



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Д.Б. Понтекорво

1354

УЧЕТ КОНИЧЕСКОГО РЕПРОЕКТИРОВАНИЯ
КАМЕРНЫХ СТЕРЕОФОТОГРАФИЙ
ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ИМПУЛЬСОВ
ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ, ДВИЖУЩИХСЯ
В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Дубна 1963

Д.Б. Понтекорво

1354

УЧЕТ КОНИЧЕСКОГО РЕПРОЕКТИРОВАНИЯ
КАМЕРНЫХ СТЕРЕОФОТОГРАФИЙ
ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ИМПУЛЬСОВ
ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ, ДВИЖУЩИХСЯ
В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Направлено в ПТЭ

Дубна 1963

А н н о т а ц и я

Анализируется коническое репроектирование камерных стереофотографий при определении импульсов заряженных частиц, движущихся в магнитном поле. Рассмотрен случай, когда фотографирование камеры и репроектирование стереоснимков производятся идентичными объективами, оптические оси которых параллельны магнитному полю.

В работе получены соотношения, позволяющие по величине измеренного радиуса кривизны конической проекции следа частицы вычислить радиус кривизны ортогональной проекции.

Заряженная частица в магнитном поле H движется по винтовой линии, радиус которой ρ связан с величиной импульса частицы p соотношением:

$$\rho = \frac{300 H \rho_{ev}}{\cos \theta c}$$

Здесь θ — "глубинный угол" — угол между импульсом частицы и перпендикулярной к магнитному полю плоскостью /горизонтальной/.

При обработке стереофотографий на репроекторе /типа описанного в статье Василенко и др. /1/ для измерения величины ρ часто используется метод последовательного совмещения дуг окружностей /в нашем случае нанесенных на тонкие флексигласовые пластины/ с проекцией изображения следа частицы на горизонтальный экран^{x/}. Глубинный угол θ определяется при воспроизведении изображения следа в пространстве.

Такой метод определения импульсов заряженных частиц отличается большой скоростью обработки и хорошей точностью, и именно его мы будем иметь в виду в дальнейшем. Правда, при этом необходимо учитывать, что проекция изображения траектории частицы на горизонтальный экран практически является конической /рис. 1, рис. 2/, а не ортогональной, и поэтому измеренный радиус $\rho_{изм.}$ может существенно отличаться от истинного радиуса ρ винтовой линии, по которой двигалась частица /2/. Нам будет интересовать связь между $\rho_{изм.}$ и ρ . Конкретная задача определения ρ по измеренному $\rho_{изм.}$ рассмотрена во второй части работы.

1. Коническая проекция винтовой линии

При выводе соотношения между ρ и $\rho_{изм.}$ объективы считаются тонкими линзами. Из рис. 1 видно, что ортогональная проекция Π_T на горизонтальную плоскость P точки T не совпадает с конической проекцией K_T ее изображения на пленке a_T . Из подобия прямоугольных треугольников следует:

$$\Delta R = K_T \Pi_T = R_T \frac{h(t)}{H_T}, \quad /2/$$

где R_T — расстояние от оптической оси L объектива, до точки T , $h(t)$ — расстояние от точки T до плоскости P .

Обычно изображение следа проектируется через компенсирующее стекло, имеющее одинаковые оптические характеристики со стеклом камеры, в которой регистрируются события. Если толщина стекла — d , а его коэффициент преломления — n , то H_T равно $\Pi S - h(t) - d(1 - \frac{1}{n})$, где ΠS — расстояние от оптического центра объектива до плоскости P .

На рис. 1 и рис. 2 показаны коническая и ортогональная проекции отрезка винтовой линии AB на плоскость P . Мы рассмотрим правую винтовую линию, уравнения которой имеют вид $x = \rho \cos t$; $y = \rho \sin t$; $z = (\rho \operatorname{tg} \theta) \cdot t$, если ось z совпадает с осью винтовой линии. Направление оси абсцисс задается, как показано на рисунке

^{x/} Рассмотрен случай, когда база стереоаппарата и плоскость фотопленки расположены перпендикулярно к магнитному полю, а фотографирование камеры и репроектирование стереоснимков производятся идентичными объективами с параллельными оптическими осями.

/следовательно, параметр t определен однозначно/.

Точка $T(t)$ имеет ортогональную проекцию Π_T с координатами $x_T = \rho \cos t$, $y_T = \rho \sin t$, а координаты конической проекции K_T изображения a_T равны:

$$\begin{aligned} x &= x_T + \Delta R \cos \beta = \rho \cos t + R_T \frac{h(t)}{H_T} \cos \beta, \\ y &= y_T + \Delta R \sin \beta = \rho \sin t + R_T \frac{h(t)}{H_T} \sin \beta. \end{aligned} \quad /3/$$

Будем считать, что плоскость P проходит через середину M отрезка винтовой линии AB . Тогда $h(t) = z(t) - z(t_0) = z(t) - z(\frac{t_A + t_B}{2}) = \rho \operatorname{tg} \Theta [t - (t_A + \frac{\ell |\cos \Theta|}{2\rho})]$, где ℓ — длина отрезка AB , а t_0 соответствует середине AB .

Из рис. 2 $\cos \beta = \frac{R_0 + \rho \cos t}{R_T}$, $\sin \beta = \frac{\rho \sin t}{R_T}$.
/ R_0 — расстояние между оптической осью объектива и осью винтовой линии/. Отсюда параметрические уравнения конической проекции изображения винтовой линии имеют вид:

$$\begin{aligned} x &= \rho \cos t + \frac{\rho \operatorname{tg} \Theta}{H_T} (R_0 + \rho \cos t) [t - t_A - \frac{\ell |\cos \Theta|}{2\rho}], \\ y &= \rho \sin t + \frac{\rho^2 \operatorname{tg} \Theta}{H_T} \sin t \cdot [t - t_A - \frac{\ell |\cos \Theta|}{2\rho}]. \end{aligned} \quad /4/$$

Найдем радиус кривизны конической проекции, причем величину H_T будем считать постоянной /обычно $H_T > 50$ см, а $h(t) \approx 5$ см/:

$$\rho_k(t) = \frac{(x'^2 + y'^2)^{3/2}}{|x'' y''|} = \quad /5/$$

$$\rho_k(t) = \frac{\rho \{ [1 + \frac{\rho \operatorname{tg} \Theta}{H_T} (t - t_A - \frac{\ell |\cos \Theta|}{2\rho}) - \frac{\operatorname{tg} \Theta}{H_T} R_0 \sin t]^2 + \frac{\operatorname{tg}^2 \Theta}{H_T^2} (\rho + R_0 \cos t)^2 \}^{3/2}}{[1 + \frac{\rho \operatorname{tg} \Theta}{H_T} (t - t_A - \frac{\ell |\cos \Theta|}{2\rho}) - R_0 \sin t \cdot \frac{\operatorname{tg} \Theta}{H_T} [1 + \frac{\rho \operatorname{tg} \Theta}{H_T} (t - t_A - \frac{\ell |\cos \Theta|}{2\rho}) + 2\rho \frac{\operatorname{tg} \Theta}{H_T} (\rho + R_0 \cos t)]^2}$$

При использовании плексигласовых шаблонов для измерения радиусов кривизны проекций реальных следов мы в действительности определяем некоторый средний радиус

$$\rho_{\text{изм.}}(\ell) = \overline{\rho_k(\ell)} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\int \rho_k(t) dt}{\int \frac{\ell |\cos \Theta|}{\rho} - \frac{\ell |\cos \Theta|}{2\rho}} \quad /6/$$

Здесь ℓ — длина трека частицы.

В большинстве реальных случаев можно с большой точностью полагать $\rho_{\text{изм.}}(\ell) = \rho_k(0) = \rho_k(t_0)$, т.е. считать измеренный радиус равным значению $\rho_k(t_0)$, соответствующему середине следа. На рис. 4 приведены графики $\overline{\rho_k(\ell)}$ для $R_0 = 10$, $H_T = 45$ и разных значений t_0 . Видно, что при определенных значениях параметров ρ , Θ , ℓ действительно можно считать $\rho_{\text{изм.}} = \rho_k(t_0)$. Это равенство тем точнее, чем больше величина H_T .

Практически задача состоит в вычислении ρ по известному $\rho_{\text{изм.}}$ и при наличии большого статистического материала с помощью определенных критериев можно отбирать для измерения только такие следы в камере, для которых выполняется условие $\rho_{\text{изм.}} = \rho_k(t_0)$. В дальнейшем будем считать это условие выполненным, т.е.

$t - t_0 = t - t_A - \frac{\ell |\cos \Theta|}{2\rho} = 0$. Тогда формула /5/ примет вид:

$$\rho_{\text{изм.}} = \rho \frac{\{ [1 - \frac{\operatorname{tg} \Theta}{H_T} R_0 \sin t_0]^2 + \frac{\operatorname{tg}^2 \Theta}{H_T^2} (\rho + R_0 \cos t_0)^2 \}^{3/2}}{[1 - \frac{\operatorname{tg} \Theta}{H_T} R_0 \sin t_0] + 2\rho \frac{\operatorname{tg}^2 \Theta}{H_T^2} (\rho + R_0 \cos t_0)} \quad /7/$$

2. Вычисление радиуса кривизны ортогональной проекции следа частицы по результатам измерений

Для использования формулы /7/ необходимо видоизменить ее применительно к конкретным измерениям.

Мы рассмотрим случай /см. рис. 3/, когда определяются полярные координаты r и ϕ начала следа A относительно центра камеры Q , длина следа в пространстве ℓ , направление импульса частицы в начале следа /угол α /, глубинный угол Θ и радиус ρ . Эти характеристики полностью задают положение следа в пространстве относительно оптической системы.

Выразим в формуле /7/ R_0 через r . Из рис. 2 и рис. 3 имеем /для любого t /: $R_0 + \rho \cos t = R_T \sqrt{1 - \frac{\rho^2}{R_T^2} \sin^2 t}$, т.е. $R_0 = \sqrt{R_T^2 - \rho^2 \sin^2 t} - \rho \cos t$, а $R_T^2 = r^2 + D^2 + (-1)^k \cdot 2r \cdot D \cdot \cos \phi$,

где $k = 2$, если при измерении $\rho_{\text{изм.}}$ изображение следа проектируется через левый объектив, и $k = 1$ для правого объектива, а D — половина расстояния между оптическими центрами двух объективов.

Отсюда для начала следа A

$$R_0 = \sqrt{r^2 + D^2 + (-1)^k \cdot 2r \cdot D \cdot \cos \phi} - \rho \sin^2 t_A - \rho \cos t_A. \quad /8/$$

Получим теперь соотношение между параметром t_A и измеряемыми величинами.

При выбранной на рис. 3 прямоугольной системе координат XY точки Π_A, Q, S, S' имеют следующие значения координат:

$$\begin{aligned} \Pi_A &= \{ r \cos \phi + (-1)^k \cdot D; -r \sin \phi \}; \\ Q &= \{ (-1)^k \cdot D; 0 \}; \\ S &= \{ 0; 0 \}; \quad S' = \{ 0; 0 \}. \end{aligned}$$

Ось винтовой линии O имеет координаты

$$\begin{cases} X_0 = r \cos \phi + (-1)^k \cdot D - \rho \cos \alpha \\ Y_0 = -r \sin \phi - \rho \sin \alpha. \end{cases} \quad /9/$$

Угол μ равен $\alpha - t_A$ /рассматривается правая винтовая линия/. Отсюда

$$\operatorname{tg}(\alpha - t_A) = \frac{Y_0}{X_0} = \frac{-r \sin \phi - \rho \sin \alpha}{r \cos \phi + (-1)^k \cdot D - \rho \cos \alpha}. \quad /10/$$

Таким образом, мы получили систему из двух уравнений /7/ и /10/, которая одно-

значно определяет ρ и t_A /в /7/ необходимо заменить t_0 на $t_A + \frac{l|\cos\theta|}{2\rho}$. Эта система решалась численно методом наименьших квадратов^{x/}.

Все рассуждения велись для правой винтовой линии. Если мы имеем дело с левой линией /направление поля обратное; частицы имеют заряд другого знака/, то необходимо либо измерять характеристики конца следа частицы, а не начала его, либо в формулах /7/ и /10/ заменять ϕ на $2\pi - \phi$ и a на $\pi - a$ или $3\pi - a$ /если $a > \pi$ /.

В качестве наглядного примера использования формул /7/ и /10/ приведем спектр масс нейтронов, полученный при исследовании реакции $\pi^- + p \rightarrow \pi^- + \pi^+ + n$ в пузырьковой камере. С помощью плексигласовых шаблонов измерялись радиусы кривизны следов вторичных π^- и π^+ -мезонов. Затем вычислялись значения радиусов ортогональных проекций следов и по ним - импульсы мезонов и массы нейтронов. На рис. 5 приведены исправленный и неисправленный спектры масс нейтронов, полученные по 83 событиям. Эти результаты были любезно предоставлены нам Т.Д. Блохинцевой, Л.Л. Неменовым и Юань Жун-фан.

В заключение автору приятно поблагодарить И.Н. Силина, Р.М. Суляева и И.В. Фадомкина за помощь и обсуждения; Е.Б. Бояджиеву, Л.Е. Мальцеву и А.В. Рохитского за проделанные в большом количестве вычисления.

Л и т е р а т у р а

1. А.Т. Василенко, М.С. Козодаев, Р.М. Суляев, А.И. Филиппов, Ю.А. Шербаков. ПТЭ, № 6, 34. /1957/.
2. К.Н. Barker. Nuovo Cim. 11, Suppl. 2, 309 (1954).

Рукопись поступила в издательский отдел
9 июля 1963 г.

^{x/} Настоящая работа выполнена в связи с измерением энергетического спектра электронов, рождающихся при распаде отрицательных μ^- -мезонов в диффузионной камере. Были измерены радиусы кривизны ρ изм. для 4090 следов электронов. Для каждого случая вычислялась величина ρ изм.

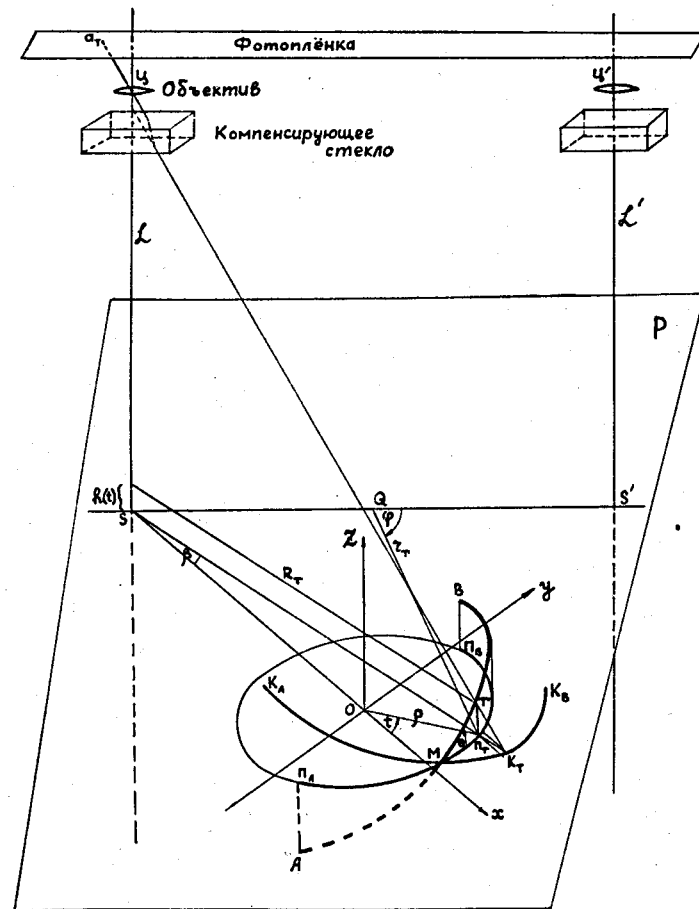


Рис. 1. Ортогональная ($\Pi_A \Pi_B$) и коническая ($K_A K_B$) проекции отрезка винтовой линии AB . L - оптическая ось объектива.

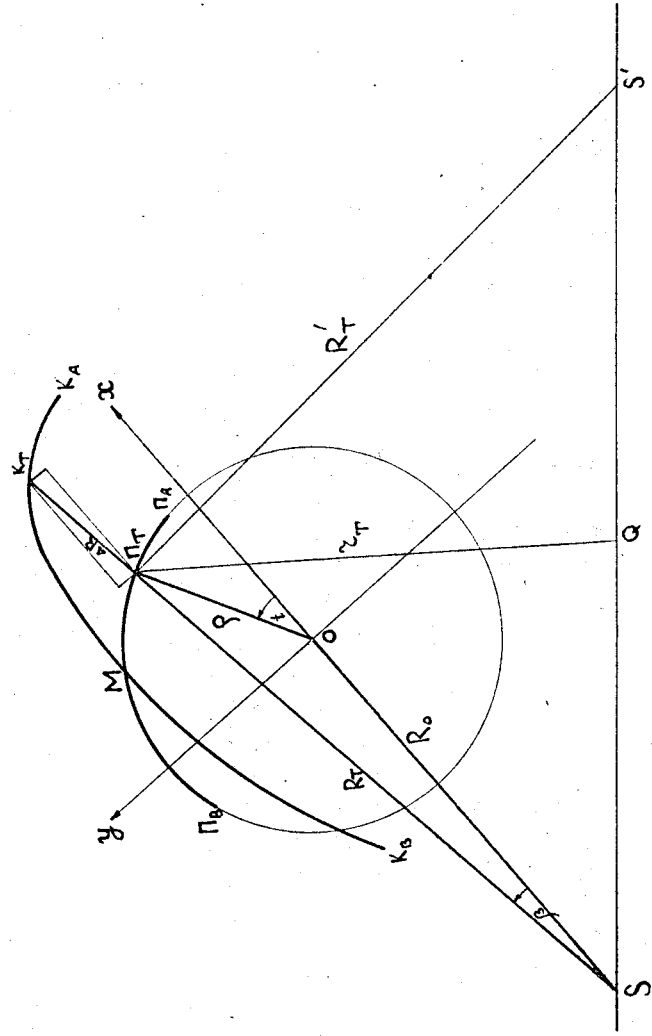


Рис. 2. Ортогональная и коническая проекция отрезка винтовой линии. Обозначения те же, что на рис. 1 /и на рис. 3/.

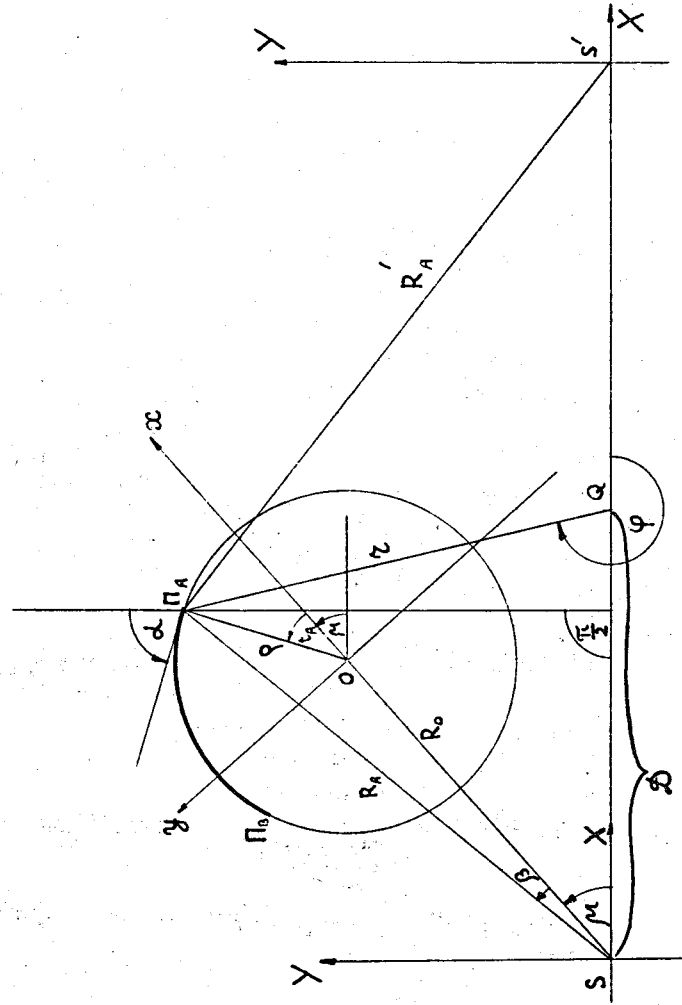


Рис. 3. Задание положения следа частицы относительно оптической системы; Q — центр камеры.

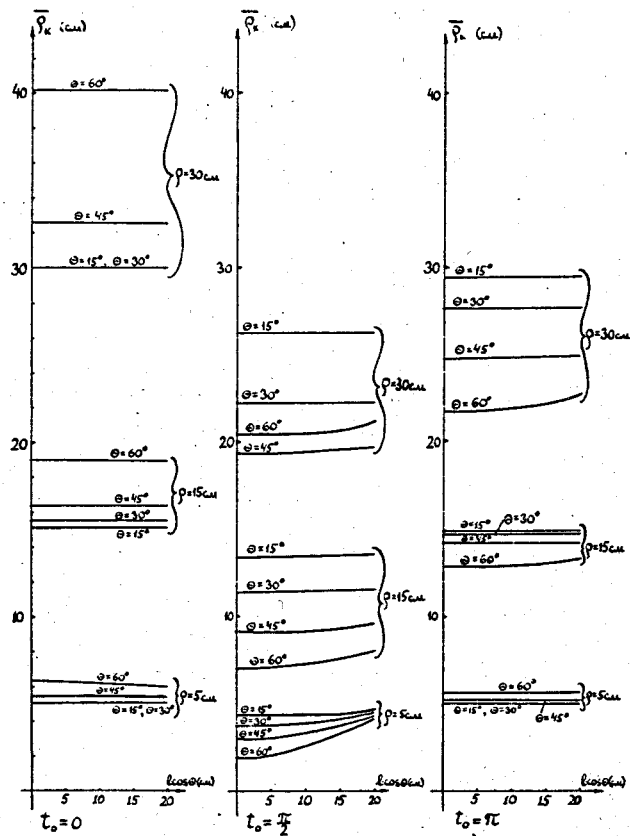


Рис. 4. Графики функции $\rho_k(l)$ для $R_0 = 10$ см, $H_T = 45$ см.

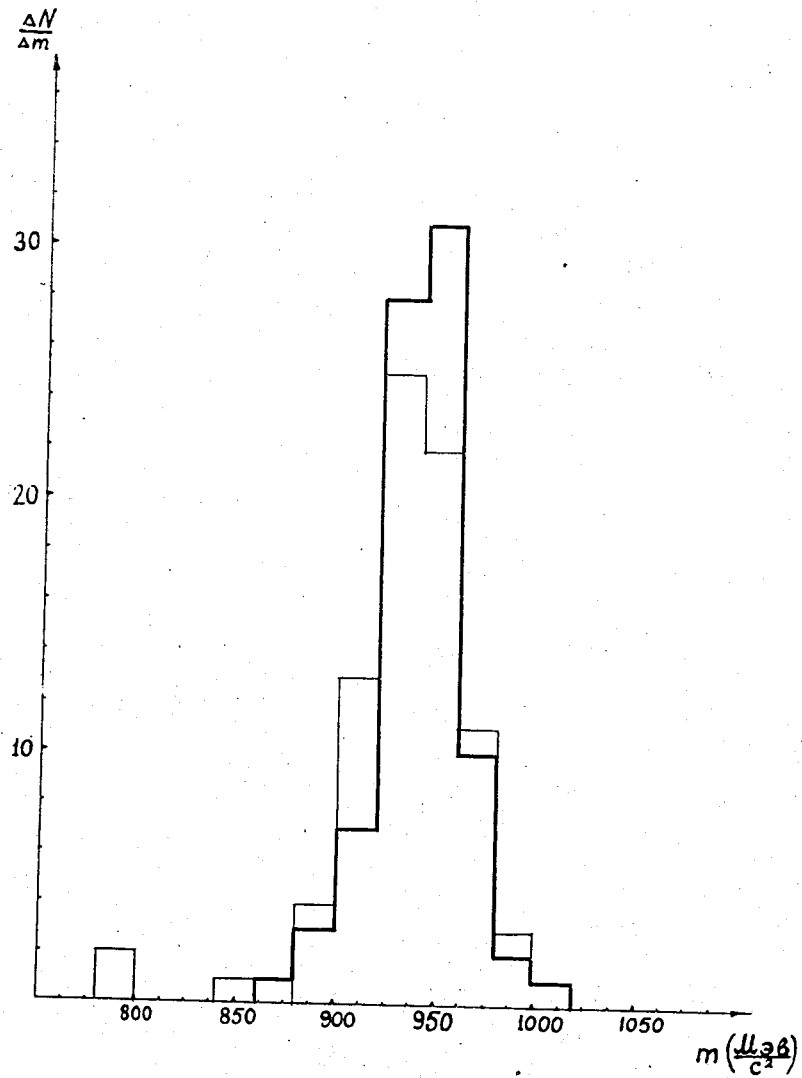


Рис. 5. Спектры масс нейтронов, полученные при исследовании реакции $\pi^- + p \rightarrow \pi^- + \pi^+ + n$ в пузырьковой камере. Исправленный спектр обозначен жирной линией.