

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

3-895

13-87-619

В.П.Зрелов, В.П.Лупильцев, Я.Ружичка*

К ВОПРОСУ О БЕСПОРОГОВОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ
ВАВИЛОВА - ЧЕРЕНКОВА

Направлено в журнал
"Nuclear Instruments and Methods
In Physics Research"

*Университет им. Коменского, Братислава, ЧССР

1987

I. Введение

В работах /1,2/ при энергиях электронов 120 и 140 кэВ, т.е. при энергиях ниже классического порога излучения Вавилова-Черенкова (ИВЧ) $\beta = \frac{1}{n}$ ($E_{\text{пор.}} \approx 149$ кэВ), в тонком стеклянном радиаторе $a = 3,1\lambda$ (при $\lambda = 400$ нм) наблюдались явно выраженные пики на значительных углах $\theta_{\text{макс.}} \approx 20^\circ$ и $\theta_{\text{макс.}} \approx 26^\circ$ (вне пластиинки). Причем зависимость $\theta_{\text{макс.}}(\beta)$ не подчинялась известному соотношению $\cos \theta_{\text{макс.}} = \frac{1}{n\beta}$ (вне пластиинки $\theta_{\text{макс.}} = \arcsin \sqrt{n^2 - 1/\beta^2}$), а форма пиков была такой же, как и в случае выше порога ИВЧ. Однако в работе /1/ наблюдавшаяся аномалия, которую мы здесь называем эффектом бесспороговости, обсуждалась только с привлечением главного максимума ИВЧ, следующего из теории Тамма /3/ для ограниченной среды.

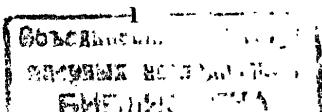
Анализ свойств ИВЧ вблизи порога излучения в счетчиках Черенкова большой длины был проведен в работе /4/, где было получено указание на то, что уровень бесспороговости ИВЧ, наблюдаемого внутри среды, определяется суммарной интенсивностью вторичных черенковских максимумов.

Сопоставление свойств ИВЧ, вытекающих из теории Тамма /3/, с учетом выхода излучения из среды в вакуум через границу раздела, и свойств оптического переходного излучения (ОПИ), вытекающих из теории Гинзбурга-Франка и Пафомова, частично проведено расчетным путем в работе /5/ для случая прозрачной пластиинки (толщиной 30λ , $\lambda = 400$ нм), где обращено внимание на глубокую связь черенковского и переходного излучений и принципиальные трудности их разделения (для скоростей частиц $\beta > 1/n$).

В настоящей работе рассматриваются особенности свойств ИВЧ в радиаторах различной толщины вблизи порога ИВЧ и анализируются возможные причины бесспороговости излучения.

2. Расчетные формулы

Ряд интересных свойств ИВЧ был выявлен в работе /2/ на основе экспериментально-теоретических исследований. Однако сложную картину угловых распределений, имеющих место в условиях этих экспериментов вблизи порога ИВЧ, можно понять только на основе дополнительного сов-



местного анализа угловых распределений ОПИ и ИВЧ, описываемых формулами Пафомова [6], Тамма [3] и Гинзбурга-Франка [8].

Формула Пафомова, описывающая излучение, возникающее при прохождении заряженной частицы через пластинку конечной толщины, имеет в общем случае (при учете поглощения) громоздкий вид. Однако в частном случае прозрачной пластины, расположенной в вакууме, и нормального пролета через нее частицы эту формулу можно преобразовать к следующему простому виду, удобному для расчета:

$$\frac{d^2N}{d\Omega d\lambda} \frac{\alpha J \sin^2 \theta (1-n^2)^2 ((\cos C - M \cos \frac{C}{D})^2 + (M \sin \frac{C}{D} - N \sin C)^2)}{(1-J)^2 E^2 F^2 (G^4 + H^4 - 2G^2 H^2 \cos 2C)},$$

где $A = \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}$; $B = n^2 \cos \theta$; $C = \frac{2ka}{\lambda} A$; $D = \beta A$;

$$(I)$$

$$E = 1 - D; F = 1 + D; G = A + B; H = A - B;$$

$$J = I \cos^2 \theta; I = \beta^2; K = \beta B; L = (E - I)FG + (F - I)EH;$$

$$M = 2A[(1+K)(1-I) - (K+I n^2 - I + J)];$$

$$N = (E - I)FG - (F - I)EH,$$

$\alpha = \frac{l^2}{\pi^2 C g}$, λ — длина волны света, n — показатель преломления среды, $\beta = \frac{v}{c}$ — скорость частицы, a — толщина пластины, θ — угол наблюдения излучения перед пластиною, N — число фотонов,

$$d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta.$$

Интересно отметить, что формулу (I) можно представить и через амплитуды A_1 и A_2 полей излучения, соответствующие "классичекому" излучению "вперед" и "назад" для полубесконечных сред:

$$\frac{d^2N}{d\Omega d\lambda} \frac{d\beta^2 \sin^2 \theta [(A_1 \sin(\pi K_1))^2 + (A_2 \sin(\pi K_2))^2 - 2i(A_1 A_2 \sin \pi K_1 \sin \pi K_2 \cos(\pi K_2 - \pi K_1))]}{[1 + \gamma^4 - 2\gamma^2 \cos 2\pi(K_2 - K_1)]},$$

$$(2)$$

где

$$A_1 = d_1 + d_3 \frac{f}{n} - d_3 \frac{f}{n} = \frac{2 \cos \theta (1 - n^2) (1 - \beta \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} - \beta^2)}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta) (n^2 \cos \theta + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}) (1 + \beta \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta})},$$

$$A_2 = d_2 + d_4 \frac{f}{n} - d_4 \frac{f}{n} = \frac{2 \cos \theta (1 - n^2) (1 + \beta \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} - \beta^2)}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta) (n^2 \cos \theta + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}) (1 + \beta \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta})},$$

d_1, d_2, d_3, d_4 — интерференционные множители:

$$d_1 = \frac{1}{(1 - \beta \cos \theta)}; d_2 = \frac{1}{(1 + \beta \cos \theta)};$$

$$d_3 = \frac{1}{(1 - \beta \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta})}; d_4 = \frac{1}{(1 + \beta \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta})},$$

γ и f — коэффициенты Френеля,

$$\gamma = \frac{n^2 \cos \theta - \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}{n^2 \cos \theta + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}, f = \frac{\ln \cos \theta}{n^2 \cos \theta + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}},$$

и

$$K_1 = \frac{a}{\beta \lambda} (1 - \beta \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}), K_2 = \frac{a}{\beta \lambda} (1 + \beta \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}).$$

С другой стороны, формула Тамма, определяющая число фотонов, испущенных частицей на ограниченном участке пути λ и рассматриваемых внутри этой среды, преобразуется к виду (см. [4]),

$$\frac{d^2N}{d\Omega d\lambda} = \frac{dn l^2}{\lambda^3} \frac{\sin^2(\pi K)}{(\pi K)^2} \frac{\sin^2 \theta}{\lambda},$$

где $K = \frac{nl}{2l_f}$, $l_f = \pi n \lambda / 2(1 - \beta n \cos \theta)$ — зона формирования.

Видно, что угловое распределение ИВЧ при ограниченной траектории частицы ведет себя как функция $\sin^2 \theta / \lambda^2$, умноженная на $\sin^2 \theta$ и постоянный множитель $dn l^2 / \lambda^3$. При целых "к" (кроме $k = 0$) будут в этом угловом распределении нулевые минимумы, ограничивающие черенковские максимумы высших порядков, при $k = 0$ наблюдается главный черенковский максимум с границами от $k = -I$ до $k = +I$.

Как было показано в работе [5], отдельные максимумы в угловом распределении ОПИ, наблюдаемого в вакууме и рассчитанного по формуле Пафомова для пластины, можно сопоставить максимумам ИВЧ, возникающего в среде и рассчитанного по формуле Тамма (с учетом преломления).

Естественно, что формула Пафомова более правильно описывает излучение, наблюдаемое в вакууме, чем формула Тамма, поскольку она учитывает не только выход излучения, возникшего в пластинке, через границу раздела в вакуум, но учитывает и излучение, возникшее на полубесконечной траектории частицы перед пластиною и за пластиною, так же, как и всевозможные отражения излучения от обеих границ пластины.

Однако формула Тамма более проста для анализа и позволяет рассчитывать угловые распределения излучения, возникающего внутри в среде, еще "не искаженные" интерференцией и выходом через границу раздела в вакуум.

3. Свойства излучения вблизи порога ИВЧ внутри и вне тонкой прозрачной пластиинки

Для условий экспериментов /I, 2/ (пластиинка слюды с $\eta = 1,58$ толщиной $a = 3,1 \lambda$ при $\lambda = 400 \text{ нм}$) по формуле Тамма (3) были рассчитаны угловые распределения ИВЧ в пластиинке до его выхода в вакуум, при различных энергиях электронов выше классического порога ИВЧ, которые представлены на рис. I. Вертикальной линией на них отмечен угол полного внутреннего отражения (δ^*). При всех энергиях главный черенковский максимум выходит наружу в вакуум не полностью. Небольшая часть его, как и все черенковские максимумы высших порядков, вследствие полного внутреннего отражения от границы раздела среда-вакуум остается в среде.

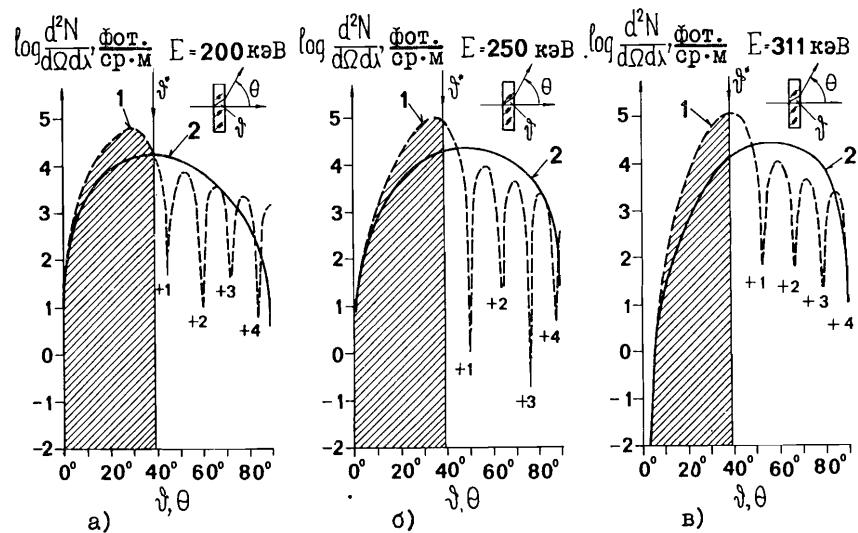


Рис. I. Угловые распределения фотонов (с $\lambda = 400 \text{ нм}$) излучения $\frac{d^2N}{d\Omega d\lambda}$, возникающего при пролете электронов через слоистую пластиинку толщиной $a = 3,1 \lambda$ ($\eta = 1,58$) с энергиями выше классического порога ИВЧ. Кривая 1 - расчет по формуле Тамма (3). Кривая 2 - расчет по формуле Пафомова (I). а) $E = 200 \text{ кэВ}$, б) $E = 250 \text{ кэВ}$, в) $E = 311 \text{ кэВ}$.

Кривая 2 на этом же рисунке представляет результат расчета по точной формуле Пафомова. Видно, что в этом случае главный черенковский максимум расходится широким веером от $\theta = 0$ до $\theta = 90^\circ$ и вносит основной вклад в излучение, наблюдаемое в вакууме.

Результаты аналогичного расчета для значений энергий электронов, соответствующих как случаю классического порога, так и ниже его, приведены на рис. 2. При $\beta n = 1$ (рис. 2а) внутри в среде образуется лишь половина главного черенковского максимума ($k = 0$, $k = +1$) и в пределах до угла $\theta = 90^\circ$ еще четыре черенковских максимума высших порядков ($k = +1, +2, +3, +4$). Половина главного черенковского максимума в этом случае определяет, в основном, интенсивность излучения, наблюдаемого в вакууме, тогда как по классической формуле Тамма-Франка для идеализированного случая бесконечной среды интенсивность ИВЧ равна нулю.

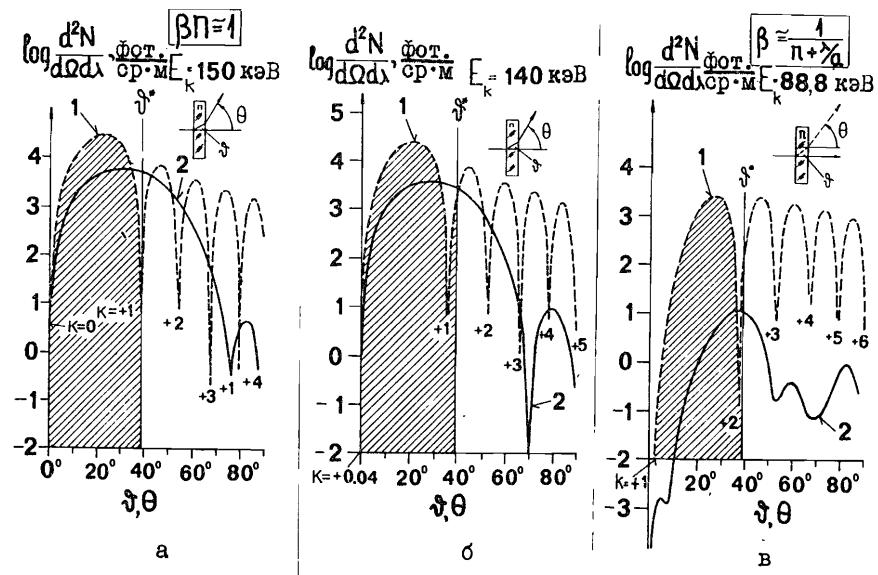


Рис. 2. То же, что и на рис. I, но при энергиях, соответствующих классическому порогу ИВЧ и ниже его: а) $E = 150 \text{ кэВ}$ ($\beta n \approx 1$), б) $E = 140 \text{ кэВ}$, в) $E = 88,8 \text{ кэВ}$.

Ниже порога ИВЧ угловое распределение излучения, наблюдаемого перед пластинкой, принимает более сложный характер (рис.2б), поскольку вклад в него раньше доминирующего главного черенковского максимума постепенно уменьшается и становится одного порядка с вкладом от максимумов высших порядков, взятых в отдельности.

Глубоко под порогом ИВЧ (рис.2в), с уменьшением энергии частицы, отдельные максимумы постепенно исчезают, сначала главный, затем первый, второй и т.д. Здесь уже становится значительным и вклад многократных отражений, угловые распределения становятся вне пластины более сложными, хотя отдельные максимумы в них можно проследить. Например, на кривой 2 (рис.2в) первый большой максимум представляет, в основном, первый правый черенковский максимум высшего порядка (вышедший в вакуум), два остальных максимума есть результат интерференции части второго черенковского максимума с отраженным излучением и с излучением, возникшим как до, так и после пластины.

Нарастание суммарной интенсивности излучения (т.е. с учетом всех максимумов излучения, вышедшего из пластины, слюда с $\alpha = 3,1\lambda$) в зависимости от энергии электронов можно проследить на рис.3 (кривая 2). Для сравнения на этом же рисунке нанесена аналогичная зависимость (кривая 1), но для суммарной интенсивности излучения внутри пластины, рассчитанной по формуле Тамма (3).

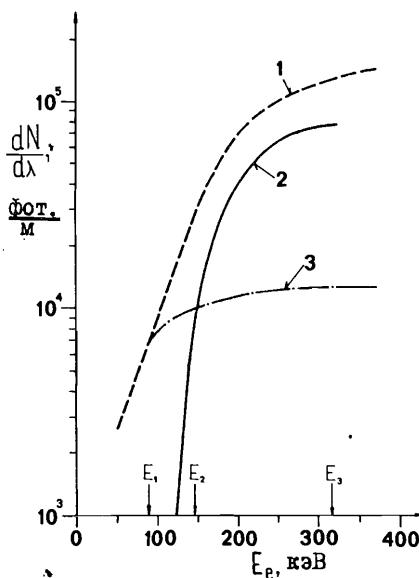


Рис.3. Зависимости суммарного (т.е. с учетом всех пиков) числа фотонов с $\lambda = 400$ нм ОПИ ($dN/d\lambda$) от энергии электронов, вышедших из пластины ($n = 1,5905$, $\alpha = 3,1\lambda$ и $\lambda = 400$ нм). 1 - внутри пластины (формула Тамма (3)), 2 - снаружи пластины (формула Пафомова), 3 - внутри пластины (формула Тамма (3) за вычетом нулевого пика).

С увеличением толщины пластины число пиков в угловом распределении излучения, вышедшего из нее в вакуум, непрерывно растет (см. рис.4), осциллируя при этом около плавной кривой углового распределения ОПИ, возникающей на границе полубесконечной среды - вакуум,

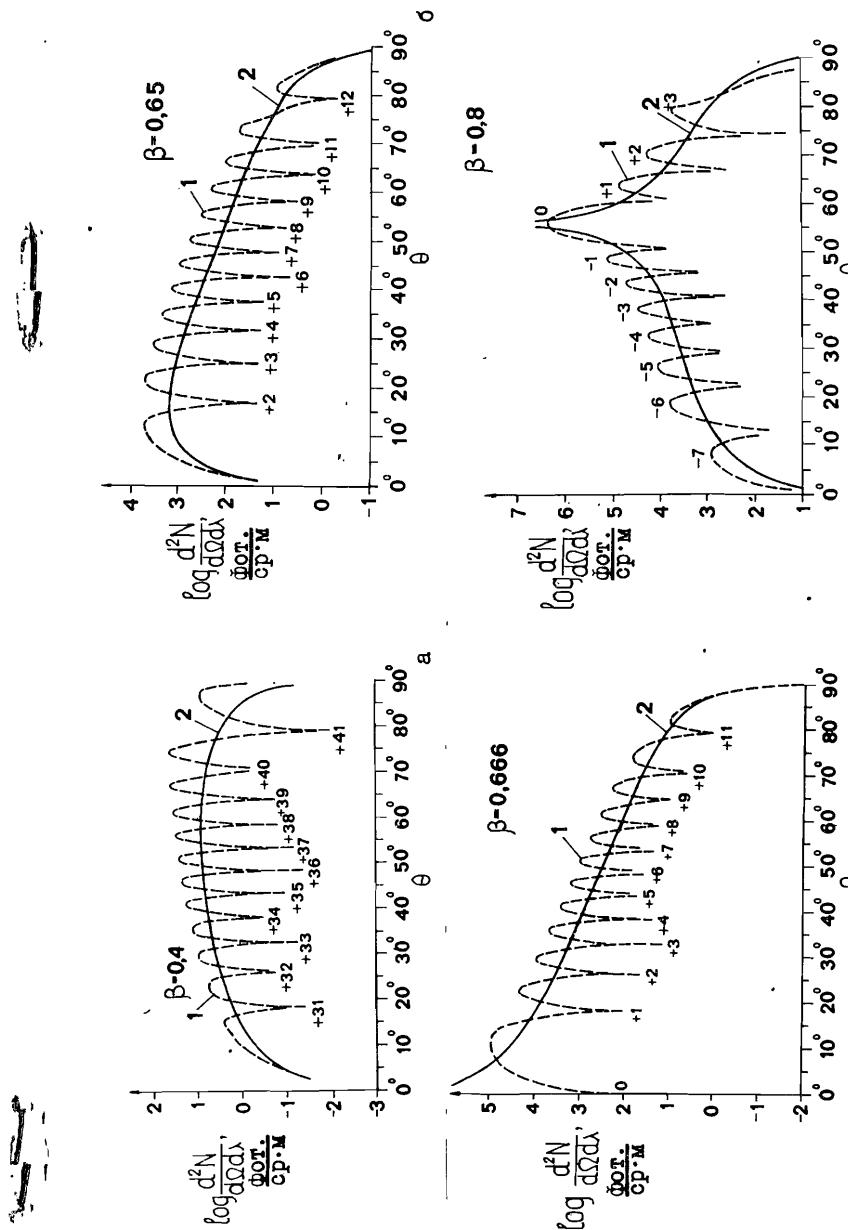


Рис.4. Угловые распределения фотонов с $\lambda = 400$ нм ОПИ, вышедших из пластины толщиной $\alpha = 30\lambda$ с $n = 1,5$ при различных скоростях частиц β , ее пересекающих: а) $\beta = 0,4$; б) $\beta = 0,65$; в) $\beta = 0,8$. Кривая 1 - расчет по формуле Пафомова (1), а кривая 2 - расчет по формуле Гнзбурга-Бранка (4) для границы полубесконечная среда - вакуум и излучения, направленного "вперед" (в вакуум).

рассчитанного по формуле Гинзбурга-Франка /8/ с заменой β на $-\beta$

$$\frac{d^2N}{d\lambda d\alpha} = \frac{2d\beta^2 \sin^3 \theta \cos^2 \theta}{\lambda \pi^2 \sin^2 \theta} \left| \frac{(n^2 - 1)(1 - \beta^2 - \beta \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta})}{(1 - \beta \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta})(n^2 \cos^2 \theta + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta})} \right|^2, \quad (4)$$

где N - число фотонов, $d = \frac{e^2}{hc}$ - постоянная тонкой структуры, θ - полярный угол, отсчитываемый от направления вектора скорости частицы, λ - длина волн.

Нумерация пиков, произведенная на основе формулы Тамма (3), позволяет при этом ориентироваться и в непрерывных угловых распределениях классического ОПИ.

Из рис.4 видно, например, что приближение максимума ОПИ к траектории частицы с возрастанием ее скорости (зависимость $\theta_{\max} \sim 1/\beta$), так же, как и логарифмический рост полной интенсивности ОПИ от γ , является следствием выхода из пластинки в вакуум максимумов все более низких порядков - и значит все более высокой интенсивности (рис.4а: $\beta = 0,4$, $k = 3I+4I$; 4б: $\beta = 0,65$, $k = 2+12$; 4в: $\beta_{\text{нпр}} = 0,666\dots$, $k = 0+II$). При более высоких энергиях (рис.4 г: $\beta = 0,8$, $k = -7 + +3$) появляется уже главный черенковский максимум и, следуя зависимости $\cos \theta_{\max} = 1/\beta n$, с увеличением β передвигается в сторону больших углов θ - от направления движения частицы. В случае полубесконечных сред возникает так называемое гибридное излучение /6/ (кривая 2 на рис.4).

4. Ультрарелятивистский случай

В работе /3/ приведен расчет характеристик угловых распределений ИВЧ по формуле Тамма (3) для релятивистских частиц в пороговом газовом счетчике Черенкова длиной 4 м, наполненном воздухом при низких давлениях.

Для этого же счетчика, но при $\eta = 1,0002919$ и допороговой скорости $\beta = 0,999708083$ ($\beta = 1/n + \frac{\lambda}{\alpha}$), т.е. когда основной пик ($k = 0$) только начинает появляться, произведен расчет по формуле (3) углового распределения излучения для первых 50 пиков.

Как видно из рис.5 (кривая I), угловое распределение, так же, как и в случаях тонких пластинок (см. рис.4), осциллирует около плавной кривой 2 углового распределения ОПИ, рассчитанного для тех же параметров по формуле Гинзбурга-Франка, но преобразованной для излучения "вперед" (т.е. в среду) на границе вакуум-среда:

$$\frac{d^2N}{d\lambda d\alpha} = \frac{d\beta^2 \cos^2 \theta}{\lambda \pi^2 \sin^2 \theta} \left| \frac{(n^2 - 1) n^{3/2}}{n^2 \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \theta} + n \sin \theta} \right|^2 \cdot \frac{(1 - \beta^2 n^2 - \beta \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \theta}) \sin^2 \theta}{(1 - \beta^2 n^2 \cos^2 \theta)(1 - \beta \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \theta})} \right|^2, \quad (5)$$

где β - скорость частицы, $d = \frac{e^2}{hc}$ - постоянная тонкой структуры, N - число фотонов, $d\Omega$ - телесный угол.

Следует отметить, что формула Тамма позволяет не только качественно, но и количественно анализировать характеристики переходного излучения. Например, формула для суммарной интенсивности излучения (т.е. интенсивности во всех пиках) в допороговой области, полученная Таммом (3) в аналитическом виде, имеет вид

$$W = \frac{2d\beta^2}{\pi c} \int n \mathcal{J}_1(\omega) d\omega, \quad (6)$$

где $\mathcal{J}_1 \approx \frac{1}{\beta^2 n^3} (\ln \frac{1+\beta n}{1-\beta n} - 2\beta n)$, или для числа фотонов

$$\frac{dN}{d\lambda} = \frac{2d}{\pi c} (\ln \frac{1+\beta n}{1-\beta n} - 2\beta n).$$

При $n = 1,00000435$ для $\lambda = 400$ нм $\frac{dN}{d\lambda} \approx 1,4 \cdot 10^{-6}$ радиаторе из воздуха толщиной $\ell = 4$ м и давлением $P = 0,015$ атм.

($n = 1,00000435$ для $\lambda = 400$ нм) $\frac{dN}{d\lambda} \approx 1,4 \cdot 10^{-5}$ фотонов/м *, что и будет определять уровень бесспороговости ИВЧ в этом случае, так же, как и уровень интенсивности ОПИ в случае полубесконечной границы металл-воздух /9/.

Рис.5. Угловые распределения числа фотонов $\frac{d^2N}{d\lambda d\alpha}$ ОПИ, испущенных релятивистскими частицами в газовом Черенковском счетчике длиной $a = 4$ м, наполненном воздухом ($\eta = 1,0002919$) с $\beta = 0,999708083$ ($\beta = 1/n + \frac{\lambda}{\alpha}$, для $\lambda = 400$ нм). Кривая I - расчет по формуле Тамма (3) (форма пиков показана условно в виде узких треугольников, но значения в максимумах - правильные).

* Эта цифра совпадает с величиной, полученной в работе /3/ интегрированием числа фотонов во всех пиках в допороговой области (см. рис.5 работы /3/).

Таким образом, сопоставление угловых распределений интенсивности оптического излучения, рассчитываемых по формулам Пафомова (2) (для излучения вне среды) и Тамма (3) (для излучения в среде), произведенное в настоящей работе, показывает, что общий ход зависимостей величин только вторичных максимумов от угла (т.е. максимумов с $k \neq 0$) повторяется плавными угловыми зависимостями, рассчитываемыми по формулам переходного излучения Гинзбурга-Франка. Такая трансформация свойств оптического переходного излучения является следствием перехода от рассмотренного идеализированного случая (излучение на границе полубесконечных сред, описываемое формулами Гинзбурга-Франка) к реальному случаю пролета частиц через ограниченные среды. В этой связи наличие излучения ниже порога возникновения ИВЧ или эффект беспороговости, обнаруженный экспериментально в тонких пластинках слоидн /1,2/, и, как следует из расчетов, независимости его интенсивности от толщины среды, казалось бы, находит естественное объяснение в эффекте переходного излучения, имеющего в реальных условиях экспериментов необычные и непривычные характеристики. Однако в таком случае мы должны считать, что формула Тамма (8) кроме ИВЧ описывает и переходное излучение, что противоречит условиям ее вывода ², который был сделан для движения заряда в сплошной среде (без границы раздела среда-вакуум).

В заключение авторы благодарят П.В.Зрелова за помощь в некоторых расчетах и А.П.Кобзева за обсуждение работы.

Литература

1. Кобзев А.П. ЯФ, 1978, т.27, вып.5, с.1256-1261.
2. Кобзев А.П., Франк И.М. ЯФ, 1981, т.34, вып.1(7), с.125-133.
3. Тамм И. J.Phys.USSR, 1939, v.1, №.5-6, 439.
4. Zrelov V.P. et al. Nucl.Instr. and Meth., 1983, v.215, pp.141-146.
5. Ružička J., Mehes J. Nucl.Instr. and Meth. in Phys.Res., 1986, v. A250, No.3, pp.491-502.
6. Пафомов В.Е. Ядерная физика и взаимодействие частиц с веществом. Труды ФИАН СССР, т.44, "Наука", М., 1963, с.90.
7. Zrelov V.P., Ružička J. Nucl.Instr. and Meth., 1979, v.165, 327.
8. Гинзбург В.Л., Франк И.М. ЖЭТФ, 1963, т.16, 15.
9. Bodek A. et al. Preprint UR837, 600-3065-345, 1983.

Рукопись поступила в издательский отдел
5 августа 1987 года.

² На это обратил наше внимание А.П.Кобзев.

Зрелов В.П., Лупильцев В.П., Ружичка Я.
К вопросу о беспороговости излучения Вавилова - Черенкова

13-87-619

Проведено подробное сопоставление угловых распределений излучения Вавилова - Черенкова /ИВЧ/ по формуле Тамма и переходного излучения по формулам Пафомова и Гинзбурга - Франка вблизи порога испускания ИВЧ. Показано, что излучение, имеющее место при скоростях ниже порога ИВЧ, является переходным излучением, но не непрерывное /как это имеет место в случае пролета частиц через границу полубесконечных сред/, а с максимумами различных порядков. Этим "трансформированным" переходным излучением и объясняется эффект беспороговости, обнаруженный ранее Кобзевым и Франком.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод авторов

Zrelov V.P., Lupiltsev V.P., Ružička J. 13-87-619
About Unthresholdness of the Vavilov-Cherenkov Radiation

Comparison of the angular distributions of the Vavilov-Cherenkov radiation (VChR) angular distributions calculated by the Tamm formulae with the transition radiation described by Pafomov's formulae and the Ginsburg-Frank formulae near the VChR threshold is made in detail. It is shown that the radiation at the velocities below the VChR threshold is a transition radiation, though not a continuous one (as in the case of particles crossing the boundary of semi-infinite media) but with maxima of different orders. This "transformed" transition radiation accounts for the unthreshold effect earlier found by Kobžev and Frank.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problem, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987