ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

13 - 9080

ШЕСТАКОВ
Владимир Дмитриевич

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПАРОВОГО ПУЗЫРЬКА В УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ПУЗЫРЬКОВЫХ КАМЕРАХ

Специальность 01.04.01 - экспериментальная физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

(Диссертация написана на русском языке)

Дубна 1975

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем Объединенного института ядерных исследований

Научные руководители:
кандидат физико-математических наук В.А. Жуков,
кандидат физико-математических наук Л.Г. Ткачев.

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук Л.К. Зарембо,
доктор физико-математических наук Ю.А. Будагов.

Ведущее учреждение: Московский инженерно-физический институт.

Автореферат разослан " " ____________ 1975 г.
Защита диссертации состоится " " __________ 1975 г.
в _____ час. на заседании Ученого Совета Лаборатории ядерных проблем Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета
кандидат физико-математических наук Ю.А.БАТУСОВ.

13 - 9080

ШЕСТАКОВ
Владимир Дмитриевич

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПАРОВОГО ПУЗЫРЬКА В УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ПУЗЫРЬКОВЫХ КАМЕРАХ

Специальность 01.04.01 - экспериментальная физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

(Диссертация написана на русском языке)

Выдающиеся качества пузырьковой камеры как прибора для изучения закономерностей микромира явились причиной того поразительного прогресса, который был достигнут в технике сооружения этих камер, выросших от лабораторной колбы Глезера до современных крупных установок индустриального типа, содержащих десятки кубических метров рабочего вещества. Особая роль пузырьковых камер связана в первую очередь с её возможностями как 4π - детектора, обеспечивающего также регистрацию вершины взаимодействия. Последнее обстоятельство имеет исключительно важное значение именно в области физики высоких энергий, где эффективность кинематической идентификации канала реакции весьма критическим образом зависит от точности знания величин импульсов и углов вылета вторичных частиц в точке взаимодействия.

Проведение экспериментов на ускорителях с энергией в сотни Гэв вызвало к жизни новое поколение пузырьковых камер, предназначенных для использования не в качестве самостоятельного детектора, а как часть гибридной установки, включающей также систему электронных детекторов [/I/].

Использование пузырьковых камер в экспериментах совместно с электронными детекторами частиц выдвигает на первый план требование быстродействия камер. Практическая реализация этого требования осуществляется обычно за счет создания быстродействующих систем изменения давления.

Вместе с тем, в ряде ведущих центров в области физики высоких энергий проводятся методические исследования с целью создания нового прибора - ультразвуковой пузырьковой камеры, в которой вместо сложной и инерционной расширительной системы используется система неподвижных ультразвуковых излучателей [/2-7/]. Ультразвуковые пузырьковые камеры обладают высоким быстродействием и с их созданием связывают надежды на возможность работы в управляемом режиме , что имеет важное значение для камер, используемых в гибридных установках.

К началу проведения описываемого в диссертации цикла работ предпринимались попытки создания ультразвуковых пузырьковых камер. Между тем теоретические представления о динамике роста паровых пузырьков в полях переменного давления были совершенно недостаточны ни для того, чтобы сделать заключение о принципиальной возможности создания такой камеры, ни для того, чтобы получить рекомендации о выборе рабочего режима.

В настоящей диссертации излагаются результаты исследования динамики парового пузырька, которое было выполнено автором в Лаборатории ядерных проблем Объединенного института ядерных исследований с целью изучения практических способов создания детекторов нового типа для эксперимента в пучках частиц высоких энергий.

<u>В первой главе</u> даётся краткий обзор экспериментов, в которых исследовалось влияние различных типов ионизирующего излучения на величину кавитационных порогов в жидкостях, описываются эксперименты с ультразвуковыми пузырьковыми камерами /2-7/ и приводится краткий обзор теоретических исследований динамики одиночного парового пузырька в жидкости, как при постоянном давлении, так и в ультразвуковом поле.

<u>Во второй главе</u> сформулирована система уравнений, описывающих поведение парового пузырька в жидкости с учетом тепло- и массообмена, впервые получены и исследованы характерные численные решения, соответствующие поведению пузырька как в ультразвуковой, так и в классической пузырьковых камерах.

Предполагается, что система пузырек-жидкость обладает сферической симметрией, пар в пузырьке насыщен и описывается уравнением состояния реального газа, жидкость несжимаема, пузырек однороден. При

указанных предположениях зависимость радиуса пузырька от времени описывается уравнением Рэлея

$$\ddot{R}R+\frac{3}{2}\dot{R}^2=\frac{P'-P_0-P_1\sin(2\pi f t+\varphi_0)-2\sigma/R}{\rho}. \quad (1)$$

Зависимость давления пара в пузырьке от времени $P'(t)$ определяется из уравнения сохранения энергии в процессах испарения жидкости и конденсации пара на поверхности пузырька

$$\frac{\partial P'}{\partial t}=\frac{3}{R}\cdot\frac{-K\frac{\partial T}{\partial R}-\rho' L\cdot\dot{R}+T'\frac{\partial\sigma}{\partial T'}\cdot\frac{2\dot{R}}{R}}{L\frac{d\rho'}{dP'}+C_s\rho\cdot\frac{dT'}{dP'}}. \quad (2)$$

Для определения градиента температуры в жидкости у поверхности пузырька $\partial T/\partial \kappa$, входящего в правую часть уравнения (2), необходимо в общем случае решать уравнение теплопроводности в жидкости

$$\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{u_R R^2}{r^2}\cdot\frac{\partial T}{\partial r}=\frac{D}{r^2}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right), \quad (3)$$

где R – радиус пузырька, r – координаты точки в жидкости, P_0 – статическое давление в жидкости, u_R – скорость жидкости у поверхности пузырька, ρ и ρ' – плотности насыщенного пара и жидкости, соответственно, T и T' – температуры жидкости и пара, L – теплота парообразования, C_s – теплоемкость насыщенного пара, D и K – коэффициенты температуропроводности и теплопроводности, σ – коэффициент поверхностного натяжения, f и P_I – частота и амплитуда пульсаций давления в жидкости, φ_0 – начальная фаза.

Начальные и граничные условия выбираются следующим образом: $P'(0)=P_0$, $T(t, r=R)=T'$, $R\leq r<\infty$, $T(r, r=\infty)=T_\infty$ – начальная скорость $\dot{R}(0)$ и начальное распределение в жидкости $T(0,r)$ – определялись согласно /7/ в предположении, что при $t<0$ ультразвуковое поле отсутствует. Термодинамические величины K, L, C_s считаются известными функциями вдоль кривой фазового равновесия .

Система уравнений (I)-(3) с уравнением состояния пара в пузырьке $P' = P'(T)$, граничными и начальными условиями позволяет описать поведение пузырька в ультразвуковой пузырьковой камере. Поскольку скорость движения границы раздела фаз неизвестна и определяется в процессе решения уравнений, то рассматриваемая задача является разновидностью проблемы Стефана. Аналитическое решение данной задачи получено для постоянного давления и неизменных теплофизических параметров жидкости[/9,I0/]. Для ультразвуковых полей с учетом тепло-массообмена ее решение получено в линейном приближении[/II/], которое, однако, не учитывает таких эффектов второго порядка, приводящих к росту пузырька, как выпрямленная тепловая диффузия. Для адекватного описания поведения пузырька в условиях реальной пузырьковой камеры (большие амплитуды, быстрое изменение давления, резонансные явления и т.д.) использование численных методов является пока единственным способом решения проблемы.

Поскольку в настоящее время отсутствуют универсальные критерии устойчивости разностных схем для подобных систем нелинейных уравнений, правомерность использованного метода проверялась сравнением полученных численных решений с известными аналитическими решениями, а также с экспериментальными данными. В качестве примера на рис.I сплошной линией представлено решение системы (I)-(3), соответствующее данным эксперимента по измерению размеров пузырька[/I2/]. Пунктирной линией показан ход изменения давления в жидкости. Как видно, теоретические кривые хорошо описывают рост и коллапс пузырька. Это позволяет считать, что использованная численная схема адекватна исходной системе уравнений и позволяет проводить расчеты динамики пузырька в ультразвуковом поле.

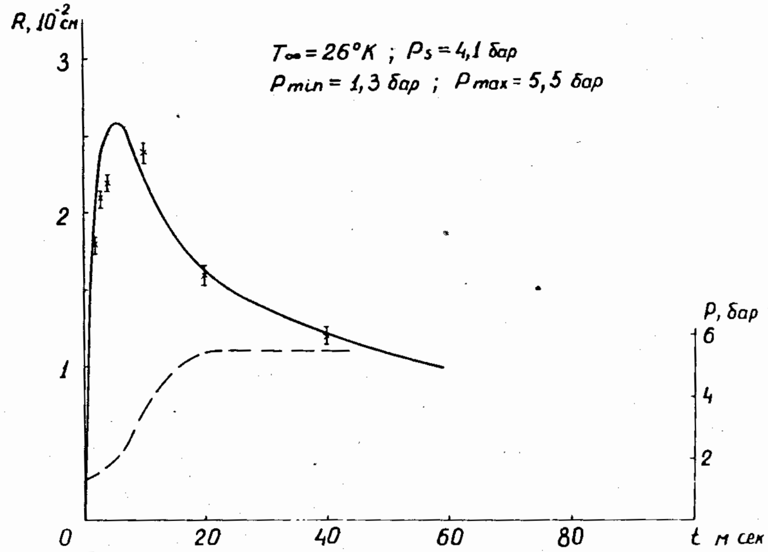

Рис. I Поведение пузырька в течение цикла жидководородной пузырьковой камеры ДЕЗИ. Сплошная кривая соответствует численному решению. Пунктиром обозначено изменение давления.

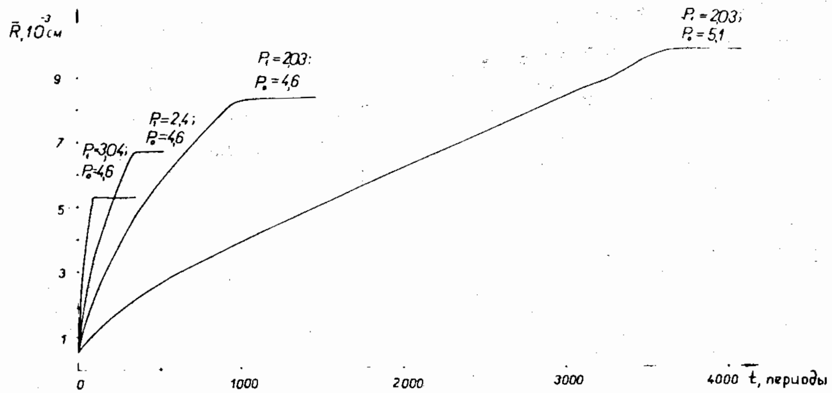

Рис.2. Зависимости $\bar{R}(t)$ при различных амплитудах ультразвукового поля и различном статическом давлении.

На рис.2 показаны решения, соответствующие поведению пузырька в ультразвуковом поле. Видно, что исходный пузырек начинает расти и достигает некоторого асимптотического значения. Полученный результат позволяет сделать вывод принципиального значения о возможности создания ультразвуковой пузырьковой камеры. Механизмом роста пузырька является выпрямленная тепловая диффузия /13/.

В третьей главе рассмотрены следствия ковариантности уравнения теплопроводности (3) и уравнения сохранения энергии (2) относительно преобразования независимых переменных как при постоянном, так и при зависящем от времени давлении в жидкости, в частности, в ультразвуковом поле.

В работах /8/ было показано, что ковариантность уравнений, описывающих рост пузырька при постоянном давлении, и соответствующих граничных условий по отношению к преобразованию независимых переменных

$$t \to \tilde{t} = mt; \quad \tau^2 \to \tilde{\tau}^2 = m\tau^2, \tag{4}$$

где m - произвольный параметр, приводит к решению $R \sim A\sqrt{t}$, где $A > 0$. В этом случае решение уравнения (3) имеет автомодельный вид $T(t, \nu) = T(\nu)$, $\nu = R(t)/\tau$.

В общем случае с соответствующими начальными и граничными условиями уравнение (3) ковариантно относительно преобразования (4), если преобразованные решения $\tilde{R}^2(t)$ и $\tilde{T}(\nu)$ выражаются через первоначальные следующим образом:

$$\tilde{R}^2(t) = mR^2(t/m) \tag{5}$$

$$\tilde{T}(t) = T(t/m, \nu) . \tag{6}$$

Равенство (5) означает, что зависимости $R^2(t)$ образуют однопараметрическое автомодельное семейство, отдельные кривые которого связаны друг с другом преобразованием подобия с центром в начале координат.

В классических пузырьковых камерах рост и коллапс паровых пузырьков происходит при изменяющемся во времени давлении. Поскольку давление в такой камере изменяется достаточно медленно, чтобы пренебречь инерциальными эффектами, то поведение пузырька можно описать уравнением (3) с начальными и граничными условиями вида

$$\begin{aligned} &T(0,\tau) = T_0(\tau), \quad R(0) = R_0 \\ &T(t,R) = T'(t), \quad T(t,0) = T_\infty \end{aligned} \tag{7}$$

$$\left(L \cdot \frac{d\rho'}{dT'} + C_s\rho'\right) \cdot \frac{dT'}{dt} = \frac{3}{R^2} \cdot \left(K\frac{dT}{dR} + \rho' L R \dot{R}\right). \tag{8}$$

Величина, стоящая в скобках левой части соотношения (8), зависит только от температуры $T'(t)$. Нетрудно проверить, что соотношения (7) и (8) ковариантны относительно преобразований (4) и (6), причем остается в силе равенство (7), которое следует дополнить соответствующим преобразованием давления

$$\tilde{P}(t) = P(t/m). \tag{9}$$

Из ковариантности уравнений (3), (7) и (8) следует автомодельность функции $R^2(t)$. На рис.3 сплошной кривой представлено численное решение общей системы уравнений, полученное при тех значениях термодинамических параметров, которые реализованы в течение рабочего цикла жидководородной пузырьковой камеры /1/. Изменение давления в камере представлено на нижнем графике. Пунктиром представлены численные решения, которые соответствуют преобразованным зависимостям $\tilde{P}(t)$ при m = 2 и 4. Видно, что факторы, нарушающие автомодельность, и в этом случае несущественны. Учет инерции жидкости, существенный при быстром изменении давления, описывается уравнением Рэлея, которое некова-

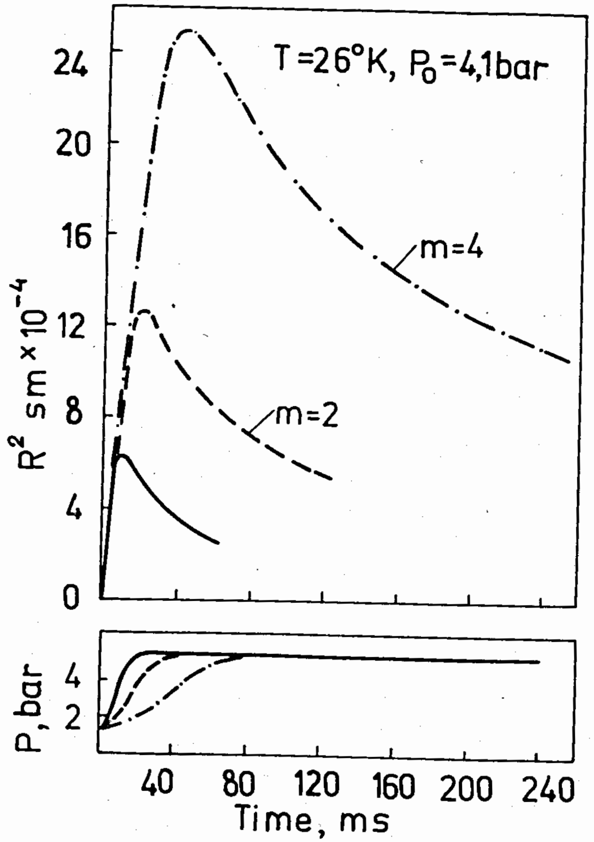

Рис. 3. Зависимости $R(t)$ в течение рабочего цикла жидководородной пузырьковой камеры при различных режимах. Сплошная кривая соответствует экспериментальным данным /12/. На нижнем графике представлены соответствующие зависимости давления в камере от времени $P(t)$.

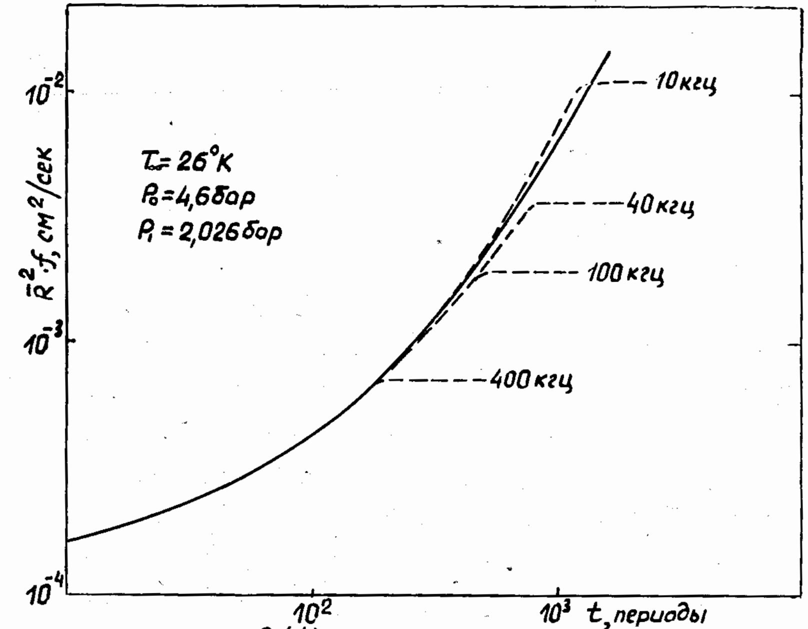

Рис. 4. Зависимости $R(t)$ в жидком водороде. Сплошная кривая соответствует решениям, полученным без учета инерциальных членов. Пунктирные кривые соответствуют решениям с учетом инерциальных членов.

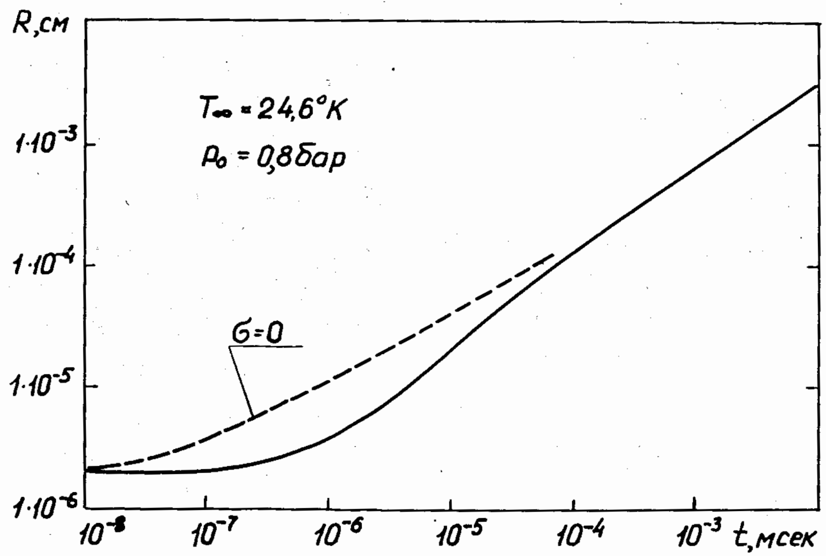

Рис. 5. Зависимости радиуса зародышевого пузырька от времени: сплошная кривая – с учетом поверхностного натяжения; пунктирная – без учета.

риантно при преобразовании (4) и (6). Таким образом, поведение пузырька в ультразвуковой камере определяется в общем случае нековариантной системой уравнений. Однако в работах [13-15] было показано, что рост однородного парового пузырька в ультразвуковой камере определяется выпрямленной тепловой диффузией. Это означает, что соотношения (3), (7), (8) и в этом случае играют существенную роль, и, следовательно, их ковариантность относительно преобразований (4) и (6) должна существенным образом сказываться на свойствах зависимостей $R^2(t)$, ($\bar{R}$ - средний за период радиус пузырька). В статическом приближении (пренебрежение инерцией жидкости) давление пара в пузырьке определяется функцией вида $p' = p_o - p_1 \sin(2\pi f t)$.
Преобразование (9) для такой функции

$$p(t) = p\left(\frac{ft}{m}\right) \equiv p(\tilde{f}, t) \qquad (10)$$

$$\tilde{f} = f/m \qquad (11)$$

приводит к связи между кривыми $\bar{R}^2(t)$, соответствующими частотам f и $\tilde{f}$.

Исключив параметр преобразования m из равенства (5) и (11) и перейдя к измерению времени в периодах ультразвукового поля, получаем универсальную зависимость

$$F(n) = \tilde{f}\tilde{\bar{R}}^2(n) = f\tilde{\tilde{\bar{R}}}^2(n), \qquad (12)$$

где n - число периодов ультразвукового поля. На рис.4 сплошной линией представлены решения, полученные численным интегрированием системы уравнений (2)-(3) в статическом приближении при различных частотах. Функция $f\bar{R}^2$ действительно имеет универсальный, независимый от частоты вид.

Система уравнений (1)-(3), учитывающая инерцию жидкости, нековариантна, и ее решения, показанные на рис. 4 пунктиром, не обладают свойствами универсальности. Различие позволяет судить о степени

нарушения автомодельности и выявить роль инерциальных эффектов при пульсациях парового пузырька в ультразвуковом поле.

Как и следовало ожидать, по мере роста пузырька и приближения его резонансной частоты к частоте ультразвука, существенную роль начинают играть инерционные эффекты, и автомодельность нарушается тем раньше, чем выше частота ультразвукового поля. Отношение частоты собственных пульсаций на асимптотическом участке к частоте вынуждающих $f_{соб}/f \sim 10$. Для достаточно низких частот автомодельное поведение кривых $\bar{R}^2 f$ имеет место, что позволяет получить зависимость $\bar{R}^2$, не прибегая к численным расчетам.

В четвертой главе приводятся результаты расчетов, определяемых конкретными условиями экспериментов с ультразвуковыми камерами: определяется роль поверхностного натяжения и начальной фазы ультразвука на динамику зародышевого пузырька, приводятся значения кавитационного и диффузионного порогов для жидкого водорода, приводятся результаты решений исходной системы уравнений с начальными и граничными условиями, соответствующими тем значениям термодинамических и акустических параметров, которые реализовались в экспериментах с гелиевой и водородной ультразвуковыми пузырьковыми камерами. Обсуждаются результаты экспериментов и пути дальнейшего развития теории.

Как показано во второй главе, радиус пузырька увеличивается при пульсациях в результате действия выпрямленной тепловой диффузии. Однако существует пороговое значение амплитуды $P_{дифф}$ такое, что при $P_I < P_{дифф}$ действия выпрямленной диффузии недостаточно и начальный пузырек захлопывается. При амплитудах $P_I > P_{кав}$, где $P_{кав}$ - кавитационный порог, пульсации пузырька имеют настолько большую амплитуду, что он захлопывается в фазе сжатия. Ультразвуковая пузырьковая камера осуществима лишь в том случае, когда $P_{дифф} < P_{кав}$ для всего диапазона радиусов пузырька от зародышевого до видимого размера. Для случая жидкого водорода ($T_\infty = 27^0K$, $P_0 = 5{,}0$ бар, $R_o = 2\cdot10^{-6}$см) $P_{дифф}$ и $P_{кав}$ были численно расчитаны для частот от 30 до 400 кГц. Значения диффузионного и кавитационного порогов оказались постоянными: $P_{дифф} = 1{,}8$ бар, $P_{кав} = 4{,}4$ бар. Отсутствие зависимости от частоты можно объяснить тем, что собственная частота пульсаций зародышевого пузырька находится далеко за пределами исследуемого диапазона частот используемых ультразвуковых полей. При $P_{дифф} < P_I < P_{кав}$ зародышевый пузырек вырастает вплоть до асимптотических размеров, т.е. для $R_0 > 2\cdot10^{-6}$см интервал допустимых значений P_I может только увеличиться.

Чтобы выяснить роль поверхностного натяжения, уместно рассмотреть эволюцию зародышевого пузырька в перегретой жидкости без усложняющего влияния ультразвукового поля. На рис.5 представлены зависимости радиуса пузырька от времени при $R_o = 2\cdot10^{-6}$см, $P_0 = 0{,}8$ бар, $T_\infty = 24{,}6^0K$, причем пунктирная кривая соответствует случаю $\sigma = 0$. Видно, что по мере роста пузырька обе кривые сближаются и поведение пузырька определяется формулой $R \sim \sqrt{t}$. Существующие экспериментальные данные[16] подтверждают эту зависимость для $R > 5\cdot10^{-3}$см. При малых радиусах пузырька влияние поверхностного натяжения приводит к уменьшению эффективного перегрева жидкости и, следовательно, к меньшей скорости роста пузырька.

В результате проведенных экспериментов с гелиевой[2] и водородной[3-6] ультразвуковыми пузырьковыми камерами было показано, что зародышевый пузырек, инициированный заряженной частицей, вырастает до видимых размеров $\sim 10^{-2}$см в течение 60-100 периодов ультразвукового поля. На рис. 6 сплошными линиями нанесены теоретические

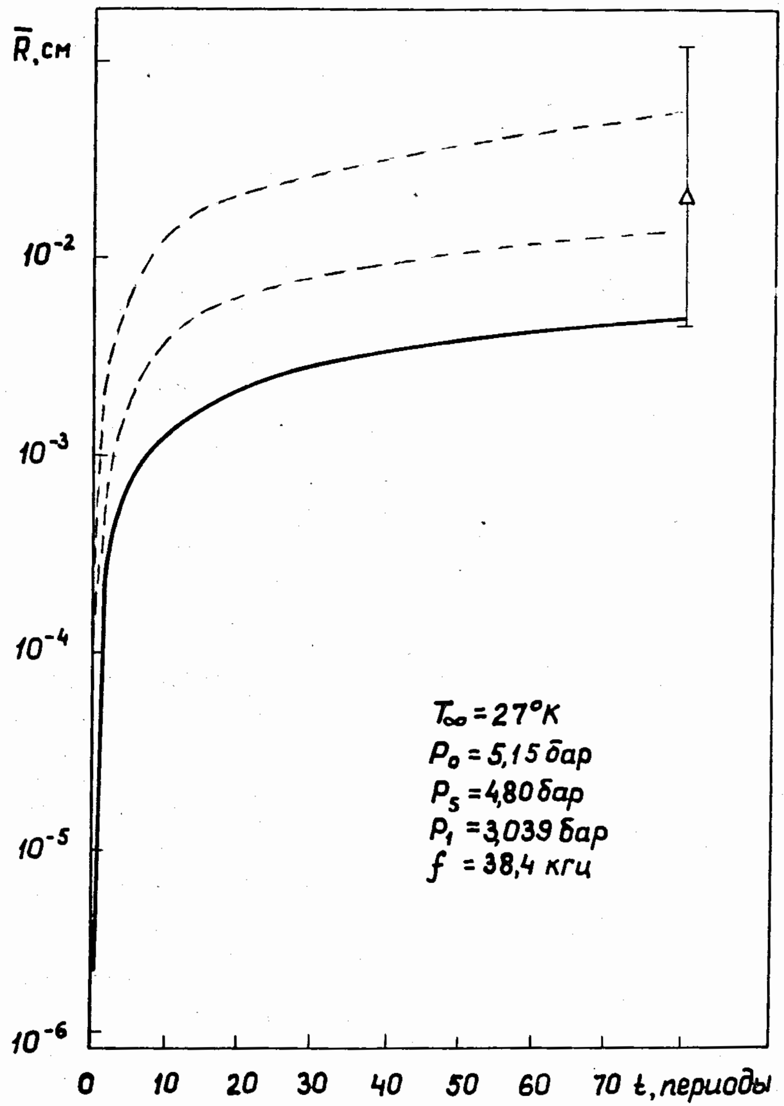

Рис. 6. Зависимость среднего радиуса пузырька от времени в ультразвуковой жидководородной пузырьковой камере

зависимости среднего за период радиуса пузырька от времени в водороде, а также приведены экспериментальные значения размеров одиночных пузырьков, полученные в ультразвуковой камере по истечении ~80 циклов! Между теорией и экспериментом имеется удовлетворительное соответствие. Однако необходимо отметить следующее.

Во-первых, теоретические кривые описывают поведение отдельного пузырька, в то время как экспериментальные данные могут соответствовать пузырьку, возникшему в результате взаимодействия группы близко расположенных пузырьков, как это происходит в классических камерах.

Во-вторых, теоретическое описание динамики пузырьков справедливо до тех пор, пока пар в пузырьке можно считать однородным. Если внутри пузырька механизмом передачи тепла является только теплопроводность, то предположение об однородности пара справедливо, когда выполняется соотношение

$$R \leqslant \sqrt{2 D' \tau} = \ell_{дифф} \tag{13}$$

($\ell_{дифф}$ - диффузионная длина, τ - время, в течение которого происходит существенное изменение температуры в пузырьке, равное по порядку величины периоду ультразвукового поля). Если в дополнение к теплопроводности возникает конвекция, которая способствует уменьшению неоднородностей, то появляется возможность рассматривать в рамках этого подхода более крупные однородные пузырьки, чем те, которые определяются соотношением (13).

В-третьих, по мере роста пузырька его сферическая форма становится неустойчивой, что приводит к возникновению микропотоков жидкости вокруг пузырька, что в свою очередь приводит к более интенсивному теплообмену с окружающей жидкостью и резкому увеличению скорости роста пузырька /17/. В данном подходе влияние микропотоков учитывается.

Роль обоих этих факторов может быть оценена путем замены коэффициента теплопроводности жидкости К на величину $K_{эфф} = (10 \div 100)K$. На рис.6 соответствующие кривые проведены пунктиром. Из характера кривых видно, что указанная грубая оценка позволяет описать имеющиеся экспериментальные данные. Для окончательного выяснения соответствия теории и эксперимента необходима более полная экспериментальная информация о росте пузырька от зародышевого до асимптотического размеров.

Основные результаты диссертации приведены в Заключении:

1. Показано, что при определенных значениях акустических и термодинамических параметров в жидкости, находящейся под давлением, большем давления насыщенных паров, пульсирующий под действием ультразвука пузырек растет. Механизмом роста пузырька является выпрямленная тепловая диффузия.

2. Исследована зависимость асимптотического радиуса от частоты и амплитуды ультразвукового поля, температуры и статического давления жидкости.

3. Определены значения кавитационного и диффузионного порогов при значениях параметров, соответствующих рабочему режиму водородной ультразвуковой пузырьковой камеры, и исследована их зависимость от частоты.

4. Показано существование соотношений подобия для решений, описывающих коллапс пузырька при постоянном давлении в течение рабочего цикла классической водородной пузырьковой камеры, а также при пульсациях пузырька при различных частотах ультразвука, что, в частности, позволяет в дальнейшем резко сократить объем численных расчетов. Выявлена роль инерциальных факторов, нарушающих автомодельность. Показано, что в асимптотическом режиме отношение частоты

собственных пульсаций к частоте ультразвукового поля $f_{соб}/f \sim 10$, что позволяет оценивать величину асимптотического радиуса, не прибегая к численным расчетам.

5. Получены численные решения, описывающие изменение радиуса пузырька от времени при значениях акустических и термодинамических параметров, соответствующих рабочим режимам гелиевой и водородных ультразвуковых пузырьковых камер. Расчетное значение радиуса соответствует размерам пузырьков, наблюдаемых в экспериментах.

6. Исследовано влияние на скорость пузырька поверхностного натяжения и начальной фазы ультразвукового поля. Результаты расчетов согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

Материалы, на основании которых написана диссертация, опубликованы в работах /15,18-22/ и докладывались на Симпозиуме по программированию и использованию численных методов решения физических задач (Дубна, 1973), на УШ Всесоюзной акустической конференции (Москва, 1973), УП Международной конференции по аппаратуре в физике высоких энергий (Фраскати, 1973), УI Международном симпозиуме по нелинейной акустике (Москва, 1975).

Литература

1. R.D.Watt, SLAC-PUB-1247 (1973); L.Voyvodic, FN-265,2100.0 (1974); W.W.M.Allison et al , CERN/CPSC/75-15.
2. R.C.A.Brown, H.J.Hilke, A.N.Rogers. Nature 220, 1177 (1968).
3. Nobuhiro Ishihara et al , Japan J. Appl. Phys. 14, 101 (1975).
4. В.А.Акуличев,Л.Г.Гаврилов,В.Г.Гребинник,В.А.Жуков, Г.Либман, А.П.Манчч,Ю.И.Рудин,Л.Д.Розенберг,Г.И.Селиванов. ДАН СССР, 189, 973 (1965); Акустический журнал, 15, 505 (1969).
5. R.C.A.Brown, G.Harigel, H.J.Hilke. Nucl.Instr.Meth. 82, 327 (1970)
6. В.А.Акуличев,В.Г.Гребинник,В.А.Жуков,В.А.Красильников, А.П.Манчч,Г.И.Селиванов. ОИЯИ, Р13-6513,Дубна (1972).
7. В.А.Акуличев,В.Г.Гребинник,В.А.Жуков,А.М.Копова,В.А.Красильников, А.П.Манчч,Г.И.Селиванов,В.П.Юшин. ДАН СССР, 216, 517 (1974).

8. G.Birkhoff, R.S.Margulies, W.A.Horning, Phys.Fluids 1,201 (1958); Л.Г.Ткачев. ОИЯИ, Р13-726, Дубна, 1968.
9. M.S.Plesset, S.A.Zwick, J.Appl.Phys., 25, 493 (1954).
10. H.K.Forster, N.Zuber. J.Appl.Phys., 25, 474 (1954).
11. R.D.Finch, E.A.Neppiras. JASA, 53, 1402 (1973).
12. G.Harigel, G.Horlitz, S.Wolff. Preprint DESY 693/14 (1967).
13. В.А.Акуличев,В.Н.Алексеев,К.А.Наугольных,Л.Г.Ткачев, В.Д.Шестаков. ОИЯИ, Р13-5327, 1970.
14. Л.Г.Ткачев, В.Д.Шестаков. Акустический журнал, 18,433 (1972).
15. Л.Г.Ткачев, В.Д.Шестаков. Акустический журнал, 19,257 (1973).
16. G.Harigel et al. J.Appl.Phys. 40, 4962 (1969).
17. R.K.Gould, JASA, 56, 1740 (1974).
18. Л.Г.Ткачев,В.Д.Шестаков. ОИЯИ, Р13-6037, Дубна, 1971.
19. Л.Г.Ткачев,В.Д.Шестаков. ОИЯИ, Р13-7206, Дубна, 1973.
20. Л.Г.Ткачев, В.Д.Шестаков. Материалы симпозиума по программированию и численным методам решения физических задач. Дубна, 1973.
21. V.D.Shestakov,L.G.Tkachev,Int.J.Heat Mass Transf.18,681 (1975).
22. Л.Г.Ткачев, В.Д.Шестаков. Труды УI Международного симпозиума по нелинейной акустике. М., изд. МГУ, 1975.

Рукопись поступила в издательский отдел
21 июля 1975 года.