объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

14-84-722

В.Ю.Юшанхай

К ИССЛЕДОВАНИЮ МАГНЕТИКОВ МЕТОДОМ МЮОННОЙ СПИНОВОЙ РЕЛАКСАЦИИ

Направлено в журнал
"Физика твердого тела"

1984

1. Метод исследования свойств конденсированных сред с помощью поляризованных положительных мюонов основан на возможности наблюдать корреляции между средними значениями спина мюона в момент его попадания в исследуемый образец /t = 0/ и в момент распада мюона /время жизни мюона $\tau_\mu = 2{,}2\cdot 10^{-6}$ с/. В интервале между этими двумя событиями спин мюона взаимодействует с локальными магнитными полями кристаллического образца. Характер наблюдаемых в эксперименте временных корреляций среднего мюонного спина определяется пространственно-временными распределениями этих полей в образце /1/.

Развитие теории данного метода идет по двум направлениям. Во-первых, выясняются детали микроскопической картины взаимодействий мюона с кристаллами различной природы, во-вторых, ведется поиск общих теоретических схем и моделей, позволяющих описывать релаксацию спиновой поляризации мюонов с учетом деталей их взаимодействий со средой /2-5/. В данной работе развивается теория мюонной спиновой релаксации в сильномагнитных металлических кристаллах. Предполагается, что магнитное поведение кристалла обусловлено системой обменно взаимодействующих магнитных моментов, локализованных в узлах решетки кристалла. В результате получена зависимость наблюдаемых в эксперименте компонент матрицы корреляций мюонного спина от пространственно-временных спиновых корреляционных функций магнитной подсистемы кристалла.

2. Гамильтониан системы "мюон+кристалл" представим в следующем виде:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{int}, \quad \mathcal{H}_0 = \mathcal{H}_0^{\mu} + \mathcal{H}_0^{ph} + \mathcal{H}_0^{m} . \qquad /1/$$

Здесь "нулевой" мюонный гамильтониан $\mathcal{H}_0^{\mu}$ включает в себя операторы кинетической $\mathcal{H}_0(\vec{k}_\mu)$ и зеемановской $\mathcal{H}_0^{z}(\vec{\sigma})$ энергии спина мюона ($s_\mu = 1/2$) во внешнем магнитном поле H_0:

$$\mathcal{H}_0^{\mu} = \mathcal{H}_0(\vec{k}_\mu) + \mathcal{H}_0^{z}(\vec{\sigma}), \qquad /2/$$

где $\vec{k}_\mu \equiv -i\hbar\dfrac{\partial}{\partial \vec{r}_\mu}$ и σ^a - матрицы Паули $(a = x, y, z)$. Далее,

$$\mathcal{H}_0^{ph} = \mathcal{H}_0^{ph}(\{\vec{P}_\ell\}, \{\vec{u}_\ell\}), \quad \mathcal{H}_0^{m} = \mathcal{H}_0^{ex}(\{\vec{R}_\ell\}, \{\vec{S}_\ell\}) + \mathcal{H}_0^{z}(\{\vec{S}_\ell\}) \; - \qquad /3/$$

гамильтонианы колебательной и магнитной подсистем кристалла соответственно. Последний включает в себя как обменную $\mathcal{H}_0^{ex}$, так и зеемановскую энергию системы спинов $\{\vec{S}_\ell\}$. Здесь $\{\vec{P}_\ell\}, \{\vec{u}_\ell\}, \{\vec{S}_\ell\}$ – совокупности операторов импульса, смещения и спина ионов кристаллической решетки, $\vec{R}_\ell = \vec{\ell} + \vec{u}_\ell$ – радиус-вектор мгновенного положения ℓ-го иона.

Гамильтониан взаимодействия запишем следующим образом:

$$\mathcal{H}_{int} = \mathcal{V}_1(\{\vec{R}_\ell - \vec{r}_\mu\}) + \mathcal{V}_2(\{\vec{R}_\ell - \vec{r}_\mu\}, \{\vec{S}_\ell\}, \vec{\sigma}). \qquad /4/$$

Здесь $\mathcal{V}_1$ представляет собой потенциальную энергию мюона в кулоновском поле ионов решетки. Расчеты показывают [1], что в бездефектном металлическом кристалле минимум энергии $\mathcal{V}_1$, как правило, достигается в междоузлиях решетки. Являясь периодической функцией аргумента, $\mathcal{V}_1$, кроме того, обладает следующим свойством:

$$\frac{\partial \mathcal{V}_1(\{\vec{R}_\ell - \vec{r}_\mu\})}{\partial \vec{R}_\ell}\Big|_{\{\vec{R}_\ell\}=\{\vec{\ell}\}} = \frac{\partial \mathcal{V}_1(\{\vec{R}_\ell - \vec{r}_\mu\})}{\partial \vec{u}_\ell}\Big|_{\{\vec{u}_\ell\}=0} \neq 0, \qquad /5/$$

выражающим тот факт, что на ионы, расположенные в положениях $\{\vec{\ell}\}$, действует отклоняющая сила со стороны мюона. Далее, $\mathcal{V}_2$ – гамильтониан магнитного взаимодействия спина мюона со спинами решетки $\{\vec{S}_\ell\}$, локализованными в положениях $\{\vec{R}_\ell\}$. В общем случае оператор $\mathcal{V}_2$ является билинейной формой следующего вида:

$$\mathcal{V}_2 = \frac{1}{2}\sum_\ell \sigma^\alpha B_\ell^{\alpha\beta} S_\ell^\beta \;; \quad B_\ell^{\alpha\beta} = B^{\alpha\beta}(\vec{R}_\ell - \vec{r}_\mu), \qquad /6/$$

здесь по повторяющимся индексам $\alpha, \beta = x, y, z$ подразумевается суммирование, а $\sum_\ell$ – сумма по всем узлам решетки.

Положим, что степени свободы, отвечающие электронам проводимости кристалла, уже учтены на предварительном этапе в подходящей схеме самосогласованного расчета. Поэтому оператор $\mathcal{V}_1$ соответствует экранированному электронами проводимости взаимодействию заряда мюона с ионами решетки, а тензор $B_\ell^{\alpha\beta}$ в $\mathcal{V}_2$ включает в себя, помимо магнито-дипольных, также компоненты, имеющие источником непрямое /рудерман-киттелевское/ взаимодействие спинов $\frac{1}{2}\vec{\sigma}$ и $\vec{S}_\ell$. В общем случае взаимодействия $\mathcal{V}_1$ и $\mathcal{V}_2$ являются сильными и их эффекты должны быть учтены уже в "нулевом" порядке.

3. Наиболее интересным представляется случай, когда в спектре гамильтониана $\mathcal{H}$ имеются энергетические уровни, отвечающие локализованному в междоузлии состоянию мюона. В силу /5/ захват мюона в какое-либо междоузлие должен сопровождаться локальной деформацией решетки. Для описания такого состояния осуществим переход к новому представлению с помощью унитарного преобразования следующего вида [6]:

$$U = \exp[(i\hbar)^{-1}\sum_\ell \vec{\Delta u}_\ell \cdot \vec{P}_\ell], \quad U\vec{R}_\ell U^{-1} = \vec{\tilde{R}}_\ell = \vec{\ell} + \vec{\Delta u}_\ell + \vec{\tilde{u}}_\ell, \quad U\vec{P}_\ell U^{-1} = \vec{\tilde{P}}_\ell. \quad /7/$$

Новые переменные $\vec{\tilde{R}}_\ell$ в явном виде учитывают смещения $\vec{\Delta u}_\ell$ равновесного положения каждого ℓ-го узла, вызванные локализацией мюона. Теперь переменные $\vec{\tilde{u}}_\ell$ соответствуют малым гармоническим колебаниям ионов, а $\vec{\tilde{P}}_\ell$ – импульсам таких колебаний.

Унитарно преобразованный гамильтониан $\tilde{\mathcal{H}} = U\mathcal{H}U^{-1}$ легко получить из $\mathcal{H}$ простой заменой аргументов $\vec{R}_\ell \to \vec{\tilde{R}}_\ell$, $\vec{P}_\ell \to \vec{\tilde{P}}_\ell$, согласно /7/. В частности, гамильтониан

$$\tilde{\mathcal{H}}_0^m = U\mathcal{H}_0^m U^{-1} = \mathcal{H}_0^{ex}(\{\vec{\tilde{R}}_\ell\}, \{\vec{S}_\ell\}) + \mathcal{H}_0^z(\{\vec{S}_\ell\})$$

описывает систему обменно взаимодействующих спинов в локально деформированной решетке.

Далее удобно в полном гамильтониане $\tilde{\mathcal{H}}$ выделить взаимодействия в составной подсистеме, образованной ионами решетки и зарядом мюона, т.е. определим

$$\tilde{\mathcal{H}}' = \tilde{\mathcal{H}}_0^{ph} + \mathcal{H}_0(\vec{k}_\mu) + \tilde{\mathcal{V}}_1. \qquad /8/$$

Смысл этого шага заключается в том, что гамильтониан $\tilde{\mathcal{H}}'$, взятый в пренебрежении малыми колебаниями решетки /при $\{\vec{\tilde{u}}_\ell, \vec{\tilde{P}}_\ell\} = 0$/, позволяет в явном виде найти поляронную структуру, т.е. волновую функцию мюона и самосогласованную с ним решеточную деформацию $\{\vec{\Delta u}_\ell\}$. Процедура такого самосогласования определяется следующими условиями:

$$\delta \langle \phi(\vec{r}_\mu) | \tilde{\mathcal{H}}' |_{\{\vec{\tilde{u}}_\ell, \vec{\tilde{P}}_\ell\}=0} | \phi(\vec{r}_\mu) \rangle = 0, \qquad /9/$$

$$\langle \phi(\vec{r}_\mu) | \frac{\partial \tilde{\mathcal{H}}'}{\partial \vec{\tilde{u}}_\ell} |_{\{\vec{\tilde{u}}_\ell, \vec{\tilde{P}}_\ell\}=0} | \phi(\vec{r}_\mu) \rangle = 0. \qquad /10/$$

Вариационное условие /9/ эквивалентно уравнению Шредингера для волновой функции мюона $\phi(\vec{r}_\mu)$ в поле деформированной решетки; условия /10/ возникают из требования устойчивости решетки в месте локализации мюона и определяют величины $\{\vec{\Delta u}_\ell\}$, а с ними и унитарный оператор /7/.

Полный гамильтониан теперь имеет вид

$$\tilde{\mathcal{H}} = \tilde{\mathcal{H}}' + \tilde{\mathcal{H}}_0^m + \mathcal{H}_0^z(\vec{\sigma}) + \tilde{\mathcal{V}}_2. \qquad /11/$$

По существу, взаимодействие $\tilde{\mathcal{V}}_1$ включено в "нулевой" гамильтониан задачи и, вместе с тем, сделан первый шаг на пути учета следствий наиболее сильных, "основных", взаимодействий в системе.

4. Рассмотрим эволюцию системы, описываемую матрицей плотности $\rho(t)$. В начальный момент $\rho(0)$ имеет вид

$$\rho(0) = \rho^{lat}(0)\rho^{\mu}(0). \qquad /12/$$

Здесь $\rho^{lat}(0)$ - матрица плотности "решетки", т.е. колебательной и магнитной подсистем кристалла; $\rho^{\mu}(0)$ - мюонная матрица. Поскольку первоначально нет корреляций между положением и спином мюонов, то $\rho^{\mu}(0)$ представима в факторизованном виде

$$\rho^{\mu}(0) = \rho^{\mu}_{r}(0)\rho^{\mu}_{\sigma}(0) = \rho^{\mu}_{r}(0)[\frac{1}{2}I + \frac{1}{2}a_{\alpha}\sigma^{\alpha}], \qquad /13/$$

где $\rho^{\mu}_{r}(0)$ - координатная, $\rho^{\mu}_{\sigma}(0)$ - спиновая часть матрицы плотности, a_{α} - компоненты вектора начальной поляризации мюонов. Эволюцию системы будем рассматривать в новом представлении:

$$\tilde{\rho}(t) = U\rho(t)U^{-1} = e^{-i\tilde{\mathcal{H}}t}\,\tilde{\rho}(0)\,e^{i\tilde{\mathcal{H}}t} =$$

$$= e^{-i\tilde{\mathcal{H}}t}\,\tilde{\rho}^{lat}(0)\tilde{\rho}^{\mu}_{r}(0)\,e^{i\tilde{\mathcal{H}}t}\; e^{-i\tilde{\mathcal{H}}t}\,\tilde{\rho}^{\mu}_{\sigma}(0)\,e^{i\tilde{\mathcal{H}}t}, \qquad /14/$$

где последнее равенство, полученное с помощью тождественного преобразования, призвано отделить эволюцию спина мюона от эволюции других динамических переменных, фигурирующих в задаче.

Сделаем предположения: 1/ за время $t \sim \tau_0 \ll \tau_{\mu}$ в решетке установилось термодинамическое равновесие, т.е. образовалась устойчивая поляронная структура и магнитная подсистема пришла в равновесное состояние /в случае, если оно было нарушено вследствие поляронной перестройки колебательной подсистемы/; 2/ на временах $t \gg \tau_0$ это термодинамическое равновесие сохраняется. Отметим, что возможность быстрой, за время τ_0, релаксации в системе обусловлена наличием в ней сильных кулоновских, $\mathcal{V}_1$, и обменных, $\mathcal{H}^{ex}_0$, взаимодействий. Оценка показывает, что в реальных магнетиках $\tau_0 \sim 10^{-12}$ с. Предположения 1/ и 2/ дают основания считать, что на временах $t \gg \tau_0$ матрица плотности системы имеет следующий вид:

$$\tilde{\rho}(t) \xrightarrow[t \gg \tau_0]{} \tilde{\rho}_0\, e^{-i\tilde{\mathcal{H}}t}\,\tilde{\rho}^{\mu}_{\sigma}(0)\,e^{i\tilde{\mathcal{H}}t} = \tilde{\rho}_0\tilde{\rho}^{\mu}_{\sigma}(t) \equiv \tilde{\rho}^{*}(t), \qquad /15/$$

где $\tilde{\rho}_0$ - равновесная матрица плотности

$$\tilde{\rho}_0 = \exp[-\beta(\tilde{\mathcal{H}}' + \tilde{\mathcal{H}}^{m})]/\mathrm{Sp}\exp[-\beta(\tilde{\mathcal{H}}' + \tilde{\mathcal{H}}^{m})]. \qquad /16/$$

Отметим, что взятие шпура осуществляется в пространстве решеточных, а также мюонной координатной и спиновой волновых функций, т.е. $\mathrm{Sp}... = \mathrm{Sp}_{lat}\,\mathrm{Sp}_{r}\,\mathrm{Sp}_{\sigma} = \mathrm{Sp}_{ph}\,\mathrm{Sp}_{m}\mathrm{Sp}_{r}\,\mathrm{Sp}_{\sigma}\ ...$.

По существу, $\tilde{\rho}^{*}(t)$ представляет собой огрубленную матрицу плотности системы, позволяющую рассматривать ее эволюцию на временах $t \gg \tau_0$ с помощью сокращенного числа переменных. Действительно, решеточные переменные $\langle \vec{\tilde{u}}_{\ell} \rangle^{t}$ и $\langle \vec{S}_{\ell} \rangle^{t}$, а также мюонная координата $\langle \vec{r}_{\mu} \rangle^{t}$ /где $\langle A \rangle^{t} \equiv \mathrm{Sp}\,\tilde{\rho}^{*}(t)A$ / не зависят от времени и характеризуются своими равновесными значениями $\langle \vec{\tilde{u}}_{\ell} \rangle_0 = 0$, $\langle \vec{S}_{\ell} \rangle_0$ и $\langle r_{\mu} \rangle_0$ соответственно. Здесь

$$\langle A \rangle_0 \equiv \mathrm{Sp}\,\tilde{\rho}_0 A. \qquad /17/$$

Следующий этап эволюции системы полностью описывается матрицей $\tilde{\rho}^{\mu}_{\sigma}(t)$, которую запишем в наиболее общем виде:

$$\tilde{\rho}^{\mu}_{\sigma}(t) = \frac{1}{2}I + \frac{1}{2}a_{\alpha}\hat{P}_{\alpha\beta}(t)\sigma_{\beta};\ \hat{P}_{\alpha\beta}(0) = \delta_{\alpha\beta}. \qquad /18/$$

Матричный оператор $\hat{P}_{\alpha\beta}(t)$, $(\alpha, \beta = x, y, z)$ действует в пространстве мюонной координатной и решеточных волновых функций системы. Подобное свойство в дальнейшем будет отмечаться значком "^" над оператором. Теперь для средних значений компонент мюонного спина получаем

$$\frac{1}{2}\langle \sigma_{\beta} \rangle^{t} = a_{\alpha}\langle \hat{P}_{\alpha\beta}(t) \rangle_0 . \qquad /19/$$

5. На основе /13/-/15/ и /18/ получим уравнение для $\hat{P}_{\alpha\beta}(t)$ в виде

$$\frac{\partial \hat{P}_{\alpha\beta}(t)}{\partial t} = \hat{A}_{\alpha\gamma}(t)\hat{P}_{\gamma\beta}(t), \qquad /20/$$

где

$$\hat{A}_{\alpha\beta} = \epsilon_{\alpha\beta\gamma}\mathrm{Sp}_{\sigma}\sigma^{\gamma}(\mathcal{H}^{z}_{0}(\vec{\sigma}) + \tilde{\mathcal{V}}_2), \quad \hat{A}_{\alpha\beta}(t) = e^{-i\tilde{\mathcal{H}}t}\,\hat{A}_{\alpha\beta}\,e^{i\tilde{\mathcal{H}}t}, \qquad /21/$$

и $\epsilon_{\alpha\beta\gamma}$ - антисимметричный тензор 3-го ранга. Выделим в $\hat{A}_{\alpha\beta}$ С-числовую, $\Omega_{\alpha\beta}$, и операторную, $\hat{R}_{\alpha\beta}$, части:

$$\hat{A}_{\alpha\beta} = \Omega_{\alpha\beta} + \hat{R}_{\alpha\beta}, \quad \Omega_{\alpha\beta} = \epsilon_{\alpha\beta\gamma}\mathrm{Sp}_{\sigma}\sigma^{\gamma}(\mathcal{H}^{z}_{0}(\vec{\sigma}) + \langle \tilde{\mathcal{V}}_2 \rangle_0),$$

$$\hat{R}_{\alpha\beta} = \epsilon_{\alpha\beta\gamma}\mathrm{Sp}_{\sigma}\sigma^{\gamma}(\tilde{\mathcal{V}}_2 - \langle \tilde{\mathcal{V}}_2 \rangle_0). \qquad /22/$$

При этом, как видим, $\Omega_{\alpha\beta}$ определяется статическими компонентами магнитного поля в месте нахождения мюона, а $\hat{R}_{\alpha\beta}$ - флуктуациями этого поля.

Записав уравнение /20/ в символическом матричном виде

$$\frac{\partial \hat{P}(t)}{\partial t} = (\Omega + \hat{R}(t))\hat{P}(t), \qquad /23/$$

и введя оператор $\hat G(t)$ согласно определению

$$\hat P(t) = e^{\Omega t}\,\hat G(t), \qquad /24/$$

вместо /23/ получим уравнение для $\hat G(t)$ в виде

$$\frac{\partial \hat G(t)}{\partial t} = \hat R^{\Omega}(t)\,\hat G(t), \qquad /25/$$

где $\hat R^{\Omega}(t) \equiv e^{-\Omega t}\hat R(t)\, e^{\Omega t}$.

Уравнение /25/ может быть решено методом последовательных итераций

$$\hat G(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \hat G^{(n)}(t). \qquad /26/$$

В результате для искомого среднего $<\hat P_{\alpha\beta}(t)>_0$ имеем

$$<\hat P_{\alpha\beta}(t)>_0 = \{e^{\Omega t}\}_{\alpha\gamma}\sum_{n=0}^{\infty} <\hat G^{(n)}_{\gamma\beta}(t)>_0 , \qquad /27/$$

где среднее $<\hat G^{(n)}_{\gamma\beta}(t)>_0$ может быть получено путем n-кратного интегрирования соответствующего элемента моментной матрицы n-го порядка:

$$<\hat G^{(n)}_{\gamma\beta}(t)>_0 = \int_0^t dt_1 \dots \int_0^{t_{n-1}} dt_n <\{\hat R^{\Omega}(t_1)\dots\hat R^{\Omega}(t_n)\}_{\gamma\beta}>_0 . \qquad /28/$$

6. С целью получения практически полезных выражений для описания процесса релаксации конкретизируем результат /27/, /28/.
Разложим матрицу $\Omega_{\alpha\beta}$ по инфинитизимальным матрицам $I^{\gamma}_{\alpha\beta}(\gamma = x, y, z)$ группы трехмерных вращений /7/:

$$\Omega_{\alpha\beta} = -\omega^{\gamma} I^{\gamma}_{\alpha\beta}, \qquad /29/$$

где $\omega^x = \omega^x_1$; $\omega^y = \omega^y_1$; $\omega^z = \omega_0 + \omega^z_1$. Причем

$$\omega_0 = -\mathrm{Sp}_{\sigma}\,\sigma^z\,\mathcal{H}^z_0(\vec\sigma) = \gamma_{\mu} H_0, \qquad /30/$$

$$\omega^{\gamma}_1 = -\mathrm{Sp}_{\sigma}\,\sigma^{\gamma} <\tilde{\mathcal{O}}_2>_0 = -\gamma_{\mu}\sum_{\ell}\tilde B^{\gamma\xi}_{\ell} <S^{\xi}_{\ell}>_0 .$$

Поскольку $\hat R_{\alpha\beta}$ имеет ту же матричную структуру, что и $\Omega_{\alpha\beta}$, получим

$$\hat R_{\alpha\beta}(t) \equiv \hat Q^{\gamma}(t)\, I^{\gamma}_{\alpha\beta},$$

$$\hat Q^{\gamma}(t) = e^{-i\tilde{\mathcal{H}}t}\left(\mathrm{Sp}_{\sigma}\,\sigma^{\gamma}(\tilde{\mathcal{O}}_2 - <\tilde{\mathcal{O}}_2>_0)\right)e^{i\tilde{\mathcal{H}}t} = \sum_{\ell}\tilde B^{\gamma\xi}_{\ell}\,\delta S^{\xi}(t), \qquad /31/$$

где $\delta S^{\xi}_{\ell} = S^{\xi}_{\ell} - <S^{\xi}_{\ell}>_0$.

Далее для простоты положим, что x- и y-компоненты статической части локального магнитного поля на мюоне отсутствуют, т.е. $\omega^x_1 = \omega^y_1 = 0$. Тогда

$$\Omega_{\alpha\beta} = -\omega I^z_{\alpha\beta};\ \ \omega = \omega_0 + \omega^z_1,\ \ \hat R^{\Omega}_{\alpha\beta}(t) \to \hat R^{\omega}_{\alpha\beta}(t) = \hat Q^{\gamma}(t)\, M^{\gamma\nu}_z(\omega t)\, I^{\nu}_{\alpha\beta}. \qquad /32/$$

Здесь $M^{\gamma\nu}_z(\omega t)$– ортогональная матрица вращения вокруг оси Oz, имеющая следующие ненулевые элементы:

$$M^{xx}_z = M^{yy}_z = \cos\omega t;\ \ M^{xy}_z = -M^{yx}_z = \sin\omega t;\ \ M^{zz}_z = 1. \qquad /33/$$

Воспользовавшись /31/, /32/, можно связать в /28/ элементы моментной матрицы n-го порядка с корреляционными функциями $\tilde\Phi^{\gamma\dots\gamma'}(t_1,\dots,t_n)$ магнитной подсистемы кристалла

$$<\{\hat R^{\omega}(t_1)\dots\hat R^{\omega}(t_n)\}_{\alpha\beta}>_0 = \tilde\Phi^{\gamma\dots\gamma'}(t_1,\dots,t_n)\ \times$$
$$\times\ M^{\gamma\nu}_z(\omega t_1)\dots M^{\gamma'\nu'}_z(\omega t_n)\{I^{\nu}\dots I^{\nu'}\}_{\alpha\beta}. \qquad /34/$$

Здесь

$$\tilde\Phi^{\gamma\dots\gamma'}(t_1,\dots,t_n) = <\hat Q^{\gamma}(t_1)\dots\hat Q^{\gamma'}(t_n)>_0 =$$
$$= \sum_{\ell\dots\ell'}\tilde B^{\gamma\xi}_{\ell}\dots\tilde B^{\gamma'\xi'}_{\ell'} <\delta S^{\xi}_{\ell}(t_1)\dots\delta S^{\xi'}_{\ell'}(t_n)>_0 . \qquad /35/$$

Воспользовавшись известной таблицей умножения квадратных /3x3/ ортогональных матриц $I^{\gamma}_{\alpha\beta}$, можно получить в /34/ любой элемент произведения $\{I^{\nu}\dots I^{\nu'}\}_{\alpha\beta}$. Некоторые элементы моментной матрицы второго порядка выписаны в приложении.

7. Рассмотрим процесс спиновой релаксации мюонов в поперечной геометрии, т.е. когда $a_x = 1$, $a_y = a_z = 0$ /или $a_y = 1$, $a_x = a_z = 0$/ и наблюдается временная зависимость поляризации вдоль той же оси Ox /или Oy /. Эта зависимость описывается средним $<\hat P_{xx}(t)>_0$ /или, эквивалентно, $<\hat P_{yy}(t)>_0$ /. Учитывая, что существуют только два ненулевых элемента матрицы $\{\exp(-\omega t I^z)\}_{\alpha\beta}$, а именно

$$\{e^{-\omega t I^z}\}_{xx} = \cos\omega t;\ \ \{e^{-\omega t I^z}\}_{xy} = \sin\omega t, \qquad /36/$$

а также то, что $<\hat G^{(2n+1)}(t)>_0 = 0$, $(n = 0, 1, \dots)$, на основе /27/ получим

$$<\hat P_{xx}(t)>_0 = \cos\omega t\sum_{n=0}^{\infty} <\hat G^{(2n)}_{xx}(t)>_0 + \sin\omega t\sum_{n=0}^{\infty} <\hat G^{(2n)}_{yx}(t)>_0 . \qquad /37/$$

Далее воспользуемся кумулянтным представлением итерационных рядов в статистической физике /8/ и представим $\langle \hat{P}_{xx}(t) \rangle_0$ в практически более полезном виде

$$\langle \hat{P}_{xx}(t) \rangle_0 = \cos[\omega t + \sum_{n=1}^{\infty} t^n \Delta\omega^{(2n)}(t)] \exp[- \sum_{n=1}^{\infty} t^n \Gamma_{\perp}^{(2n)}(t)]. \qquad /38/$$

Причем условимся, что порядок величин $\Gamma_{\perp}^{(2n)}$ и $\Delta\omega^{(2n)}$ совпадает с порядком (2n) -го члена каждого из итерационных рядов в /37/. Разлагая /38/ в ряды и приравнивая в /38/ и /37/ члены одинакового порядка, получим

$$\left\{ \begin{aligned} & t\Gamma_{\perp}^{(2)}(t) = - \langle \hat{G}_{xx}^{(2)}(t) \rangle_0 = - \int_0^t dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 \langle \{\hat{R}^{\omega}(t_1) \hat{R}^{\omega}(t_2)\}_{xx} \rangle_0 \\ & t\Delta\omega^{(2)}(t) = - \langle \hat{G}_{yx}^{(2)}(t) \rangle_0 , \end{aligned} \right. \qquad /39/$$

$$\left\{ \begin{aligned} & t^2\Gamma_{\perp}^{(4)}(t) = - \langle \hat{G}_{xx}^{(4)}(t) \rangle_0 + \frac{1}{2} (\langle \hat{G}_{xx}^{(2)}(t) \rangle_0)^2 - \frac{1}{2} (\langle \hat{G}_{yx}^{(2)}(t) \rangle_0)^2 \\ & t^2\Delta\omega^{(4)}(t) = - \langle \hat{G}_{yx}^{(4)}(t) \rangle_0 + \langle \hat{G}_{yx}^{(2)}(t) \rangle_0 \langle \hat{G}_{xx}^{(2)}(t) \rangle_0 , \end{aligned} \right. \qquad /40/$$

и т.д.

В общем случае, как и в /39/, /40/, кумулянт (2n)-го порядка выражается через элемент моментной матрицы (2n)-го порядка и произведение элементов моментной матрицы низшего порядка.

8. На основе /39/, /40/ и т.д. нетрудно показать, что каждый последующий кумулянт относится к предыдущему как

$$\frac{t^2\Gamma_{\perp}^{(2)}}{t\Gamma_{\perp}^{(2)}} \sim \frac{t^2\Delta\omega^{(4)}}{t\Delta\omega^{(2)}} \sim \frac{|\tilde{\Phi}^{\alpha\beta}(0)|}{\omega^2} . \qquad /41/$$

Если это отношение мало, т.е. $|\tilde{\Phi}^{\alpha\beta}(0)| \ll \omega^2$, $(\alpha,\beta = x, y, z)$, то в /38/ можно ограничиться главным вкладом от вторых кумулянтов. Если к тому же для всех характерных времен наблюдения $t/\sim 10^{-7} \lesssim t \lesssim 10^{-5}$ с/ выполняется неравенство

$$\omega t \gg 1 , \qquad /42/$$

то из /38/ с учетом результатов, представленных в приложении, в основном приближении для поперечной релаксации получим следующую зависимость:

$$\langle \hat{P}_{xx}(t) \rangle_0 \simeq \exp\{ - \int_0^t d\tau (t-\tau)[\tilde{\Phi}^{zz}(\tau) + \frac{1}{2}(\tilde{\Phi}^{xx}(\tau) + \tilde{\Phi}^{yy}(\tau)) \cos\omega\tau +$$

$$+ \frac{1}{2}(\tilde{\Phi}^{xy}(\tau) - \tilde{\Phi}^{yx}(\tau)) \sin\omega\tau]\} \cos\{\omega t - \frac{1}{2}\int_0^t d\tau (t-\tau) \times$$

$$\times [(\tilde{\Phi}^{xx}(\tau) + \tilde{\Phi}^{yy}(\tau)) \sin\omega\tau - (\tilde{\Phi}^{xy}(\tau) - \tilde{\Phi}^{yx}(\tau)) \cos\omega\tau]\} . \qquad /43/$$

Можно указать две области применения формулы /43/. Во-первых, это низкотемпературная область в упорядоченной фазе ферромагнетика, где /при $H_0 = 0$/ выполнение неравенств /41/ и /42/ обеспечивается малостью амплитуды флуктуаций спинов по сравнению с их равновесными значениями. Во-вторых, в парамагнитной области, где характерные амплитуды $|\tilde{\Phi}^{\alpha\beta}(0)|^{1/2}$ спиновых флуктуаций велики, выполнение неравенств /41/ и /42/ может быть обеспечено сильным внешним полем H_0.

В указанных приближениях продольная релаксация описывается следующим выражением:

$$\langle \hat{P}_{zz}(t) \rangle_0 \simeq \exp\{-t\Gamma_{\parallel}^{(2)}(t)\} = \exp\{ - \int_0^t d\tau (t-\tau) \times$$

$$\times [(\tilde{\Phi}^{xx}(\tau) + \tilde{\Phi}^{yy}(\tau)) \cos\omega\tau + (\tilde{\Phi}^{xy}(\tau) - \tilde{\Phi}^{yx}(\tau)) \sin\omega\tau]\} . \qquad /44/$$

Рассмотрим парамагнитную область при $H_0 = 0$, откуда следует $\omega = 0$. В определении коррелятора $\tilde{\Phi}^{\gamma\cdots\gamma}(t_1,\dots,t_n)$ произведем квазиклассический переход от операторов $\hat{Q}^{\gamma}(t)$ к компонентам случайного вектора $Q^{\gamma}(t)$, соответствующего локальному магнитному полю на мюоне. Полагая, что флуктуации вектора $\vec{Q}(t)$ представляют собой нормальный марковский процесс во времени, и что корреляции таких флуктуаций $\langle Q^{\gamma}(t) Q^{\gamma}(0) \rangle_0$ затухают за характерное время $\tau_{фл.}$, можно показать, подобно /41/, что отношение каждого последующего кумулянта к предыдущему характеризуется величиной $\tau^2_{фл.} \cdot |\tilde{\Phi}^{\gamma\gamma}(0)|$. Таким образом, в пределе быстрых флуктуаций

$$\tau_{фл.}^{-2} \gg |\tilde{\Phi}^{\gamma\gamma}(0)| \qquad /45/$$

для описания процесса релаксации можно также ограничиться кумулянтами второго порядка. Причем

$$\Gamma_{\perp}^{(2)} \simeq \int_0^{\infty} d\tau [\tilde{\Phi}^{yy}(\tau) + \tilde{\Phi}^{zz}(\tau)], \quad \Delta\omega^{(2)} = 0 , \qquad /46/$$

$$\Gamma_{\parallel}^{(2)} \simeq \int_0^{\infty} d\tau [\tilde{\Phi}^{xx}(\tau) + \tilde{\Phi}^{yy}(\tau)].$$

В заключение автор выражает благодарность В.Л.Аксенову, И.Гочеву и Н.М.Плакиде за обсуждение результатов работы.

ПРИЛОЖЕНИЕ

$$
\begin{aligned}
<\{\hat{R}^{\omega}(t_1)\hat{R}^{\omega}(t_2)\}_{xx}>_0 = (-1)[\tilde{\Phi}^{xx}(t_1,t_2)\sin\omega t_1 \sin\omega t_2 + \\
+\tilde{\Phi}^{yy}(t_1,t_2)\cos\omega t_1\cos\omega t_2 + \tilde{\Phi}^{xy}(t_1,t_2)\sin\omega t_1\cos\omega t_2 + \\
+\tilde{\Phi}^{yx}(t_1,t_2)\cos\omega t_1\sin\omega t_2 + \tilde{\Phi}^{zz}(t_1,t_2)].
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
<\{\hat{R}^{\omega}(t_1)\hat{R}^{\omega}(t_2)\}_{yx}>_0 = \tilde{\Phi}^{xx}(t_1,t_2)\cos\omega t_1\sin\omega t_2 - \\
-\tilde{\Phi}^{yy}(t_1,t_2)\sin\omega t_1\cos\omega t_2 + \tilde{\Phi}^{xy}(t_1,t_2)\cos\omega t_1\cos\omega t_2 - \\
-\tilde{\Phi}^{yx}(t_1,t_2)\sin\omega t_1\sin\omega t_2 .
\end{aligned}
$$

$$\tilde{\Phi}^{\alpha\beta}(t_1,t_2) = \tilde{\Phi}^{\alpha\beta}(t_1 - t_2).$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Karlsson E. Phys.Rep., 1982, 82, p.271.
2. Denison A.B. et al. Helv.Phys.Acta, 1979, 52, p.460.
3. Shench A. Helv.Phys.Acta, 1981, 54, p.472.
4. Барышевский В.Г., Кутень С.А. ФТТ, 1976, 18, с.2873.
5. McMullen T., Zaremba E. Phys.Rev.B, 1978, 18, p.3026.
6. Поляроны. "Наука", М., 1975.
7. Петрошень М.И., Трифонов Е.Д. Применение теории групп в квантовой механике. "Наука", М., 1967.
8. Kubo R. J.Phys.Soc.Jap., 1962, 17, p.1100.

Рукопись поступила в издательский отдел
10 ноября 1984 года.

Вниманию организаций и лиц, заинтересованных в получении публикаций Объединенного института ядерных исследований

Принимается подписка на препринты и сообщения Объединенного института ядерных исследований.

Установлена следующая стоимость подписки на 12 месяцев на издания ОИЯИ, включая пересылку, по отдельным тематическим категориям:

ИНДЕКС	ТЕМАТИКА	Цена подписки на год
1.	Экспериментальная физика высоких энергий	10 р. 80 коп.
2.	Теоретическая физика высоких энергий	17 р. 80 коп.
3.	Экспериментальная нейтронная физика	4 р. 80 коп.
4.	Теоретическая физика низких энергий	8 р. 80 коп.
5.	Математика	4 р. 80 коп.
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия	4 р. 80 коп.
7.	Физика тяжелых ионов	2 р. 85 коп.
8.	Криогеника	3 р. 85 коп.
9.	Ускорители	7 р. 80 коп.
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных	7 р. 80 коп.
11.	Вычислительная математика и техника	6 р. 80 коп.
12.	Химия	1 р. 70 коп.
13.	Техника физического эксперимента	8 р. 80 коп.
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами	1 р. 70 коп.
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях	1 р. 50 коп.
16.	Дозиметрия и физика защиты	1 р. 90 коп.
17.	Теория конденсированного состояния	6 р. 80 коп.
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники	2 р. 35 коп.
19.	Биофизика	1 р. 20 коп.

Подписка может быть оформлена с любого месяца текущего года.

По всем вопросам оформления подписки следует обращаться в издательский отдел ОИЯИ по адресу: 101000 Москва, Главпочтампт, п/я 79.

Юшанхай В.Ю. 14-84-722

К исследованию магнетиков методом мюонной спиновой релаксации

Рассмотрена естественная двухэтапная эволюция системы "магнитный кристалл + положительный мюон". Построена огрубленная матрица плотности системы и на этой основе получено уравнение, описывающее изменение со временем матрицы корреляций мюонного спина. Найдено кумулянтное представление решений этого уравнения для случаев поперечной и продольной спиновой релаксаций мюонов. Показано, что в пределе слабых или быстрых флуктуаций магнитных моментов кристалла характер релаксации определяется пространственно-временными парными корреляционными функциями этих флуктуаций.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод О.С.Виноградовой

Yushankhai V.Yu. 14-84-722

Contribution to the Investigation of Magnetic Substances by the Muon Spin Relaxation Method

Natural two-stage evolution of the system "magnetic crystal + positive muon" is considered. The approximated density matrix of the system is constructed and on the basis of it the equation describing the time dependence for the matrix of muon spin correlations is obtained. The solutions corresponding to the longitudinal and transverse muon spin relaxation are represented by means of cumulant sets. It is shown that in the limit of a weak or fast magnetic moment fluctuations in the crystal the character of relaxation is determined by the space-time pair correlation functions for these fluctuations.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984