

С341
М-69

И.Н. Михайлов

1442

О ТОЧНОСТИ ОБОБЩЕННОГО МЕТОДА
ХАРТРИ-ФОКА В ЯДЕРНОЙ ФИЗИКЕ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Дубна 1963

С 341

М-69

И.Н. Михайлов

1442

О ТОЧНОСТИ ОБОБЩЕННОГО МЕТОДА
ХАРТРИ-ФОКА В ЯДЕРНОЙ ФИЗИКЕ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Научный руководитель -
доктор физико-математических наук

В.Г. Соловьев

Дубна 1983

В ядерной физике широко используются методы, в которых нарушается тот или иной закон сохранения. Применение таких методов связано с развитием представлений о простейших формах внутреннего движения в ядрах — о движении квазичастиц. Введение понятия квазичастицы, распространяющейся почти свободно в веществе, состоящем из сильно связанных между собой частиц, является общей чертой теории многих частиц. В теории сплошных сред, по крайней мере в отдельных случаях, удается доказать асимптотическую (при большом числе частиц N) точность методов, в которых нарушены законы сохранения. В задачах ядерной физики, вследствие конечности числа нуклонов в ядре, методы такого рода приводят к ошибкам, величина которых не является пренебрежимо малой. Поэтому при решении практически каждой задачи ядерной физики возникает вопрос о точности используемого метода и желание улучшить его. Один из возможных способов улучшения методов, в которых нарушаются законы сохранения, связан с использованием операторов проектирования функции, аппроксимирующей волновую функцию системы, на пространство функций с нужным значением квантового числа, соответствующего закону сохранения.

В реферируемой диссертации рассматриваются вопросы, связанные с использованием операторов проектирования для исследования точности обобщенного метода Хартри-Фока в ядерной физике. Диссертация состоит из 7 параграфов. В §§ 1, 2 диссертации рассмотрены основные физические соображения, приводящие к обобщенному методу Хартри-Фока, и представлен обзор литературы, в которой развивается или используется этот метод.

В § 3 изложено содержание работы ^{/1/} автора об использовании операторов проектирования при решении уравнения Шредингера вариационным методом.

Проектирование функций на пространство функций с нужными свойствами симметрии приводит в задачах многих частиц к чрезвычайно сложным выражениям для средних значений от операторов физических величин. Методы приближенного вычисления средних значений по таким функциям описаны в §§ 4, 5 диссертации. Содержание § 4 повторяет в основном содержание работы ^{/2/} автора об использовании метода перевала при вычислении средних. В том же параграфе описанный метод применен для оценки точности метода u, v преобразования в ядерной физике. В § 5 приведено содержание работы ^{/3/} автора о частичном проектировании функций.

В § 6 метод, описанный в § 4, применен для исследования точности модели принудительного вращения при определении момента инерции ядер. Этот параграф основан на результатах, приведенных в работе автора ^{/4/}.

В § 7 - заключении - дан краткий перечень результатов исследований автора, описанных в диссертации.

§ 2. Методы, приводящие к нарушению законов сохранения

Условия, в которых целесообразно использовать методы, нарушающие законы сохранения, в наиболее общей форме исследованы в работе Н.Н.Боголюбова^{15/}. Одним из необходимых условий является наличие вырождения в энергетическом спектре системы многих частиц. В случае вырождения даже слабое внешнее воздействие может определенным образом "ориентировать" систему. Подчеркнем, что "ориентацию", о которой идет речь, не обязательно следует понимать как пространственную ориентацию тела. Слабое внешнее поле не влияет на характеристики внутреннего состояния системы. С другой стороны, "ориентированные" состояния системы более физичны, и часто приближенное описание именно таких состояний оказывается наиболее простым.

В диссертации рассмотрено два примера, показывающих, как фактически возникает упрощение. В обоих случаях гамильтониан системы имеет вид:

$$\hat{H} = \hat{T} - \frac{G}{4} \hat{Q}^+ \hat{Q}, \quad (2.1)$$

где \hat{T} - одночастичный оператор кинетической энергии, а оператор \hat{Q} квадратичен по операторам рождения и поглощения фермионов a_i^+ , a_i . В первом из рассмотренных примеров оператор \hat{Q} имеет вид:

$$\hat{Q} = \sum_s \lambda(s) a_{\vec{s}}^+ a_{\vec{s}}, \quad |\lambda(s)| = 1, \lambda(s) = -\lambda(\vec{s}) \quad (2.2)$$

(\vec{s} - означает состояние, сопряженное по времени состоянию s). Парное взаимодействие сверхпроводящего типа, описываемое формулами (2.1), (2.2), широко используется как в теории сплошных сред (теория сверхпроводимости), так и в теории ядра (сверхтекучая модель ядра). Во втором примере оператор \hat{Q} является оператором квадрупольного момента системы

$$\hat{Q} = \hat{Q}_{2\mu} = \sum_{i,j} \langle i | r^2 Y_{2\mu} \left(\frac{\vec{r}}{r} \right) | j \rangle a_i^+ a_j, \quad (2.3)$$

а в формуле (2.1) произведение $\hat{Q}^+ \hat{Q}$ следует понимать как

$$\hat{Q}^+ \hat{Q} = \sum_{\mu} \hat{Q}_{2\mu}^+ \hat{Q}_{2\mu}.$$

"Внешнее поле", о котором говорилось выше, описывается оператором $\frac{G}{4}(\hat{Q} + \hat{Q}^+)$. Воздействие его нарушает свойства симметрии гамильтониана (2.1) и приводит к нарушению закона сохранения числа частиц в первом примере и к появлению пространственной анизотропии во втором. Приближенное описание "ориентированных" состояний сводится к исследованию "аппроксимирующего" гамильтониана

$$\hat{H}_0 = \hat{T} - \frac{G}{4} \hat{Q}^+ - \frac{\lambda}{4} \hat{Q} + \frac{\lambda^2}{2G}, \quad (2.4)$$

где λ является c - числом, определяемым из условия самосогласования

$$\lambda = G \langle \Psi, \hat{Q} \Psi \rangle, \quad (2.5)$$

$$\hat{H}_0 \Psi = \epsilon \Psi. \quad (2.6)$$

Решение уравнений (2.4), (2.5), (2.6) осуществляется просто, приводя к хорошо известным результатам обобщенного метода Хартри-Фока.

§ 3. Использование оператора проектирования при решении вариационных задач

Применение методов, в которых нарушаются законы сохранения, можно связать с вариационным подходом к решению задачи Шредингера. Пусть \hat{H} - гамильтониан системы, а \hat{N} - некоторый эрмитовский оператор, коммутирующий с \hat{H} . Проблема отыскания собственной функции операторов \hat{H} и \hat{N} эквивалентна вариационной задаче

$$\delta \frac{\langle \Psi_N, \hat{H} \Psi_N \rangle}{\langle \Psi_N, \Psi_N \rangle} = 0 \quad (3.1)$$

при дополнительном условии

$$\hat{N} \Psi_N = N \Psi_N. \quad (3.2)$$

Для того, чтобы расширить класс варьируемых функций, сохранив их математическую простоту, условие (3.2) заменяют на условие

$$\langle \Psi, \hat{N} \Psi \rangle = N. \quad (3.3)$$

Дополнительное условие в форме (3.3) позволяет использовать функции, не являющиеся собственными функциями оператора \hat{N} .

В диссертации рассмотрена связь между решениями вариационной задачи (3.1) с разными дополнительными условиями, определяемыми формулами (3.2), (3.3), и исследована роль оператора проектирования функций P_N на пространство функций с фиксированным значением квантового числа N .

Если на функции Ψ , среди которых решается вариационная задача (3.1) с дополнительным условием (3.3), никаких ограничений не наложено, то среди решений этой задачи содержатся все решения уравнения Шредингера (3.1), (3.2), а "лишние" решения, которые возникают при этом, можно устранить, используя проекционный оператор P_N .

В том случае, когда решение вариационной задачи с дополнительным условием (3.3) ищется среди функций Ψ ограниченного класса, использование проектированных функций

$$\Phi = P_{N_0} \Psi \quad (3.4)$$

эквивалентно расширению класса варьируемых функций. В том случае, когда проектирование функций приводит к малым поправкам к параметрам, определяющим решение вариационной задачи (3.1), для вычисления величины

$$\Delta E = \min \frac{\langle \Phi, \hat{H} \Phi \rangle}{\langle \Phi, \Phi \rangle} - \min \frac{\langle \Psi, \hat{H} \Psi \rangle}{\langle \Psi, \Psi \rangle} \quad (3.5)$$

достаточно знать лишь функцию Ψ_0 , являющуюся решением вариационной задачи среди неспроектированных функций Ψ :

$$\Delta E = \frac{\langle \Psi_0, P_{N_0} \hat{H} \Psi_0 \rangle}{\langle \Psi_0, P_{N_0} \Psi_0 \rangle} - \frac{\langle \Psi_0, \hat{H} \Psi_0 \rangle}{\langle \Psi_0, \Psi_0 \rangle} \quad (3.6)$$

§ 4. Использование метода перевала при вычислении средних значений по проектированным функциям. Точность метода $u-v$ преобразования в ядерной физике

В данном параграфе рассматривается приближенный метод вычисления средних по проектированным функциям, основанный на представлении этих функций в виде интеграла

$$\Phi_{N_0} = \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{dz}{z} z^{(\hat{N}-N_0)} \Psi \quad (4.1)$$

(мы ограничиваемся рассмотрением случаев, когда оператор \hat{N} имеет целочисленные собственные значения). В формуле (4.1) интегрирование производится по замкнутому контуру в комплексной плоскости z , содержащему точку $z=0$.

Запишем среднее значение произвольного оператора \hat{O} в состоянии (4.1) в виде:

$$O_1 = \oint O(z) e^{\frac{\Phi(z)}{z}} \frac{dz}{z} \left[\oint \frac{dz}{z} e^{\Phi(z)} \right]^{-1}, \quad (4.2)$$

где

$$O(z) \equiv \frac{\langle \Psi, \hat{O} z^{\hat{N}} \Psi \rangle}{\langle \Psi, z^{\hat{N}} \Psi \rangle}, \quad (4.3)$$

$$\Phi(z) = \ln \left[\frac{\langle \Psi, z^{\hat{N}} \Psi \rangle}{z^{N_0}} \right]. \quad (4.4)$$

В диссертации показано, что при использовании функций бардиновского типа

$$\Psi = \prod (a_i + \frac{1}{2} v_i a_i^+ a_i^+) |0\rangle \quad (v_i^- = v_i^+) \quad (4.5)$$

для описания протяженной системы функция $\Phi(z)$ растет пропорционально объему системы V . Для приближенного вычисления выражения (4.2) в этом случае можно использовать метод перевала.

Условием того, что точка z_0 является седловой точкой, является равенство

$$N(z_0) = N_0, \quad (4.6)$$

а среднее значение (4.2), вычисленное методом перевала, равно

$$O_1 = O(z_0) - \frac{1}{2\Delta \hat{N}_{z_0}^2} \{ [\partial \Delta \hat{N}_{z_0}^2]_{z_0} - O(z_0) \Delta \hat{N}_{z_0}^2 \} - \frac{3}{2} \frac{\Delta \hat{N}_{z_0}^3}{\Delta \hat{N}_{z_0}^2} \frac{\langle \hat{O} \Delta \hat{N} \rangle}{\langle \Delta \hat{N} \rangle}. \quad (4.7)$$

В формуле (4.7)

$$\Delta \hat{N}_{z_0}^n = (\hat{N} - N_0)^n. \quad (4.8)$$

Если существенной является только одна точка перевала z_0 , то она лежит на вещественной оси, и выражения $O(z_0)$, $\Delta \hat{N}_{z_0}^n$ имеют смысл средних значений от соответствующих операторов по нормированной функции

$$\Psi' = \frac{z_0^{\hat{N}} \Psi}{\int \langle \Psi', z^{\hat{N}} \Psi' \rangle^{1/2}}. \quad (4.9)$$

Приведенные формулы содержат основной результат работы /6/, показывая, что вариационная задача

$$\delta \frac{\langle \Psi, P_{N_0} \hat{H} \Psi \rangle}{\langle \Psi, P_{N_0} \Psi \rangle} = 0$$

может быть приближенно сведена к задаче

$$\delta H_1 = 0, \quad (4.10)$$

где

$$H_1 = H(z_0) - \frac{1}{2\Delta \hat{N}_{z_0}^2} [\hat{H} \Delta \hat{N}_{z_0}^2 - \hat{H}_{z_0} \Delta \hat{N}_{z_0}^2] \quad (4.11)$$

при выполнении дополнительного условия (4.6). Выражение (4.11) справедливо, если

$$\Delta \hat{N}_{z_0}^2 \gg 1, \quad \Delta \hat{N}_{z_0}^3 \ll \Delta \hat{N}_{z_0}^2. \quad (4.12)$$

Второй член в формуле (4.11) позволяет получить поправки, которые возникают при использовании проектированных функций, с точностью до членов $\frac{1}{V}$ включительно.

В диссертации при помощи описанного метода исследована точность метода u, v преобразования в сверхтекучей модели ядра (см. /7/). В этой модели гамильтониан описывается формулами (2.1), (2.2), а оператор $N = \sum_k a_k^+ a_k$ является оператором числа частиц. Проекция бардиновской функции (4.5) на пространство состояний системы N частиц при правильном определении параметров u_i, v_i является точной собственной функцией гамильтониана (2.1), (2.2) (см. /8/). Поэтому описанный выше метод позволяет определить все поправки первого порядка по величине $\frac{1}{V}$ к результатам, полученным методом u, v преобразования.

В рассматриваемом приближении проектирование функций приводит к перенормировке константы парного взаимодействия G в формулах (2.1), (2.2), причем перенормированное значение величины G равно

$$G = (1 + \frac{1}{\Delta N^2}) G, \quad \Delta N^2 = 2 \sum_i u_i^2 v_i^2. \quad (4.13)$$

Решение вариационного уравнения $\delta H_1 = 0$ приводит в этом случае к обычным формулам теории сверхпроводимости с заменой корреляционной функции $C = \frac{G}{2} \sum_s \lambda(s) u_s v_s$ на

$$\tilde{C} = \frac{1}{2} G_{\text{эфф.}} \sum \lambda(s) u_s v_s. \quad (4.14)$$

В диссертации приведены результаты расчетов, в которых проверялась точность описанного выше метода. Проверка осуществлялась сравнением результатов с точным решением модельной задачи, рассмотренной в работе /9/. Результаты сравнения свидетельствуют о действительном улучшении точности вычислений при учете эффекта проектирования функций и использовании метода перевала.

Результаты аналогичных расчетов, проведенных для систем, моделирующих реальные ядра (ядра с числом нейтронов $N = 102$), представлены в таблице I. Эти расчеты показывают в соответствии с работой /10/, что метод u, v преобразования с учетом эффекта блокировки в основном правильно описывает спектр возбужденных состояний системы. Заметные ошибки возникают лишь при описании одного-двух нижайших возбужденных состояний. Расчеты показали, что величина \tilde{C} принимает приблизительно одинаковые значения во всех возбужденных состояниях, которые немного меньше этой величины в основном состоянии.

§ 5. Частично проектированные функции

В этом параграфе продолжено исследование системы N частиц, гамильтониан которой определяется формулами (2.1), (2.2). Рассматривается случай, когда константа взаимодействия G настолько мала, что использование метода перевала

незаконно. В этом случае могут оказаться полезными функции, названные автором в работе /3/ "частично-проектированными". Эти функции имеют вид:

$$\Psi_\ell = \frac{1}{2^{\ell/2}} \sum_{k=0}^{\ell-1} \exp(i \frac{\pi N k}{2}) \Psi(e^{-i \frac{\pi k}{2}} a^+), \quad (5.1)$$

где

$$\Psi(\xi a^+) = \prod_i (u_i + \xi^2 v_i a_i^+ a_i^+) / 0 \rangle. \quad (5.2)$$

В то время как в функции Ψ , определенной формулой (4.5), присутствуют ком-поненты, соответствующие всем возможным четным значениям числа частиц, то в функции Ψ_ℓ присутствуют лишь компоненты, соответствующие числу частиц $N, N \pm 2, N \pm 4, \dots$. Введение частично проектированных функций мож-но обосновать совершенно так же, как это было сделано в § 3 в случае полно-стью проектированных функций.

Вид частично проектированных функций усложняется с увеличением числа ℓ . Выбирая ℓ не очень большим (реально, выбирая $\ell = 1, 2$), можно добиться того, чтобы вес лишних компонент в частично проектированных функциях был до-статочно мал, а вид их оставался достаточно простым. В диссертации приведены выражения для среднего значения энергии и числа частиц, в состояниях Ψ_ℓ при $\ell = 1, 2$. В диссертации показано также, как можно построить ортогональную сис-тему функций на базе частично проектированных функций, заменяющих функцию основного и двухквaziчастичных состояний теории u, v преобразования.

§ 6. О точности расчета момента инерции ядер методом принудительного вращения

Метод вычисления средних значений по проектированным функциям, описан-ный в § 4 диссертации, используется в данном разделе для оценки точности ме-тода принудительного вращения (см. работу /4/ автора). В методе принудитель-ного вращения ищется энергия системы E_1 в состоянии со средним значением одной из проекций момента количества движения (например, \hat{I}_z), равной I . Энергия системы определяется как решение вариационной задачи:

$$E_1 = \min \frac{\langle \Psi, \hat{H} \Psi \rangle}{\langle \Psi, \Psi \rangle} \quad (6.1)$$

при дополнительном условии

$$\langle \Psi, \hat{I}_z \Psi \rangle / \langle \Psi, \Psi \rangle = I, \quad (6.2)$$

причем решение отыскивается среди функций ограниченного класса.

Решение задачи (6.1) можно улучшить, используя оператор проектирования функций на пространство функций с фиксированным значением проекции момента количества движения $-P_z$. Вводя проектированные функции

$$\Phi_I = P_I \Psi \quad (6.3)$$

и считая, что средние значения по функциям Φ_I можно вычислять по методу перевала, можно записать по аналогии с (4.11) выражение для поправки к энергии состояния с моментом количества движения I :

$$\Delta E_I = - \frac{1}{2\Delta I_x^2} [\hat{H} \Delta I_x^2 - \hat{H} \cdot \Delta I_x^2], \quad (6.4)$$

где

$$\Delta I_x^2 = (\hat{I}_x - I)^2, \quad (6.5)$$

а усреднение производится по функции, осуществляющей решение задачи (6.1), (6.2) среди функций Ψ .

Величина поправок, связанных с проектированием, зависит как от вида оператора \hat{H} , так и от класса функций Ψ , среди которых решается вариационная задача (6.1). Если эта задача решается методом u, v преобразования \hat{G} (см. /2/, /11/), то вклад в (6.4) дает только гамильтониан взаимодействия G . Формула (6.4) в этом случае имеет вид:

$$\Delta E = - \frac{1}{4\Delta I_x^2} \sum_{ijk} \langle i_j | \hat{G} | k \rangle \langle k | \Delta I_x^2 - \Delta I_x^2 | i_j \rangle + \quad (6.6)$$

$$\Delta I_x^2 = \sum_{\nu\mu} \langle \nu | \hat{I}_x^2 | \mu \rangle^2 [v_\nu^2 u_\mu^2 - (u_\nu v_\nu)(u_\mu v_\mu)], \quad (6.7)$$

$$\langle k | \Delta I_x^2 - \Delta I_x^2 | i_j \rangle = g \sum_{\nu} \langle \nu | \hat{I}_x^2 | \nu' \rangle \langle a_\nu a_\nu^+ \rangle \langle a_{\nu'} a_{\nu'}^+ \rangle + \quad (6.8)$$

$$\times \sum_{\mu} \langle \mu | \hat{I}_x^2 | \mu' \rangle \langle a_\mu a_\mu^+ \rangle \langle a_{\mu'} a_{\mu'}^+ \rangle -$$

$$- 4 \sum_{\nu\nu'} \sum_{\mu\mu'} \langle \nu | \hat{I}_x^2 | \nu' \rangle \langle \mu | \hat{I}_x^2 | \mu' \rangle \langle a_\nu a_\nu^+ \rangle \langle a_{\mu'} a_{\mu'}^+ \rangle \times$$

$$\times \langle a_{\nu'} a_{\nu'}^+ \rangle \langle a_{\mu'} a_{\mu'}^+ \rangle + \langle a_\nu a_\nu^+ \rangle \langle a_{\mu'} a_{\mu'}^+ \rangle \langle a_{\nu'} a_{\nu'}^+ \rangle \langle a_{\mu'} a_{\mu'}^+ \rangle \rangle.$$

Определение поправок к моменту инерции системы осуществляется разложением выражения (6.6) по степеням I . Получающиеся выражения имеют в общем случае весьма сложный вид. Если гамильтониан взаимодействия имеет вид (2.1), (2.2), то формулы (6.6), (6.7), (6.8) приводят к следующей оценке:

$$\left| \frac{\Delta J}{J_0} \right| = \frac{G}{\Delta}, \quad (6.9)$$

где J_0 - значение момента инерции, вычисленное по формуле Инглиса, G - константа парного взаимодействия сверхпроводящего типа, а Δ - величина щели в энергетическом спектре ядра.

§ 7. Заключение

Приведем в заключение основные результаты исследований, описание которых содержится в диссертации.

Исследована связь между решениями вариационной задачи

$$E = \min \frac{\langle \Psi, \hat{H} \Psi \rangle}{\langle \Psi, \Psi \rangle}, \quad (7.1)$$

$$\frac{\langle \Psi, \hat{N} \Psi \rangle}{\langle \Psi, \Psi \rangle} = N \quad (7.2)$$

с решением задачи Шредингера на отыскание собственных функций операторов \hat{H}, \hat{N} . Выяснена роль оператора проектирования функций на пространство функций с фиксированным значением квантового числа N (§ 3).

Разработан метод, позволяющий учитывать члены порядка $\frac{1}{V}$ (V - объем системы), возникающие при решении вариационной задачи (7.1) среди проектированных функций (§ 4). Этот метод позволяет уменьшить ошибки сверхтекучей модели ядра, возникающие вследствие использования неточных методов диагонализации гамильтониана, а, следовательно, позволяет выяснить с большей точностью физические свойства ядер. В диссертации с помощью предложенного метода исследована точность метода u, v преобразования в ядерной физике.

Предложен другой прием приближенного вычисления средних по проектированным функциям, названный "частичным проектированием" (§ 5). Этот прием может быть полезен для исследования точности метода Хартри-Фока на границе его применимости.

Метод, описанный в § 4, применен для исследования ошибок, возникающих при квазиклассическом описании вращательных возбужденных состояний ядер. Дана оценка точности формулы Инглиса для момента инерции системы частиц с парным взаимодействием сверхпроводящего типа.

Л и т е р а т у р а

1. И.Н. Михайлов. Acta Physica Polonica, XXIII, 475 (1963).
2. И.Н. Михайлов. ЖЭТФ, 45, 1102 (1963).
3. И.Н. Михайлов. Acta Physica Polonica, XXIV, № 4 (1963).
4. И.Н. Михайлов. Препринт ОИЯИ Р-1386; ДАН СССР 154, № 1 1964.
5. Н.Н. Боголюбов. Препринт ОИЯИ Д-781 Дубна (1961).
6. V.F. Bayman. Nucl. Phys., 15, 33 (1960).
7. V.G. Soloviev. Effect of Superconductive Pairing Correlations on Nuclear Properties, Lectures at the Summer School, Low Tatra Mountains, 1962 IAEA, Vienna, 1963.
8. R.W. Richardson. Phys. Lett., 3, 277 (1963).
9. А.Павликоски, В.Рыбарска. ЖЭТФ, 43, 543 (1962).
10. М.К. Волков, А.Павликоски, В.Рыбарска, В.Г. Соловьев. Изв. АН СССР, сер. физич., 27, 878 (1963).
11. Н.Н. Боголюбов. Лекції з квантової статистики. Киев, изд. "Радянська Школа", 1949.

Рукопись поступила в издательский отдел
22 октября 1963 г.

Таблиця

	0	K-2		K-1		K		K+1		K+2		K+3	
		K	K	K-1	K-1	K	K	K+1	K+1	K+2	K+2	K+3	K+3
ϵ_{app}^0	0,0236	0,0250	0,0255	0,0256	0,0263	0,0254	0,0267	0,0257	0,0265	0,0262	0,0254	0,0265	0,0262
ϵ	0	0,400	0,363	0,258	0,222	0,297	0,190	0,278	0,303	0,267	0,344	0,278	0,367
ϵ_{ch}^0	0	0,398	0,353	0,254	0,204	0,294	0,164	0,273	0,297	0,196	0,340	0,273	0,362
ϵ	0,150	0,125	0,124	0,121	0,120	0,121	0,120	0,120	0,136	0,134	0,122	0,120	0,138
ϵ_{ch}^0	0,120	0,073	0,041	0,061	0,003	0,070	0	0,060	0,002	0,075	0,065	0,060	0,081
λ	1,342	1,400	1,381	1,391	1,368	1,332	1,354	1,318	1,353	1,320	1,314	1,318	1,315
λ_{ch}^0	1,341	1,409	1,387	1,408	1,402	1,331	1,313	1,313	1,329	1,320	1,311	1,313	1,312

ϵ_{app}^0	0,0246	0,0259	0,0262	0,0264	0,0269	0,0263	0,0272	0,0265	0,0262
ϵ	0	0,420	0,388	0,282	0,251	0,320	0,222	0,303	0,267
ϵ_{ch}^0	0	0,418	0,380	0,278	0,236	0,316	0,196	0,297	0,262
ϵ	0,170	0,141	0,140	0,136	0,135	0,136	0,134	0,136	0,138
ϵ_{ch}^0	0,139	0,090	0,068	0,077	0,039	0,083	0,002	0,075	0,081
λ	1,342	1,396	1,380	1,387	1,366	1,332	1,353	1,320	1,315
λ_{ch}^0	1,342	1,406	1,386	1,404	1,379	1,331	1,329	1,314	1,312

P=0,170

P=0,205

Сравнение результатов метода и у преобразования и метода, описанного в статье для системы, моделирующей ядро со 102 нейтронами при двух значениях парной энергии P. Энергетические величины даны в единицах $k\omega^0 = 7,37$ Мэв. ϵ - энергия возбуждения, ϵ_{ch}^0 - корреляционная функция, λ - химический потенциал. Величины, вычисленные по формулам метода и у преобразования, отмечены индексом и, у.