ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

И.В. Полубаринов

1482

КАЛИБРОВОЧНАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ, СПИН И ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИЕ ВЕКТОРНЫЕ ПОЛЯ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель -
кандидат физико-математических
наук

В.И. Огиевецкий

Дубна 1963

И.В. Полубаринов

1482

КАЛИБРОВОЧНАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ, СПИН И ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИЕ ВЕКТОРНЫЕ ПОЛЯ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель –
кандидат физико-математических
наук

В.И. Огиевецкий

Дубна 1963

Диссертация посвящена теории взаимодействующих векторных полей со спином 1 и доказательству того, что пространственно-временное свойство таких полей - свойство обладать определенным спином - порождает высокие симметрии взаимодействий, отвечающие сохранению электрического заряда, числа барионов, странности, изотопического спина и т.д. В основе лежит критический анализ роли калибровочной инвариантности и дополнительных условий в теории высших спинов.

Фотон обладает спином 1, и его описывают 4-векторным полем. В последнее время были открыты новые объекты со спином 1: резонансы ω, ρ, φ, K^* и т.д. В связи с этим резко возрос интерес к теориям взаимодействующих векторных полей.

Прообразом для всех вариантов полевых теорий всегда служила электродинамика - единственная в какой-то мере завершенная и подтвержденная опытом полевая теория. Разумеется, создаваемые теории всегда были инвариантны относительно некоторых групп фазовых преобразований

$$\psi \to e^{i\Lambda}\psi, \quad \text{где } \Lambda \text{ не зависит от } x, \tag{1}$$

которые обеспечивали сохранение тех или иных квантовых чисел. Однако, как правило, в них отсутствовала свойственная электродинамике инвариантность относительно группы калибровочных преобразований 1-го рода

$$\psi \to e^{i\Lambda(x)}\psi, \quad \text{где } \Lambda(x) - \text{ произвольная функция от } x. \tag{2}$$

Отсутствие калибровочной инвариантности иногда расценивали как неполноценность теории, даже тогда, когда не рассматривались векторные поля, а только скалярные и спинорные. Именно так рассуждали Янг и Миллс /1/: истинная локальность теории непременно требует независимости фаз в различных точках пространства-времени, т.е. инвариантности относительно преобразований (2). Например, у них создалось впечатление, что, если взять какую-либо "неполноценную" теорию для заряженного поля ψ, первоначально (в соответствии с сохранением электрического заряда) инвариантную только относительно (1), и расширить группу ее инвариантности до (2), то якобы при этом с необходимостью возникнет электромагнитное поле - безмассовое векторное поле с законом калибровочных преобразований 2-го рода

$$A_\mu \to A_\mu + \frac{1}{e}\partial_\mu \Lambda(x), \tag{3}$$

т.е. якобы истинная локальность немыслима без электромагнитного поля.

По аналогии Янг и Миллс потребовали "истинную локальность" изотопической группы, т.е. потребовали, чтобы параметры изотопической группы также были произвольными функциями от x, и "вывели" существование нового поля - векторного как в обычном, так и в изотопическом пространствах (b - поле Янга-Миллса).

Заманчивые утверждения Янга и Миллса привлекали все большее внимание, а в последние годы появилось множество работ, в которых в надежде построить теорию сильных и слабых взаимодействий требование "истинной локальности" было возведено в принцип (так называемый "калибровочный принцип"), согласно которому параметры всех групп, относительно которых инвариантен лагранжиан, должны произвольно зависеть от x /2-9/. Так, "принцип" был применен к группам, отвечающим сохранению барионного и гиперонного зарядов /2,4/, и, в конце концов, ко всем классическим группам, используемым как обобщение изотопической (Глешоу и Гелл-Манн /8/, Конума, Умезава, Вада /9/). Утверждалось, что якобы во всех этих случаях с необходимостью вытекает существование тех или иных векторных полей. Некоторые авторы пытались разыскать такого же рода основания для существования π-мезонного поля и т.д.

<u>В главе 1</u> диссертации доказано, что на самом деле из калибровочного принципа не следует ни существование электромагнитного поля, ни существование других векторных полей, ни тем более π-мезонного. Калибровочная инвариантность просто означает, что какая-то функция (или функции) в теории произвольна, а, следовательно, какая-то степень свободы несущественна. Но требование, чтобы что-то было несущественно, не может ввести в теорию динамически существенные степени свободы. Так, калибровочный принцип не в состоянии индуцировать физически существенные составляющие A_μ, так как они калибровочно-инвариантны. Что же касается "истинной локальности", то она достижима простым включением градиентной связи со скалярным полем, хотя такая теория фактически остается свободной.

Тем не менее предложенные Янгом и Миллсом /1/ и их последователями /2-9/ калибровочно-инвариантные взаимодействия векторных полей, как мы увидим, действительно, замечательны своим глубоким внутренним сходством с электродинамикой.

В чем же истинное своеобразие электродинамики?

Обратим внимание на спиновую структуру 4-векторного поля A_μ. Вообще говоря, оно способно описывать и кванты со спином 1 и кванты со спином 0. В главе 1 диссертации показано, что своеобразие электродинамики состоит в том, что векторное поле в ней есть поле только со спином 1 и в реальных, и в виртуальных состояниях. Калибровочная инвариантность как раз и служит этой и только этой цели: она обезвреживает, делает несущественной составляющую A_μ со спином 0.

Точно так же и теории векторных полей, которые предложены Янгом и Миллсом и другими, замечательны не тем, что они якобы истинно локальны, или что в них якобы доказано существование векторных полей, а тем, что в них, благодаря соответствующим обобщенным калибровочным инвариантностям, каждое взаимодействующее векторное поле также есть поле со спином 1.

Поразительно, что давно и хорошо известный калибровочный произвол в выборе

потенциалов до сих пор не был правильно физически истолкован как средство для выделения спина 1. Таким образом, назначение калибровочной инвариантности совершенно аналогично назначению обычных дополнительных условий для свободных полей с ненулевой массой.

Далее, поскольку составляющая A_μ со спином 1 калибровочно-инвариантна, то калибровочная инвариантность не требует равенства нулю массы соответствующих частиц, если не привносить предположение о равенстве масс, соответствующих физически существенной составляющей со спином 1 и физически несущественной, зависящей от калибровки составляющей со спином 0.

<u>В главе 2</u> доказано, что возможна калибровочно-инвариантная формулировка теории нейтрального векторного поля с массой. Многие считали, что такая формулировка невозможна, во всяком случае без привлечения вспомогательных полей. Это рассматривалось даже как серьезное препятствие проведению аналогии между барионным и электрическим или гиперонным и электрическим зарядами путем введения соответствующих векторных полей (Ли и Янг /2/, Сакурай /4/ и др.). На самом деле такой трудности нет. Уже обычная некалибровочно-инвариантная формулировка по самой своей сути совершенно аналогична электродинамике, так как в ней, благодаря дополнительному условию

$$\partial_\mu A_\mu(x) = 0 , \tag{4}$$

поле A_μ есть поле со спином 1. Калибровочно-инвариантная формулировка – альтернативный, но притом равноценный, способ описания нейтрального векторного поля. Здесь нет дополнительного условия, а его миссию (выделение спина 1), как и в электродинамике Максвелла, берет на себя калибровочная инвариантность. В отличие от дополнительного условия (4) калибровочная инвариантность не исключает квантов со спином 0, а лишь обезвреживает их, гарантируя, что они не взаимодействуют с другими полями и между собой. Калибровочно-инвариантная теория массивного векторного поля позволяет проследить механизм работы калибровочной инвариантности на более простом (благодаря ненулевой массе) примере и еще раз показывает, что калибровочная инвариантность не требует равенства нулю массы векторного поля /17/. К такому же выводу позднее пришел Швингер /10/ на основе анализа динамических моделей. Совсем недавно то же утверждение снова было повторено Фелдманом и Мэтьюсом /11/. Отметим, что динамические модели Швингера, весьма интересные сами по себе, не нужны для обоснования вывода, что величина массы векторного поля не связана с калибровочной инвариантностью.

С точки зрения описания спина 1 теории типа Янга-Миллса также не портятся от включения массового члена для векторного поля. Он нарушает калибровочную инвариантность, но взамен из уравнений движения следует дополнительное условие Лоренца (4).

В главе 3 на основании неоднородной группы Лоренца дано общее определение спина взаимодействующего поля, обобщающее ситуацию в электродинамике. Все локальные теории поля инвариантны относительно неоднородной группы Лоренца, инварианты которой имеют прямой физический смысл – это масса и спин. Вместе с тем, как правило, поля классифицируют на основе однородной группы Лоренца. Только в свободном случае стандартные дополнительные условия для различных спинов гарантируют, что поля фактически преобразуются по неприводимым представлениям неоднородной группы Лоренца. Однако неоднородная группа Лоренца совершенно не использовалась для классификации взаимодействующих полей и взаимодействий. В рамках неоднородной группы Лоренца величине "спин поля" (безразлично – свободного или взаимодействующего) может быть сопоставлен определенный оператор – оператор квадрата спина $\hat{S}^2$. Все теории взаимодействующих полей с высшими спинами мы разбиваем на 2 класса: А и В, в зависимости от того, соответствует ли каждому полю один спин (одно собственное значение у $\hat{S}^2$) или больше. Теории, в которых каждое поле описывает только один спин (теории класса А), – прямой аналог электродинамики. Доказано, что дополнительные условия в них имеют такой же вид, как и в свободном случае.

В главе 4 на основе определения теорий класса A построены все взаимодействия класса А с безразмерными константами связи для полей со спинами 0,1/2 и 1. В результате установлена глубокая связь законов сохранения числа барионов, странности, изотопического спина, так же, как и электрического заряда с пространственно-временным свойством векторных полей со спином 1 – свойством обладать определенным спином.

На первый взгляд эти законы сохранения и соответствующие им инвариантности никак не связаны со свойствами пространства-времени Минковского. В то же время другие законы сохранения – энергии-импульса, момента количества движения – явно связаны со свойствами пространства-времени: однородностью и изотропностью.

Поэтому утверждение о внутренней связи первой группы законов сохранения с пространственно-временным свойством векторных полей обладать определенным спином звучит неожиданно, и мы попробуем пояснить его. В теориях класса А, которые обсуждены в гл.3, из уравнений движения для векторных полей

$$\Box b_\mu^i - \partial_\mu \partial_\nu b_\nu^i - m_i^2 b_\mu^i = -j_\mu^i \tag{5}$$

(токи j_μ^i суть некоторые комбинации из полей, включая поля b_μ^i) должно следовать, что спин каждого поля равен 1, т.е., что выполняется альтернатива (гл.3)

$$\partial_\mu b_\mu^i = \begin{cases} 0, & \text{если } m_i^2 \neq 0 \\ \text{произвольно}, & \text{если } m_i^2 = 0 \end{cases} \tag{6}$$

Тогда токи должны сохраняться, $\partial_\mu j_\mu^i = 0$, а это означает, что существуют некоторые фазовые преобразования, относительно которых теория инвариантна.

Какие именно инвариантности возможны и какова структура взаимодействий – этот вопрос исследуется в гл. 4 путем непосредственного анализа полевых уравнений в рамках лагранжева формализма. Лагранжиан записывается с неопределенными коэффициентами (константами связи), и, как следствие требования (6), возникают некоторые алгебраические соотношения, которым должны удовлетворять эти коэффициенты. Эти соотношения означают, в частности, что определенные матрицы, составленные из констант связи, должны образовывать алгебры Ли.

Сначала выписывается наиболее общий локальный релятивистски инвариантный лагранжиан для произвольной системы любого числа взаимодействующих полей со спинами 1,1/2 и 0. При этом заранее не предполагается ни сохранение четности, ни сохранение числа спинорных частиц. Единственное ограничение, которое принимается – безразмерность всех констант связи (в единицах $\hbar = c = 1$). Это просто означает, что исследование на данном этапе ограничивается первым членом разложения лагранжиана по размерности констант связи. Имеются основания полагать, что все существенные выводы, относящиеся к свойствам инвариантности, останутся неизменными и после включения в лагранжиан дальнейших членов с размерными константами связи. Взаимодействия класса А с безразмерными константами связи естественно назвать минимальными взаимодействиями x).

В § 1 гл. 4 в качестве примера применения общей методики получен наиболее общий вид взаимодействия нейтрального векторного поля со спинорным, при котором спин векторного поля равен 1. Такие взаимодействия необходимо оказываются инвариантными относительно определенных фазовых преобразований. В частности, при нулевой массе у векторного поля и ненулевой у спинорного однозначно приходим к электродинамике с ее калибровочной инвариантностью и сохранением четности. На сохранение четности в электродинамике из-за калибровочной инвариантности в предположении перенормируемости, т.е. фактически безразмерности констант связи, указывал В.Г.Соловьев /12/.

В § 2 гл. 4 делаются замечания по общей методике. В § 3 рассмотрено взаимодействие произвольного числа векторных полей друг с другом. Взаимодействия их с полями со спинами 1/2 и 0 и их свойства симметрии исследованы в § 4 и 5 гл.4, после чего в § 6 подведены итоги общего исследования.

Доказано, что взаимодействия класса А, при которых спин каждого векторного поля всегда равен 1, с безразмерными константами связи исчерпываются следующими случаями:

---

x) Это определение минимальности в случае электродинамики однозначно выделяет взаимодействие $j_\mu A_\mu$ и этим оно лучше обычного правила замены в свободном лагранжиане $\partial_\mu \to \partial_\mu - ieA_\mu$, не являющегося однозначным, как отмечено Глешоу и Гелл-Манном /8/.

а) Когда векторные поля нейтральны и взаимодействуют через сохраняющиеся токи, например, через токи, соответствующие сохранению электрического заряда, странности или числа барионов. Разумеется, такие теории будут инвариантны относительно соответствующих фазовых преобразований.

б) Простейшей возможностью для описания заряженного векторного поля является случай, когда три векторные поля объединяются в триплет с равными массами. При этом, если сделать предположение о сохранении числа спинорных частиц, то вся теория в целом будет изотопически инвариантна, а векторный триплет будет b-мезоном Янга-Миллса [1]. Если число спинорных частиц не сохраняется, то теория будет инвариантна относительно некоторой новой группы фазовых преобразований, изоморфной изотопической.

в) Далее, более богатые мультиплеты векторных полей влекут за собой более высокие симметрии взаимодействий, соответствующие классическим группам преобразований $SU(\nu)$ $(\nu=3,4\cdots)$, $O(\nu)$ $(\nu=5,6\cdots)$, $Sp(\frac{\nu}{2})$ $(\nu=4,6\cdots)$ и пяти исключительным группам: G_2, F_4, E_6, E_7, E_8. Что касается высших симметрий самих по себе, то они, и особенно $SU(3)$, приобрели сейчас большую актуальность. Появилось много работ, в которых чисто феноменологически извлекаются экспериментально проверяемые следствия, и делаются предсказания. Благодаря большому несовпадению масс частиц, объединяемых в мультиплеты, с самого начала приходится работать с разумным образом "нарушенными симметриями". Значительным успехом этого подхода является массовая формула Окубо [13]. Теории поля, в которых такого рода симметрии постулировались, обсуждались в ряде работ (например, [5-9]).

Таким образом, доказано, что законы сохранения первой группы действительно связаны с пространственно-временными свойствами: изотопическая инвариантность – со спином 1 у ρ-мезона; сохранение барионного числа и странности со спином 1 у двух нейтральных векторных мезонов (по-видимому, ω-мезона и φ-мезона). Октуплету векторных мезонов с равной массой соответствовала бы инвариантность относительно группы $SU(3)$ (например, "eightfold way") и т.д.

Обратно, при наличии того или иного закона сохранения есть место для частицы, его порождающей, и можно ставить вопрос о поиске такой частицы. В более широком плане это касается не только векторных законов сохранения, но и других, например, законов сохранения 4-импульса, момента и т.д. В качестве примера можно указать на абсолютный закон сохранения числа фермионов, благодаря которому имеется место для истинно нейтрального мезона со спином 1.

Отметим, что найденные группы преобразований оставляют инвариантным, в частности, и свободный лагранжиан спинорных полей при соответствующем выборе масс. Их можно рассматривать как обобщения группы Паули и Гюрси [14] на случай многих спинорных полей.

Полученные взаимодействия векторных полей того же типа, что и у авторов многочисленных работ, которые трактуют векторные поля на основе так называемого "калибровочного" принципа [1-9]. Это сходство не случайно: авторы калибровочно-инвариантных теорий

"выводят", а фактически (гл. 1) **a)** предполагают существование векторных полей;

в) требуют калибровочную инвариантность, что равносильно требованию произвольности $\partial_\mu b_\mu$ и есть просто частный способ выделения спина 1, удобный при массе нуль у векторного поля (с чем связано возникновение ограничения только этим значением массы);

с самого начала постулируют **c)** инвариантности с независящими от x фазами (например, изотопическую и т.п.);

и из а), в) и с) выводят

d) вид взаимодействий и свойства векторных полей.

В диссертации принято предположение а), требование в) заменено более емким требованием выделения спина 1 (6), в связи с чем нет ограничений по массе, и уже только из этих предположений <u>выведено не только d), но и с) – сами инвариантности</u>. Такой подход позволил в общем виде получить все совместимые со спином 1 у векторного поля инвариантности и исчерпать все взаимодействия.

В основе всего лежат векторные поля: именно для того, чтобы они имели спин 1, необходимы те или иные свойства симметрии. Простота и изящество свойств симметрии, присущих теориям класса А, внушает надежду, что если бы удалось построить аппарат, адекватный неоднородной группе Лоренца, с соответствующей классификацией взаимодействующих полей, при которой поля не были бы обременены лишними компонентами, то эти свойства симметрии стали бы просто очевидными.

Таким образом, симметрии сильных взаимодействий находят свое естественное объяснение в теориях класса А. Замечательно, что в теориях класса А такие далекие от обычного пространства понятия, как, например, барионный и гиперонный заряды, изотопический спин и соответствующие законы сохранения, порождаются пространственно-временным свойством векторных полей – свойством обладать определенным спином.

Включение электромагнитных взаимодействий нарушает как изотопическую инвариантность, так и пространственно-временное условие (6) для заряженных векторных полей, которое приводило к этой инвариантности. Эти два факта тесно связаны.

Естественно спросить: "Имеет ли смысл говорить о пространственно-временном свойстве (спине векторного поля), которое нарушается какими-либо взаимодействиями?" Да, имеет. Например, пространственная четность есть хорошее квантовое число только в рамках сильных и электромагнитных взаимодействий, но в пренебрежении слабыми. Аналогично, спин заряженного векторного поля (а стало быть и изотопическая инвариантность) есть хорошее квантовое число только в рамках сильных взаимодействий, но в пренебрежении электромагнитными и слабыми.

Вместе с тем теории класса А очень похожи на электродинамику, так как последняя из-за калибровочной инвариантности всегда есть теория класса А по отношению к электромагнитному полю. В частности, сходство проявляется в том, что все взаимодействия с векторными полями входят только через "ковариантные производные": $\partial_\mu - \frac{1}{2}\alpha_j b_\mu^j$, $\partial_\mu - iT_j b_\mu^j$ и $\partial_\mu - \eta^j b_\mu^j$ в применении к векторным b_ν, спинорным ψ и скалярным φ полям соответственно.

Обращает на себя внимание универсальность константы взаимодействия с каждым неприводимым мультиплетом векторных полей – всюду входит константа самодействия векторных полей.

Далее, в теориях класса А при сохранении числа спинорных частиц векторные мезоны должны иметь спин-четность 1^- (быть векторами, а не псевдовекторами), и четность во взаимодействиях с ними должна сохраняться.

В § 7 гл. 4 приведены некоторые конкретные реализации алгебр Ли и соответствующие взаимодействия.

<u>В главе 5</u> построена формулировка электродинамики в терминах напряженностей, которая показывает, что и при массе 0 выделение спина 1 можно осуществлять с помощью одних дополнительных условий (вторая пара уравнений Максвелла), без калибровочной инвариантности. Эта формулировка эквивалентна обычной. Однако в обычной существуют трудности, связанные с использованием вектор-потенциала A_μ: для составляющей A_μ со спином 0, произвольно меняющейся при калибровочных преобразованиях, нет никакого уравнения движения, и поэтому уравнения Максвелла для A_μ принципиально нельзя проквантовать. Обычно, чтобы проквантовать A_μ, в той или иной степени закрепляют калибровку, но и тут существуют известные трудности. Возможность формулировки в терминах одних напряженностей показывает, что в квантовой теории, как и в классике, вектор-потенциал не имеет самостоятельного значения вопреки утверждениям Агаронова и Бома.

<u>В главе 6</u> получены следствия калибровочной инвариантности для матричных элементов. Во-первых, с помощью обобщения метода Ландау и Халатникова /15/ получен закон калибровочных преобразований самых общих функций Грина-функций Грина с произвольным числом операторов любых заряженных и нейтральных полей без конкретизации взаимодействия. Во-вторых, исходя из этого закона, выведены обобщенные тождества Уорда.

<u>В дополнении</u> дан обзор основных формулировок квантовой электродинамики.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах /16-25/, а также докладывались на всесоюзных конференциях и на Международной конференции 1962 г. по физике высоких энергий в Женеве.

<u>Литература</u>

1. C.N.Yang, R.L.Mills. Phys. Rev., <u>96</u>, 191 (1954).
2. T.D.Lee, C.N.Yang. Phys. Rev., <u>98</u>, 1501 (1955).
3. R.Utiyama. Phys. Rev., <u>101</u>, 1597 (1956).
4. J.J.Sakurai. Annals of Phys., <u>11</u>, 1 (1960).
5. Y.Neeman. Nucl. Phys., <u>26</u>, 222 (1961).
6. M. Gell-Mann. Phys. Rev., <u>125</u>, 1067 (1962).
7. A.Salam, J.C.Ward. Nuovo Cim., <u>11</u>, 568 (1960), <u>19</u>, 165; <u>20</u>, 419, 1228 (1961).
8. S.L.Glashow, M.Gell-Mann. Ann. of Phys., <u>15</u>, 437 (1961).
9. M.Konuma, H.Umezawa, M.Wada. Nucl. Phys., <u>31</u>, 507 (1962).
10. J.Schwinger. Phys. Rev., <u>125</u>, 397 (1962); <u>128</u>, 2425 (1962).
11. G.Feldman, P.T.Matthews. Phys. Rev., <u>130</u>, 1633 (1963).
12. В.Г. Соловьев. ЖЭТФ, <u>33</u> 537 (1957).
13. S.Okubo. Progr. Theor. Phys., <u>27</u>, 949 (1962).
14. W.Pauli. Nuovo Cim., <u>6</u>, 204 (1958); F.Gursey. Nuovo Cim., <u>7</u>, 411 (1958).
15. Л.Д.Ландау, И.М.Халатников. ЖЭТФ, <u>29</u>, 89 (1955).
16. В.И. Огиевецкий, И.В. Полубаринов. ЖЭТФ, <u>40</u>, 926 (1961).
17. В.И. Огиевецкий, И.В. Полубаринов. ЖЭТФ, <u>41</u>, 247 (1961).
18. В.И. Огиевецкий, И.В. Полубаринов. Nuovo Cim., <u>23</u>, 173 (1962).
19. В.И. Огиевецкий, И.В. Полубаринов. ЖЭТФ, <u>43</u>, 1365 (1962).
20. В.И. Огиевецкий, И.В. Полубаринов. Proc. 1962 Intern. Conf. on High Energy Physics at CERN, стр. 666.
21. В.И. Огиевецкий, И.В. Полубаринов. ЖЭТФ, <u>45</u>, 237 (1963).
22. В.И. Огиевецкий, И.В. Полубаринов. ЖЭТФ, <u>45</u>, 709 (1963).
23. В.И. Огиевецкий, И.В. Полубаринов. ЖЭТФ, <u>45</u>, 966 (1963).
24. В.И. Огиевецкий, И.В. Полубаринов. ЖЭТФ, <u>46</u>, в. 2 или 3 (в печати).
25. В.И. Огиевецкий, И.В. Полубаринов. Ann. of Phys. (в печати), Препринт ОИЯИ Р-1241, Дубна, 1963.

Рукопись поступила в издательский отдел
3 декабря 1963 г.