формализма такая эквивалентность только иллюстрировалась частными примерами, но не была доказана [4].

В IV главе также рассмотрен ряд примеров. Отчетливое разделение зарядового и спинового взаимодействий в рассматриваемой теории выгодно упрощает расчет радиационных добавок к магнитному моменту электрона. Кроме того, подсчитана собственная энергия электрона, поскольку она отличается от соответствующего выражения в обычной теории.

В главе V рассмотрены дискретные преобразования. Отражение пространства и P -инвариантность электродинамики, вообще говоря, уже рассматривались другими авторами и включены в диссертацию в основном с целью полноты изложения. Новым здесь является определение операции зарядового сопряжения, удовлетворяющее требованию изменения знака электрического тока. В работах, игнорировавших индефинитную метрику, выполнить это требование не удавалось.

В рассматриваемой теории нуклон описывается одной удовлетворяющей уравнению второго порядка волновой функцией, и совершаемые над ней определенные преобразования интерпретируются как преобразования изотопические. В главе VI указываются две возможности для таких преобразований. Первая из них основана на известном изоморфизме между группами Паули-Гюрси и изотопических вращений, вторая - специфична для теории спинорных уравнений второго порядка и основана на соответствии:

$$\tau_3 \doteq \gamma^5, \qquad \tau_2 \doteq i\frac{\hat{\partial}}{m}, \qquad \tau_1 \doteq \gamma^5\frac{\hat{\partial}}{m}. \qquad (3)$$

Для Λ- и Σ -гиперонов необходимо использовать две совместно преобразующиеся волновые функции, в то время как Ξ - частица описывается аналогично нуклону.

В VI главе также рассмотрен вопрос о виде лагранжиана взаимодействия нуклонного и π –мезонного полей. В гейзенберговском представлении соответствующие уравнения принимают сложный нелинейный вид; в этом можно видеть причину распространенного ошибочного мнения, что в рамках спинорного уравнения второго порядка невозможно ввести никаких иных взаимодействий, кроме векторных /3–4/.

Седьмая глава посвящена слабому взаимодействию. Последнее проявляет себя как взаимодействие, ответственное за переходы между $\frac{1}{2}(1+\gamma^5)$–и $\frac{1}{2}(1-\gamma^5)$ –компонентами волновых функций, удовлетворяющих уравнению второго порядка. Такая характеристика одновременно отражает как векторно–аксиальную природу взаимодействия, так и заряженность слабых токов.

Электромагнитное взаимодействие в рассматриваемой теории также приобретает черты универсальности: замена в лагранжиане (1) ∂_n на $\partial_n \pm ie\frac{1}{2}(1+\gamma^5)A_n$ обязательна для любого спинорного поля. При этом следующим образом фиксируется тип слабого взаимодействия, не изменяющего странность: $V-A$ –взаимодействие имеет место в распадах $n \to p + e + \bar{\nu}$ и $\Sigma^0 \to \Sigma^+ + e + \bar{\nu}$, а $V+A$ – в распадах $\Sigma^- \to \Sigma^0 + e + \bar{\nu}$ и $\Xi^- \to \Xi^0 + e + \bar{\nu}$.

Взаимодействие нейтральных токов носит другой характер, чем взаимодействие токов заряженных (оно не вызывает переходов между $\frac{1}{2}(1+\gamma^5)$–и $\frac{1}{2}(1-\gamma^5)$ –компонентами). С этой точки зрения оказалось бы чистой случайностью равенство констант слабых взаимодействий с заряженными и нейтральными токами, предлагавшееся в некоторых схемах /5/x/.

В главе VIII рассматривается разрешимая модель взаимодействующих спинорных полей, удовлетворяющих уравнениям второго порядка. Она интересна тем, что ее точные значения матричных элементов для распада частиц совпадают с матричными элементами первого порядка обычной теории $V-A$ взаимодействия.

II.

Вторая часть диссертации начинается с обсуждения известных трудностей в теории векторного поля. Причина этих трудностей, по мнению автора, лежит вне рамок теории возмущений и заключается в том, что векторное поле (как и другие поля высокой тензорной размерности) не описывает с самого начала чистых спиновых состояний.

---

x/ В нейтринном эксперименте, недавно проведенном в ЦЕРНе, /12/ не обнаружено ни одного случая рассеяния нейтрино на протоне, вызываемого взаимодействием нейтральных токов, и получена следующая оценка отношения сечений:

$$\sigma_{\nu + p \to \nu + p} / \sigma_{\nu + n \to p + \mu^-} < 3-4\% \quad (E_\nu \geq 1\,Bev).$$

Далее предлагается новый вариант теории, основанный на следующем лагранжиане свободного векторного поля:

$$L = -\frac{\partial B_n^*}{\partial x_\ell}\frac{\partial B^n}{\partial x^\ell} - a\left(\frac{\partial B_n^*}{\partial x_n}\frac{\partial B_\ell}{\partial x_\ell} + \frac{\partial B_n^*}{\partial x_\ell}\frac{\partial B}{\partial x_n}\right) - \tag{4}$$

$$-\beta\left(\frac{\partial B_n^*}{\partial x_n}\frac{\partial B_\ell}{\partial x_\ell} - \frac{\partial B_n^*}{\partial x_\ell}\frac{\partial B_\ell}{\partial x_n}\right) + m^2 B_n^* B^n .$$

Очевидно, что это самый общий вид лагранжиана, удовлетворяющего требованиям релятивистской инвариантности, локальности и отсутствия высших производных.

Поле $B^n(x)$ удовлетворяет уравнению

$$\left[g^{\ell n}(\Box - m^2) - 2a\frac{\partial^2}{\partial x_\ell\,\partial x_n}\right]B_n(x) = 0 \tag{5}$$

и может быть разбито на поперечную и продольную части:

$$B_n = B_n^T + B_n^L \;, \qquad B_n^L = \frac{1+2a}{m^2}\frac{\partial}{\partial x^n}\frac{\partial B_\ell}{\partial x_\ell} . \tag{6a}$$

$$(\Box - m^2)B_n^T = 0, \qquad \frac{\partial B_n^T}{\partial x_n} = 0; \; \left(\Box - \frac{m^2}{1+2a}\right)B_n^L = 0. \tag{6б}$$

Поперечная часть описывает кванты со спином 1 и квантуется с обычной метрикой, продольная часть описывает кванты со спином 0 и квантуется с метрикой индефинитной.

Функция распространения полного поля имеет вид

$$D^c_{n\ell} = \left(g_{n\ell} - \frac{k_n k_\ell}{m^2}\right)\frac{1}{m^2 - k^2 - i\epsilon} + \frac{k_n k_\ell}{m^2}\,\frac{1}{\frac{m^2}{1+2a} - k^2 - i\epsilon} \tag{7}$$

и убывает при больших виртуальных импульсах как $1/k^2$. Хорошее псведение функции распространения и, следовательно, перенормируемость электромагнитного и слабого взаимодействий векторного бозона достигнуты фактически за счет специальной регуляризации Паули-Вилларса, в которой роль компенсируюшего поля играет продольная часть векторного поля. Можно дать и такую формулировку, в которой компенсирующее поле вводится независимо от векторного поля, удовлетворяющего условию Лоренца, но непосредственное использование лагранжиана (4) удобнее при рассмотрении электромагнитного взаимодействия.

Лагранжиан электромагнитного взаимодействия поля имеет вид

$$L' = -ie A_\ell \left(B_n^* \frac{\partial B^n}{\partial x_\ell} - \frac{\partial B_n^*}{\partial x_\ell} B_n + 2a B_\ell^* \frac{\partial B_n}{\partial x_n} - 2a \frac{\partial B_n^*}{\partial x_n} B_\ell \right) -$$

$$-ie(a-\beta) F^{n\ell} B_n^* B_\ell + \tag{8}$$

$$+ e^2 \left(A_\ell^2 B_n^* B^n + 2a B_n^* A^n B_\ell A^\ell \right).$$

Отсюда видно, что параметр $\beta - a$ определяет гиромагнитное отношение для векторных частиц.

Слабое взаимодействие учитывается соответствующим лагранжианом. Указывается также, что для запрещения промежуточному бозону слабого взаимодействия вступать во взаимодействия сильные достаточно постулировать, что действительная и мнимая части векторного поля обладают различными трансформационными свойствами относительно отражений.

Существенным моментом рассматриваемой формулировки является конечность массы компенсирующего поля, устремление ее в бесконечность, строго говоря, возвращает нас к прежней неперенормируемой теории. Вопрос о физической интерпретации теории с виртуальными нефизическими частицами рассматривается в третьей главе второй части. Там показано, что в области энергий в системе центра масс, меньших массы покоя нефизических частиц, S -матрица строго унитарна в подпространстве только физических состояний и допускает вероятностную интерпретацию.

Хотя из-за ограничения по энергии рассматриваемая формулировка теории векторного поля носит компромиссный характер, она обладает и рядом положительных сторон, которые указываются в главе IV . В частности, по сравнению с обычным, неперенормируемым, вариантом она обладает тем преимуществом, что вместо бесконечной совокупности констант в теорию входит только одна - масса компенсирующего поля.

Метод достижения перенормируемости с помощью регуляризации Паули-Вилларса может быть распространен на любую неперенормируемую теорию. При этом возникает возможность классификации самих неперенормируемых взаимодействий в зависимости от числа компенсирующих полей, необходимых для достижения перенормируемости.

В главе IV также дается критика ξ-предельного процесса Ли. Показывается, что ξ -предельный процесс является весьма произвольно принятым алгоритмом подстановки конечных выражений вместо расходящихся логарифмически при стремлении массы продольного поля в бесконечность.

В заключительном параграфе диссертации указывается на возможность применения метода ренормализационной группы к рассмотренной формулировке теории векторного поля.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах /8-10/, а также докладывались на I - V всесоюзных конференциях по теории элементарных частиц в Ужгороде.

Литература

1. М.А. Марков. ЖЭТФ, 7, 577 и 603 (1937).
2. R.Feynman, M.Gell-Mann, Phys. Rev., 109, 193 (1958).
3. G.Marx. Nucl. Phys. , 9, 337 (1958).
4. L.Brown. Phys. Rev., 111, 957 (1958).
5. S.Bludman. Nuovo Cim., 9, 433 (1958).
6. T.D.Lee, C.N.Yang. Phys. Rev., 128, 885 (1962).
7. T.D.Lee. Phys. Rev., 128, 899 (1962).
8. В.С. Ваняшин. ЖЭТФ, 39, 337 (1960).
9. В.С. Ваняшин. ЖЭТФ, 43, 689 (1962).
10. В.С. Ваняшин. ЖЭТФ, 44, 603 (1963).
11. G.Danby et al. Phys. Rev. Lett., 9, 36 (1962) ; 10, 260 (1963).
12. H.Bingham et al. Neutrino Experiment - Bubble Chamber Results. Sienna, 1963.
13. CERN Report. Results from the CERN Neutrino Spark Chamber Experiment. Sienna, 1963.
14. G.Feinberg, A.Pais. Phys. Rev., 131, 2724 (1963).
15. G.Feinberg, A.Pais. Phys. Rev., 133, B 477 (1964).

Рукопись поступила в издательский отдел
23 апреля 1964 г.