

1307



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

Ю.А. Будагов, В.П. Джелепов, В.Г. Иванов, Ю.Ф. Ломакин,
В.Б. Флягин, П.В. Шляпников

1907

О ГИДРОДИНАМИКЕ ПУЗЫРЬКОВЫХ КАМЕР

Дубна 1963

70

Ю.А. Будагов, В.П. Джелепов, В.Г. Иванов, Ю.Ф. Ломакин,
В.Б. Флягин, П.В. Шляпников

1307

О ГИДРОДИНАМИКЕ ПУЗЫРЬКОВЫХ КАМЕР

Дубна 1963

1. Общие требования к продолжительности изменения давления.

Время релаксации

Быстрое изменение давления в пузырьковой камере во время расширения является, как известно, необходимым условием образования следов заряженных частиц. Установлено также, что и в целом каждый цикл изменения давления должен осуществляться по возможности быстрее, чтобы предотвратить необратимое выделение тепла и его перенос, сопровождающие образование пузырьков и их захлопывание. Рассмотрим поэтому те обстоятельства, которые ограничивают возможность сокращения временного цикла в камере.

Пусть жидкость в камере с объемом V_0 /рис. 1/ была первоначально сжата внешним усилием $P_0(t)$ до исходного давления P_0 , после чего это внешнее воздействие было мгновенно прекращено. Тогда τ_0 - время свободного / релаксационного / расширения сжатой жидкости определится условиями расширения /геометрией камеры/, а также физическими свойствами расширяющейся жидкости - ее коэффициентом сжимаемости $K_0 = -dV/dP V_0$ и скоростью распространения возмущения в жидкости, совпадающей в реальных камерах со скоростью звука в данной жидкости, $c_0 = (1/k_0 \rho)^{1/2}$ / ρ - плотность жидкости/. Порядок величины τ_0 нетрудно установить непосредственно из соображений размерности: $\tau_0 \sim \frac{\bar{L}}{c_0}$ / \bar{L} - эффективная длина камеры в направлении расширения / или, с учетом основных геометрических размеров, из выводимого в последующем выражения $\tau_0 = \frac{\pi}{2c_0} \left(\frac{LV_0}{F} \right)^{1/2}$, в котором L и F - длина и площадь поперечного сечения расширительной горловины, соответственно.

Если гидродинамическое сопротивление потоку расширяющейся жидкости велико /резкое изменение профиля и направления потока, наличие экранов, решеток и других устройств/, то это вызывает значительное по сравнению с указанным возрастание времени релаксации, а, стало быть, и времени, в течение которого давление внутри камеры достигает границы области чувствительности.

Точное определение времени релаксации давления требует совместного учета многих условий, действующих во время расширения. Однако при этом основное затруднение, усложняющее относительно простую картину упругого расширения идеальной вязкой жидкости, связано с ее термодинамической неустойчивостью. Поэтому последующее рассмотрение будет ограничено преимущественно крупными камерам, в которых, как известно, влияние конкурирующего процесса вскипания сравнительно невелико не только на стадии расширения, но и после его окончания и сказывается лишь при попытках поддержания жидкости в камере в состоянии более или менее длительного перегрева.

2. Гидродинамика процесса расширения

Рассмотрим более подробно расширение жидкости в камере, конструкцию которой можно считать типичной /см.рис. 1/. Чувствительный объем V_0 сообщается посредством переходной горловины длиной L и диаметром D с расширительным механизмом, давление в котором - $P_b(t)$.

Применение законов сохранения массы и импульса к потоку несжимаемой ($\rho = \text{const}$) жидкости, движущейся во время расширения /или поджатия/ с дозвуковой скоростью $w \ll c_0$ по трубе постоянного сечения $F = \pi D^2/4$, приводит к уравнению:

$$\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial x} = -\rho \frac{\partial w}{\partial t} \mp \rho w \frac{\lambda_{\Sigma} w}{2D}, \quad /1/$$

в котором $\partial \mathcal{P}/\partial x$ - изменение давления вдоль оси горловины. Координата x отсчитывается здесь от начала горловины, в месте ее соединения с камерой. Последний член в этом уравнении учитывает потери напора, обусловленные трением, и поэтому входит в уравнение с двумя знаками в соответствии с тем, что сила трения всегда направлена в сторону, противоположную движению. Суммарный коэффициент сопротивления λ_{Σ} определяется выражением $\lambda_{\Sigma} = \lambda_0 + \frac{D}{L} \sum \lambda_i$, в котором λ_0 - линейный коэффициент сопротивления в формуле Дарси-Вейсбаха /1/, а член $\frac{D}{L} \sum \lambda_i$ характеризует потери напора в местных /локализованных/ сопротивлениях, вызванных наличием решеток, расширяющихся и сужающихся горловин и пр. ^{xx/}.

Проинтегрируем уравнение /1/ по x , имея в виду, что $\mathcal{P}_{x=L} = P_b(t)$ - давление в механизме расширения, $\mathcal{P}_{x=0} = P(t)$ - давление в камере, а входящая в уравнение /1/ скорость потока w связана с изменением давления внутри камеры очевидным соотношением $w = -\dot{P}(k_0 V_0 / F)$; в результате получим уравнение:

$$\ddot{P} \mp \frac{\lambda_{\Sigma} k_0 V_0}{2DF} \dot{P}^2 + \frac{F}{k_0 \rho L V_0} (P - P_b) = 0, \quad /2/$$

которое является нелинейным дифференциальным уравнением второго порядка, описывающим изменение давления $P(t)$ внутри камеры при заданном законе изменения давления $P_b(t)$ в расширительном устройстве. Заметим сразу же, что зависимость между функциями $P(t)$ и $P_b(t)$ не исчерпывается уравнением /2/ и должна быть дополнена, как это показывается ниже, условием совместности изменения давлений внутри камеры и механизма расширения. Оставляя временно в стороне вопрос о соотношении между $P(t)$ и $P_b(t)$, рассмотрим уравнение /2/, полагая, что $P_b(t)$ - известная функция.

Обычный способ упрощения уравнений типа /2/ состоит в их линеаризации /1/, которая в общем случае проводится следующим способом. В выражении $\ddot{P}^2 (\lambda_{\Sigma} k_0 V_0 / 2DF) = -\dot{P} (\lambda_{\Sigma} w / 2D)$ множитель $\lambda_{\Sigma} w / 2D$ заменяется постоянной величиной $2b$, определяемой как $2b = \lambda_{\Sigma} \overline{w(t)} / 2D$, где $\overline{w(t)}$ - среднее по времени значение скорости при расширении и поджатии. Поскольку скорость является знакопеременной

^{x/} В дальнейшем жидкость внутри горловины с объемом V считается несжимаемой, что справедливо, если $k V \ll k_0 V_0 / k$ - коэффициент сжимаемости жидкости, заполняющей горловину.

^{xx/} Численные значения λ_i , соответствующие различным типам местных сопротивлений, можно найти, например в /2,3/.

функцией $(w - \dot{p})$, то вычисление ее среднего значения следует производить отдельно: на стадии расширения, когда $w > 0$, и на стадии поджатия, когда $w < 0$, так что $2b_p = \frac{\lambda \Sigma \bar{w}_p}{2D} = \frac{\lambda \Sigma}{2D} \cdot \frac{1}{\tau_p} \int_0^{\tau_p} w_p(t) dt$ при расширении, и $2b_n = -\frac{\lambda \Sigma \bar{w}_n}{2D} = -\frac{\lambda \Sigma}{2D} \cdot \frac{1}{\tau_n} \int_{t_2}^{t_1} w_n(t) dt$ при поджатии. Здесь τ_p и $\tau_n = t_2 - t_1$ - продолжительности расширения и поджатия, соответственно. Входящие под интеграл функции $w_p(t)$ и $w_n(t)$ могут быть найдены, строго говоря, только из решения исходного уравнения /2/; именно поэтому линейзация является известным приближением к действительному процессу, поскольку для определения $2b_p$ и $2b_n$, т.е. для вычисления $\bar{w}_p(t)$ и $\bar{w}_n(t)$, необходимы специальные предположения, позволяющие наилучшим образом осуществить замену квадратичной формы \dot{p}^2 линейризованной $const \cdot \dot{p}$. Рассматриваемый здесь метод линейзации основывается на обсуждаемом ниже предположении о малой роли трения в пузырьковых камерах.

Предположим вначале, что потери на трение отсутствуют вообще, так что уравнение /2/ может быть приведено к уравнению упругих колебаний:

$$\ddot{p} + \omega^2 (p - p_0) = 0, \quad /3/$$

в котором $\omega = (F/k_0 \rho L V_0)^{1/2}$ есть частота собственных колебаний давления жидкость в камере. Представим далее, что внешнее давление $P_0(t)$ мгновенно изменилось от своего начального значения P_0 до нуля. Соответствующее этому случаю решение уравнения /3/ для камеры без трения есть $p_{б.т.} = P_0 \cos \omega t$, а $w_{б.т.} = -\frac{k_0 V_0 \dot{P}}{F} = \frac{k_0 V_0 P_0 \omega}{F} \sin \omega t$. "Введем" теперь трение, полагая в первом приближении, что в камере с трением

$w(t) \approx w_{б.т.}$. Замечая, что $\tau_p = \tau_n = \pi/2\omega$, найдем в соответствии с приведенными выше выражениями для $2b_p$, $2b_n$ и $w_{б.т.}(t)$, что $2b_p = 2b_n = 2b$, причем

$$2b = \frac{4\lambda \Sigma}{\pi^2} k_0 P_0 \frac{V_0}{D^3} \omega. \quad /4/$$

Понятно, что определяемое выражением /4/ значение коэффициента затухания $2b$ превосходит его истинное значение, поскольку оно основывается на предположении о мгновенном сбросе давления $P_0(t)$ в камере без трения, приводящем к завышению среднего значения скорости.

Тем не менее, указанное приближение является оправданным в тех случаях, когда роль трения вообще не слишком велика, поскольку оно позволяет с определенностью установить предельное значение коэффициента затухания.

Возвращаясь к уравнению /2/, видим, что после линейзации^{x/} оно может быть представлено в следующей форме:

$$\ddot{p} + 2b\dot{p} + \omega^2 (p - p_0) = 0. \quad /5/$$

Решение уравнения /5/ в случае свободного расширения жидкости в камере при мгновенном сбросе внешнего давления имеет вид: $p(t) = (P_0 \cos \omega t + P_0 \frac{b}{\omega} \sin \omega t) e^{-bt}$. Сравнение его с соответствующим решением уравнения /3/, когда $b = 0$, позволяет установить, что вычисленное в момент $T/4 = \pi/2\omega$ различие между ними, характеризующее затухание

^{x/} Методы решения нелинейризованного уравнения см., например, в /4/.

колебаний вследствие трения, равно $\Delta P = P_0 \frac{b}{\omega} e^{-\frac{\pi}{2} \frac{b}{\omega}}$ и близко к нулю, если $\frac{b}{\omega} \ll 1$, т.е. оба решения совпадают. Таким образом, отношение $\frac{b}{\omega}$ является безразмерным параметром, величина которого характеризует роль трения в пузырьковой камере. Оценим значение этого отношения для реальной системы. Непосредственно из /4/ следует, что $\frac{2b}{\omega} = \frac{4\lambda_{\Sigma}}{\pi^2} k_0 P_0 \frac{V_0}{D^3}$. Замечая, что коэффициент сжимаемости большинства жидкостей, используемых в пузырьковых камерах, составляет около $k_0 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2/\text{кг}$, а начальное давление P_0 обычно не превосходит 30 кг/см^2 , найдем, что условие $\frac{b}{\omega} \ll 1$ может быть представлено в форме $\frac{V_0}{D^3} [\lambda_0 + \frac{D}{L} \sum \lambda_i] \ll 10^2$, связывающей основные конструктивные параметры камеры и геометрические условия расширения. В большинстве случаев расширение и сжатие жидкости в камере могут быть организованы таким образом, что роль местных сопротивлений окажется незначительной, и это позволяет положить $\lambda_{\Sigma} \approx \lambda_0$. Наконец, известно /2/, что в области развитого турбулентного потока $\lambda(w)$ характеризуется слабой /логарифмической/ зависимостью от скорости и приближенно $\lambda_0 = 0,02 + 0,03$. Полагая, в частности, что $\lambda_0 = 0,03$, находим, что неравенство $\frac{b}{\omega} \ll 1$ может быть представлено в виде $\frac{V_0}{D^3} \ll 3 \cdot 10^3$. Последнее условие выполняется, по-видимому, во всех действующих пузырьковых камерах и может быть легко реализовано в проектируемых установках, поскольку оно не вносит сколько-нибудь серьезных ограничений в конструкцию камеры и механизма изменения давления.

Нетрудно показать, что при определенных условиях уравнение упругих колебаний справедливо и в случае, когда камера оборудована поршневым механизмом расширения. При этом в уравнении /3/ частоту собственных колебаний следует представлять в виде $\omega = \left(\frac{K}{M}\right)^{1/2}$, где M - масса поршня и примыкающего к нему подвижного слоя жидкости, а K - приведенный коэффициент упругости системы, определяемый соотношением $K = \frac{F^2}{k_0 V_0}$, в котором F - площадь поперечного сечения горловины. Таким образом, используя полученные здесь основные соотношения, можно определить минимально достижимое время расширения жидкости в пузырьковых камерах различных конструктивных типов и оценить соответствующую поправку, вносимую трением.

3. Общая схема гидрогазодинамического расчета конструктивных параметров механизма расширения

До сих пор предполагалось, что внешнее давление $P_g(t)$ /давление в механизме расширения/ является известной функцией времени. В действительности, как это отмечалось выше, функции $P(t)$ и $P_g(t)$, входящие в уравнения /3/ или /5/, связаны дополнительным условием, вытекающим из совместности процессов расширения жидкости в камере и газа в механизме изменения давления. Заметим, однако, что если выхлоп воздуха из расширительного механизма осуществляется за время, меньшее времени релаксации давления в жидкости, заполняющей камеру, или не слишком сильно от него отличающееся то изменение давления внутри камеры с удовлетворительной точностью может быть описано с помощью соотношений, выведенных выше. Понятно, что в общем случае характер связи функций $P(t)$ и $P_g(t)$ определяется конкретным типом конструкции камеры и расширительного устройства и может быть весьма разнообразным. Выводимые ниже соотношения между $P(t)$ и $P_g(t)$ относятся к упрощенной конструктивной схеме камеры,

показанной на рис. 1. Поскольку, однако, при этом используются вполне общие предположения о характере процессов изменения давления в жидкости и газе, то основные результаты, получаемые здесь, оказываются применимыми и к большинству случаев, имеющих практическое значение.

Предположим, что жидкость в камере, оборудованной расширительным механизмом, показанным на рис. 1, сжата внешним давлением $P_g(t)$ до исходного уровня P_0 . Будем считать, что выхлопное отверстие с площадью f воздушного объема V_g открывается мгновенно при срабатывании запирающего клапана "К". Зависимость от времени давления воздуха $P_g(t)$ в объеме V_g может быть получена из условия

$$\dot{m} = -Q \quad /6/$$

при адиабатическом и квазистационарном истечении из этого объема /здесь m - масса газа в объеме V_g , а Q - его расход в единицу времени через выхлопное отверстие f /.

Известно /5/, что если давление P_a в объеме, в который происходит истечение газа из объема V_g , превосходит так называемое критическое давление $P_{кр} = P_g \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}$, то режим истечения является докритическим, и расход газа Q следует из соотношения: $Q_D = f \rho \left(\frac{P_a}{P_g} \right)^{\frac{1}{k}} \left\{ \frac{2k}{k-1} \left[1 - \left(\frac{P_a}{P_g} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$, в котором $k = c_p / c_v$, а ρ - плотность газа в объеме V_g . Если же $P_a < P_{кр}$, то устанавливается критический режим истечения, и $Q_k = f \rho \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}} \left(\frac{2k}{k+1} \cdot \frac{P_g}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}}$.

В предположении дозвукового режима течения жидкости в переходной горловине условие совместности изменения давления внутри камеры и механизма расширения приводит к уравнениям:

$$V_g(t) = V_{g0} - k_0 V_0 (P_0 - P_g) \quad \text{и} \quad \dot{V}_g = k_0 V_0 \dot{P}_g, \quad /7/$$

которые после подстановки в /6/ дают:

$$\dot{P}_g = \frac{I}{b_I + P} \left[a \left[1 - \left(\frac{P_a}{P_g} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] P_g^{\frac{3(k-1)}{2k}} + k P_g \dot{P} \right] \quad /8/$$

в случае докритического режима истечения и

$$\dot{P}_g = - \frac{I}{b_I + P} \left(c P_g^{\frac{(3k-1)}{2k}} + k P_g \dot{P} \right) \quad /9/$$

в случае критического режима. Здесь

$$a = \frac{k f}{k_0 V_0} \left(\frac{2k}{k-1} \cdot \frac{P_0}{\rho_a} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot P_{g0}^{\frac{(2+k)}{2k}}, \quad b_I = \left(\frac{V_{g0}}{k_0 V_0} \right) - P_0, \quad c = \frac{k f}{k_0 V_0} \cdot \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}} \cdot \left(\frac{2k}{k+1} \cdot \frac{P_a}{\rho_a} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot P_{g0}^{\frac{(1-k)}{2k}},$$

а P_{g0} и V_{g0} - исходные давление и объем воздуха.

Уравнения /8/ или /9/ вместе с уравнениями /3/ или /5/ образуют системы нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка, описывающих процессы совместного изменения давления внутри камеры и расширительного механизма.

Изложенный здесь метод расчета был успешно использован для определения основных конструктивных параметров построенной в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ метровой пузырьковой камеры и ее механизма изменения давления /6,7/. Заметим в этой связи, что решение соответствующих систем уравнений не может быть представлено в аналитической форме и было найдено при помощи быстродействующей электронно-вычислительной

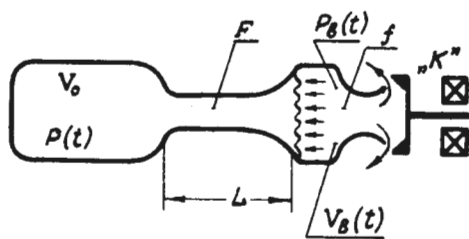
машины ОИЯИ. Полученное при этом удовлетворительное согласие экспериментальных и расчетных зависимостей изменения давления внутри камеры и расширительного устройства от времени свидетельствует о правильности описанного здесь гидрогазодинамического метода расчета и о справедливости его основных физических предположений. Детальному изложению этих расчетов и сравнению их с опытными результатами посвящается особая работа.

Авторы признательны профессору И.А. Чарному за внимание и многочисленные полезные обсуждения, оказавшие нам большую помощь в постановке и решении ряда вопросов гидродинамики неустановившегося движения.

Л и т е р а т у р а

1. И.А. Чарный. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. ИЛ, 1951.
2. С.С. Кутателадзе, В.М. Боршанский. Справочник по теплопередаче. Госэнергоиздат, 1959.
3. Е.З. Рабинович. Гидравлика. Гостехиздат, 1956.
4. Э. Камке. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. ИЛ., 1950.
5. И.П. Гинзбург. Прикладная гидрогазодинамика. Изд. Ленинград. университета, 1958.
6. Ю.А. Будагов, Н.И. Дьяков, Е.Д. Кохов, В.Б. Флягин, Т.И. Шетет. Быстродействующий газовый клапан для большой пузырьковой камеры. Препринт ОИЯИ Д 619, Дубна, 1960.
7. А.В. Богомолов, Ю.А. Будагов, А.Т. Василенко, В.П. Желепов, Н.И. Дьяков, В.Г. Иванов, В.С. Кладницкий, Ю.Ф. Ломакин, В.И. Москалев, В.Б. Флягин, Т.И. Шетет, П.В. Шляпников. Метровая пузырьковая камера в магнитном поле. Препринт ОИЯИ 1278, Дубна, 1963. ПТЭ /в печати/.

Рукопись поступила в издательский отдел
23 мая 1963 г.



Р и с. 1.