

**СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

16-85-348

А.Р.Крылов

**УЧЕТ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ФАКТОРА
ПРИ ИЗМЕРЕНИИ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК
ПОЛЕЙ ИЗЛУЧЕНИЯ
ТЕЛЕСКОПИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ СЧЕТЧИКОВ**

1985

Важной задачей физики защиты на ускорителях заряженных частиц высокой энергии является изучение дифференциальных характеристик источников вторичного и рассеянного излучений. Для описания стационарного источника используется величина $F(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)$ /1/, такая, что $F(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) d\vec{r} d\vec{\Omega} dE$ представляет собой число частиц, испускаемых элементом объема /поверхности/ источника $d\vec{r}$, содержащим точку \vec{r} , в телесный угол $d\vec{\Omega}$ в направлении $\vec{\Omega}$ в интервале энергий от E до $E + dE$. Однако на практике непосредственное измерение величины $F(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)$, как правило, невозможно. Обычно эта величина связана с результатом измерений интегральным оператором Вольтера, и определение этой величины как решение соответствующего интегрального уравнения представляет сложную задачу. Однако в ряде практически интересных случаев оказывается возможным заменить решение интегрального уравнения вычислением некоторого геометрического фактора, который в первом приближении позволяет восстановить искомую функцию $F(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)$ по результатам измерений.

В практике исследований дифференциальных по углу характеристик заряженного компонента рассеянных полей излучения за сплошной защитой ускорителей используются телескопические системы счетчиков. Источником рассеянного излучения является вся плоскость защиты. Телескоп счетчиков S_1 и S_2 регистрирует частицы, выходящие из некоторой ограниченной области плоскости в районе исследуемой точки \vec{r}_0 - "эффективного источника" /ЭИ/ и проходящие через оба счетчика одновременно. В общем случае под S_1 и S_2 подразумеваются счетчики, детекторы которых определяют апертуру телескопа. Ось телескопа составляет угол ω с нормалью к плоскости. Из каждой точки \vec{r} ЭИ телескопом регистрируются только частицы, вылетающие в телесный угол $\Delta\Omega(\vec{r})$. Спектр частиц, пролетающих через телескоп, дается выражением:

$$N(E) = \int_{S_{ef}} d^2\vec{r} \int \Delta\Omega(\vec{r}) F(\vec{r}, \vec{\Omega}, E), \quad /1/$$

где S_{ef} - площадь эффективного источника. Выражение /1/ получено в предположении, что между источником излучения и регистрирующей аппаратурой частицы движутся по прямолинейным траекториям. Допустим, что на множестве векторов $\vec{\Omega}$, которое определяется конструкцией телескопа и его расстоянием от излучающей плоскости, функция $F(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)$ слабо меняется. Пусть также зави-

ОБЪЕДИНЕННАЯ МАШИНА
 НАСЕРИИ
 БИНА

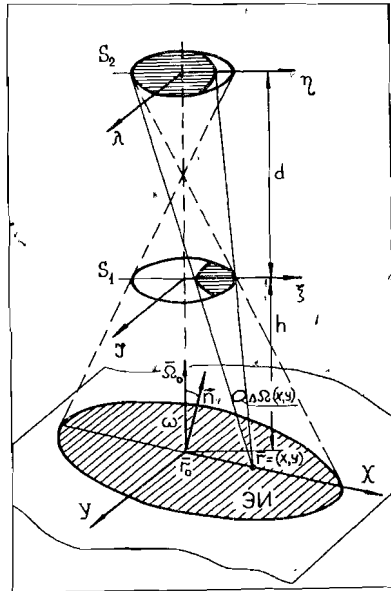


Рис.1. Системы координат, выбранные для вычисления $\Gamma(\alpha, \omega)$.

Зависимость этой функции от \bar{r} в пределах ЭИ является незначительной. На практике эти условия соблюдаются надлежащим выбором геометрии измерений и конструкции телескопа. Тогда в первом приближении $F(\bar{r}, \bar{\Omega}, E)$ под знаком интеграла в /1/ можно заменить на ее значение в некоторой точке $\bar{r} = \bar{r}_0$, $\bar{\Omega} = \bar{\Omega}_0$:

$$F(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) \approx F(\bar{r}_0, \bar{\Omega}_0, E). \quad /2/$$

В дальнейшем за \bar{r}_0 принимаем точку пересечения оси телескопа с излучающей плоскостью, а за направление $\bar{\Omega}_0$ - направление оси телескопа. Эти предположения оправданы для телескопов с малым угловым разрешением и при достаточно малых расстояниях h от ближнего счетчика S_1 до излучающей плоскости. С учетом /2/ из выражения /1/ получаем:

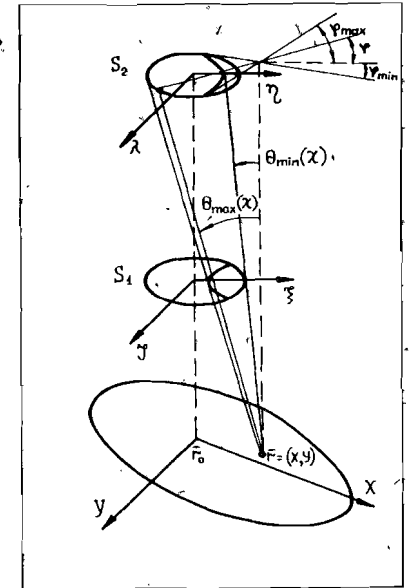
$N(E) \approx \Gamma(\alpha, \Omega) \cdot F(\bar{r}_0, \bar{\Omega}_0, E)$,
где

$$\Gamma(\alpha, \omega) = \int_{S_{\text{эф}}} d^2\bar{r} \cdot \Delta\Omega(\bar{r}) \quad /4/$$

- геометрический фактор. В выражении /4/ α обозначает набор параметров, характеризующих конструкцию телескопа /размер детекторов, счетчиков, расстояние между ними d и h ./

Уравнение границы ЭИ можно определить из следующего условия: из точки, принадлежащей границе ЭИ, можно провести единственную прямую, пересекающую одновременно границы обоих счетчиков. Введем системы координат, связанные с плоскостями детекторов счетчиков $S_1: \{\xi, \zeta\}$, $S_2: \{\eta, \lambda\}$ и с ЭИ - $\{x, y\}$. На рис.1 показана геометрия измерений для круглых детекторов счетчиков S_1 и S_2 . Выберем начала координат лежащими на оси телескопа, а оси координат таким образом, чтобы x, ξ, η , вектор нормали \bar{n} к ЭИ из точки \bar{r}_0 и ось телескопа лежали в одной плоскости. Запишем уравнения границ счетчиков в виде: $\zeta = U(\xi)$ для S_1 и $\lambda = G(\eta)$ для S_2 . Используя условие определения границы ЭИ,

Рис.2. Пределы изменений углов в сферической системе координат для вычисления $\Delta\Omega(\bar{r})$.



можно получить следующее выражение, связывающее величины x, y, η ?

$$\frac{yd + G(\eta)(h + x \sin \omega)}{d + h + x \sin \omega} = U \left(\frac{xd \cos \omega + \eta(h + x \sin \omega)}{d + h + x \sin \omega} \right). \quad /5/$$

Требую единственности разрешения уравнения /5/ относительно η , получаем уравнение границы ЭИ.

Телесный угол определяется выражением:

$$\Delta\Omega(x, y) = \int_{\phi_{\min}(x,y)}^{\phi_{\max}(x,y)} \{ \cos \theta_{\min}(\phi) - \cos \theta_{\max}(\phi) \} d\phi, \quad /6/$$

где θ_{\min} , θ_{\max} и ϕ_{\min} , ϕ_{\max} - экстремальные значения углов в сферической системе координат, определяющих значение телесного угла $\Delta\Omega(x, y)$ /см. рис.2/. Область изменения $\phi_{\min} \leq \phi \leq \phi_{\max}$ является пересечением множеств решений следующих систем уравнений:

$$\begin{cases} \zeta - y = \text{tg} \phi \cdot (\xi - x \cos \omega) \\ \zeta = U(\xi), \end{cases} \quad /7/$$

$$\begin{cases} \lambda - y = \text{tg} \phi \cdot (\eta - x \cos \omega) \\ \lambda = G(\eta). \end{cases} \quad /8/$$

$\cos \theta_{\min}$ и $\cos \theta_{\max}$ - границы пересечения двух множеств значений $\cos \theta$, определяемых выражением:

$$\cos \theta = \frac{H + x \sin \omega}{\sqrt{(p - x \cos \omega)^2 + (q - y)^2 + (H + x \sin \omega)^2}}, \quad /9/$$

где $H = h$, если $p = \{\xi\}$ и $q = \{\zeta\}$ - множество решений системы уравнений /7/; $H = h+d$, если $p = \{\eta\}$, $q = \{\lambda\}$ - решения системы уравнений /8/. Знак угла θ определяется соотношением:

$$\text{sign}(\theta) = (y - q) / \sqrt{(y - q)^2} \quad /10/$$

Расчет геометрического фактора был проведен для детекторов счетчиков двух типов: круглой и прямоугольной формы. Для круглых детекторов $\zeta = \pm\sqrt{R^2 - \xi^2}$, $\lambda = \pm\sqrt{r^2 - \eta^2}$ и уравнение границы ЭИ имеет вид:

$$\frac{(x - y)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad /11/$$

где

$$y = \frac{R(d+h) + hr}{d^2 \cos^2 \omega - (R+r)^2 \sin^2 \omega} (R+r) \sin \omega,$$

$$a = \frac{[R(d+h) + hr] d \cos \omega}{d^2 \cos^2 \omega - (R+r)^2 \sin^2 \omega}, \quad b = \frac{[R(d+h) + hr] \cos \omega}{\sqrt{d^2 \cos^2 \omega - (R+r)^2 \sin^2 \omega}}$$

Решения систем уравнений /7/ и /8/, входящие в /9/, находятся просто, но имеют достаточно громоздкий вид, и в данной работе не приводятся.

Поскольку аналитическое вычисление интегралов /6/ и /4/ в случае круглых детекторов не представляется возможным, расчеты геометрического фактора проводились на ЭВМ.

Для детекторов прямоугольной формы область ЭИ представляет собой трапецию с уравнениями сторон:

$$x_1 = \frac{bh + \ell(d+h)}{d \cos \omega - (b+\ell) \sin \omega}; \quad x_2 = \frac{bh + \ell(d+h)}{d \cos \omega + (b+\ell) \sin \omega}; \quad /12/$$

$$\pm y = \frac{a+c}{d} \sin \omega \cdot x + c + \frac{h}{d} (a+c), \quad /13/$$

где уравнения границ детекторов имеют вид: $\xi = \pm x$, $\zeta = \pm c$ - для детектора счетчика S_1 ; $\eta = \pm b$, $\lambda = \pm a$ - для детектора счетчика S_2 .

Приближенное выражение для геометрического фактора в этом случае дается следующей формулой:

$$\Gamma(a, \omega) = \frac{4ac}{d \sin^2 \omega} \left\{ b \cdot \sin \omega \cdot \ln \left(1 + \frac{4d\ell \cdot \sin \omega \cdot \cos \omega}{(d \cos \omega - \ell \sin \omega)^2 - b^2 \sin^2 \omega} \right) + \right.$$

$$\left. + \ell \cdot \sin \omega \cdot \ln \left[1 + \frac{4db \sin \omega \cdot \cos \omega}{(d \cos \omega - b \sin \omega)^2 - \ell^2 \sin^2 \omega} \right] + \right. /14/ \\ \left. + d \cdot \cos \omega \cdot \ln \left[1 - \frac{4\ell \cdot b \sin^2 \omega}{d^2 \cos^2 \omega - (\ell - b)^2 \sin^2 \omega} \right] \right\}.$$

Точность этого приближения определяется угловым разрешением телескопа $2\alpha_{\max}$ и не хуже тангенса α_{\max} .

Таблица

Сравнение результатов вычислений $\Gamma(a, \omega)$ для детекторов круглой формы численным образом на ЭВМ и по приближенной формуле /14/, при замене круглых детекторов эквивалентными квадратными

ω	Круглые детекторы		Квадратные детекторы	
	S_{ef} (см ²)	$\Gamma(a, \omega)$ (см ² ·ср)	S_{ef} (см ²)	$\Gamma(a, \omega)$ (см ² ·ср)
0°	6,32	5,30·10 ⁻³	6,33	5,31·10 ⁻³
15°	6,54	5,49·10 ⁻³	6,56	5,53·10 ⁻³
30°	7,31	6,12·10 ⁻³	7,32	6,14·10 ⁻³
45°	8,97	7,50·10 ⁻³	9,13	7,50·10 ⁻³
60°	12,76	10,61·10 ⁻³	12,78	10,63·10 ⁻³
75°	25,47	20,56·10 ⁻³	25,55	20,61·10 ⁻³

Геометрический фактор в случае круглых детекторов можно приближенно найти, используя выражение /14/ с параметрами $a = b = \frac{\sqrt{\pi}}{2} r$, $c = \ell = \frac{\sqrt{\pi}}{2} R$. Для примера в таблице приведены значения $\Gamma(a, \omega)$, рассчитанные по формуле /14/ для телескопа счетчиков с параметрами: $R = 0,8$ см, $r = 1,525$ см, $h = 14$ см, $d = 52,6$ см. Как видно из этой таблицы, такой алгоритм нахождения геометрического фактора для круглых детекторов вполне оправдан. Из этой же таблицы можно определить величину среднего телесного угла, разделив $\Gamma(a, \omega)$ на S_{ef} . Эта величина и величина S_{ef} показывают, что допущения, сделанные вначале /см. выражение /2//, являются вполне приемлемыми.

Геометрический фактор, вычисленный по данной методике, использовался при обработке данных измерений спектрально-угловых распределений заряженных частиц в рассеянных полях за защитой синхроциклотрона ЛЯП '2' и синхрофазотрона ЛВЭ. Данную методику целесообразно использовать также при измерениях дифферен-

циальных по углу характеристик полей вторичных излучений в случае, когда допущение о точности источника является слабым /объемная мишень в экспериментах по физике защиты/.

В заключение автор выражает благодарность В.Е.Алейникову за руководство и постоянный интерес к работе, Г.Н.Тимошенко - за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Васильев Р.Д. Основы метрологии нейтронного излучения. Атомиздат, М., 1972.
2. Алейников В.Е. и др. ОИЯИ, P16-11891, Дубна, 1978.

В Объединенном институте ядерных исследований начал выходить сборник "Краткие сообщения ОИЯИ". В нем будут помещаться статьи, содержащие оригинальные научные, научно-технические, методические и прикладные результаты, требующие срочной публикации. Будучи частью "Сообщений ОИЯИ", статьи, вошедшие в сборник, имеют, как и другие издания ОИЯИ, статус официальных публикаций.

Сборник "Краткие сообщения ОИЯИ" будет выходить регулярно.

The Joint Institute for Nuclear Research begins publishing a collection of papers entitled *JINR Rapid Communications* which is a section of the JINR Communications and is intended for the accelerated publication of important results on the following subjects:

Physics of elementary particles and atomic nuclei.
Theoretical physics.
Experimental techniques and methods.
Accelerators.
Cryogenics.
Computing mathematics and methods.
Solid state physics. Liquids.
Theory of condensed matter.
Applied researches.

Being a part of the JINR Communications, the articles of new collection like all other publications of the Joint Institute for Nuclear Research have the status of official publications.

JINR Rapid Communications will be issued regularly.

