

**СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

13-86-296

М.Ф.Шабашов

**ИЗМЕРЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ЗАРЯДА ПУЧКА
РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ
ИНДУКЦИОННЫМ ДАТЧИКОМ**

1986

1. ВВЕДЕНИЕ

При проведении экспериментальных и наладочных работ на ускорителях актуальна задача измерения характеристик ускоряемого пучка заряженных частиц. Для решения этой задачи на ускорителях циклотронного типа необходимо использовать абсолютно прозрачные датчики, исключая влияние на ускоряемый пучок. Наиболее подходящими с этой точки зрения являются индукционные датчики. Их применения для измерения различных характеристик пучков освещены в обзоре ^{1/}. В данной работе предлагается методика измерения с помощью подобных датчиков плотности заряда ускоряемого пучка.

2. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

На требуемом радиусе r /рис.1/ симметрично относительно геометрической средней плоскости ускорителя устанавливаются два датчика пучка. При циркуляции пучка сигнал с датчика $U(\phi)$ определяется угловым положением ϕ пучка, причем вклад в сигнал дают все его заряды, следовательно,

$$U(\phi) = \int K(\phi, \epsilon) \cdot \sigma(\epsilon) \cdot d\epsilon, \quad /1/$$

где ϕ - угловое положение пучка относительно оси датчика, ϵ - угловое положение заряда в пучке, $\sigma(\epsilon)$ - плотность заряда, $K(\phi, \epsilon)$ - аппаратная функция датчика. Аппаратная функция рассчитывается для датчика в конкретной геометрии с приближениями, влияние которых на точность измерения может быть учтено. Факторы, учет которых затруднен, дадут вклад в ошибку методики. Измерительная система позволяет получить зависимость $U(\phi)$ и запомнить ее для дальнейшей обработки, результатом которой является

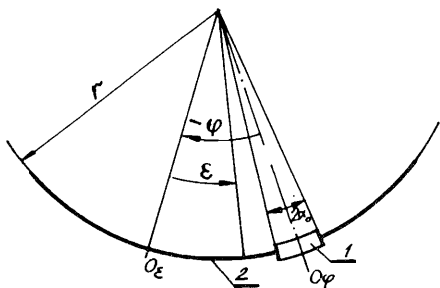


Рис.1. Схема расположения датчика: 1 - датчик, 2 - ускоряемый пучок.

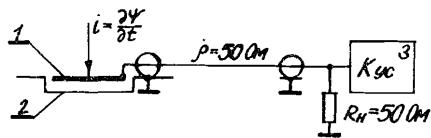


Рис.2. Принципиальная схема измерительного тракта: 1 - пластинка датчика, 2 - заземленный корпус, 3 - измерительное устройство.

получение плотности заряда $\sigma(\epsilon)$ из интегрального уравнения /1/. Задача его решения в общем случае является некорректной /2/ и требует применения регуляризирующих алгоритмов. Ряд таких алгоритмов приведен в работе /3/, однако их реализация требует значительных затрат времени и объема оперативной памяти ЭВМ. Ниже будет показано, что в нашем случае задача может быть упрощена.

3. ДАТЧИК

Датчик представляет собой проводящую пластинку, смещенную на расстояние a по вертикали от средней плоскости ускорителя. Пластинка образует с заземленным корпусом отрезок полосковой линии, вытянутый в направлении движения пучка. Один конец датчика открыт, ко второму подключен коаксиальный кабель, нагрузкой которого является согласованный вход измерительного устройства /рис.2/. Датчик имеет линейные размеры $2l$ в азимутальном и $2b$ в радиальном направлениях, причем во всем диапазоне частот ускоряющего напряжения выполняется условие

$$2b, 2l \ll \frac{\lambda_{вч}}{n}, \quad /2/$$

$\lambda_{вч}$ - длина волны ускоряющего напряжения, n - номер высшей гармоники этой частоты в спектре сигнала. В нашем случае выполняется также условие

$$b < a. \quad /3/$$

Следует отметить, что датчик чувствителен лишь к электрической составляющей поля пучка.

В соответствии с законом полного тока пролетающий вблизи датчика заряд индуцирует через его поверхность ток

$$i = \frac{\partial \psi}{\partial t}, \quad /4/$$

ψ - поток вектора электрической индукции:

$$\psi \Rightarrow \int_{S_{датчика}} \vec{D} \cdot d\vec{s}. \quad /5/$$

Выходное напряжение с датчика

$$u = R_n \cdot i \quad /6/$$

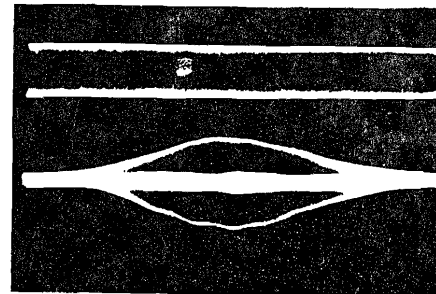


Рис.3. Цуг импульсов с датчика от циркулирующего пучка протонов /осциллограф С1-75/.

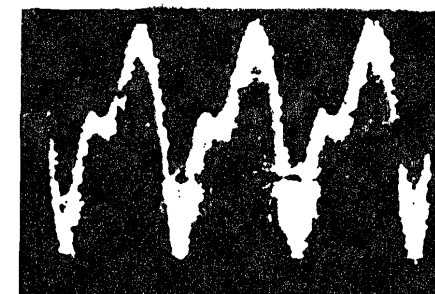


Рис.4. Импульсы от однократного прохождения пучка /осциллограф С7-8/.

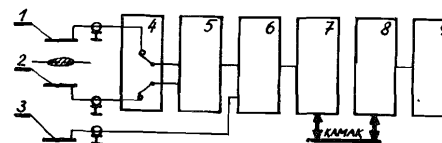


Рис.5. Блок-схема измерительного тракта: 1,2 - датчики пучка, 3 - датчик ускоряющего напряжения, 4 - коммутатор, 5 - сумматор, 6 - стробоскопический осциллограф, 7 - АЦП, 8 - контроллер крейта типа .106, 9 - мини-ЭВМ МERA-6055.

есть функция азимутального положения пучка

$$u = u(\phi). \quad /7/$$

При радиальном перемещении циркулирующего пучка на выходе датчика получим цуг импульсов, подобный изображенному на рис.3. Для измерений берется импульс максимальной амплитуды, соответствующий радиальному положению пучка в середине датчика /рис.4/. Зависимость /7/ получают с помощью стробоскопического преобразования сигнала с последующим кодированием и запоминанием в памяти ЭВМ. Подробное описание измерительной системы содержится в работе /4/. Здесь приведем блок-схему /рис.5/ аппаратуры, позволяющей получать как сигналы с верхнего и нижнего датчиков, так и суммарный сигнал. Отметим, что датчик, описываемый соотношениями /4/, /5/, /6/, является датчиком дифференцирующего типа, сигнал с него пропорционален скорости изменения регистрируемого им заряда. Целесообразно оперировать зависимостью $U(\phi)$, полученной путем интегрирования напряжения с датчика:

$$U(\phi) = K_{ус} \cdot \int u(\phi) \cdot d\phi, \quad /8/$$

$K_{ус}$ - коэффициент передачи измерительного тракта.

Переход к интегралу правомерен при имеющем у нас место условию

$$\Delta\epsilon < 2\pi, \quad /9/$$

$\Delta\epsilon$ - угловая протяженность пучка.

4. АППАРАТНАЯ ФУНКЦИЯ ДАТЧИКА

Найдем функцию, связывающую величины $U(\phi)$ с плотностью заряда $\sigma(\epsilon)$. Из /6/, /4/, /8/ следует

$$U(\phi) = R_H K_{yc} \int \frac{\partial\psi}{\partial t} \cdot d\phi. \quad /10/$$

Поскольку за период обращения пучка угловое распределение заряда практически не меняется, а поперечное движение можно считать медленным, то можем записать

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{d\psi}{dt} \quad /11/$$

и /10/ представить в виде

$$U(\phi) = R_H \cdot \omega \cdot \psi \cdot K_{yc} = R_H \cdot \omega \cdot \epsilon_0 \cdot K_{yc} \int_{S_{датчика}} \vec{E} \cdot d\vec{s}. \quad /12/$$

Проведем рассмотрение для одной частицы. В работе /5/ приведены выражения для компонент электрического поля равномерно движущейся релятивистской заряженной частицы. Проследим, как получены эти соотношения. Заряженная частица движется со скоростью V относительно системы отсчета K , в которой покоится датчик. Координаты частицы в ее собственной системе отсчета K' /рис.6/

$$\vec{R}' = \{s, 0, 0\}, \quad /13/$$

а электрическое поле в K' постоянно. В точке на поверхности датчика электрическое поле

$$\vec{E} = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \cdot (1 - \beta^2) \cdot \frac{\vec{R}}{R^{*3}}; \quad \beta = \frac{V}{c}, \quad /14/$$

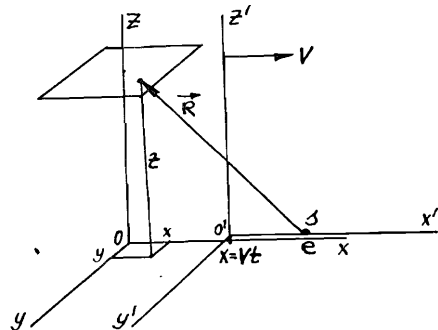


Рис.6. К определению компонент вектора электрического поля \vec{E} .

$$R^{*3} = [(x - Vt - s)^2 + (1 - \beta^2) \cdot (y^2 + z^2)]^{3/2}, \quad /15/$$

$$\vec{R} = \{(x - Vt - s), y, z\} - \quad /16/$$

радиус-вектор от частицы к точке наблюдения на поверхности датчика.

Поток вектора электрической индукции через датчик

$$\psi = \int_{S_{датчика}} \vec{D} \cdot d\vec{s} = \int_{-\ell}^{\ell} dx \int_{-b}^b D_z \cdot dy, \quad /17/$$

поскольку в нашей геометрии поток создается z-компонентой поля.

Считая датчик узким $b \ll a$ и ограничиваясь первым членом в разложении /17/ по $(\frac{y}{z})^2$, можем записать

$$\psi = 2b \cdot \int_{-\ell}^{\ell} D_z \cdot dx, \quad /18/$$

$$R^{*3} = [(x - Vt - s)^2 + (1 - \beta^2) z^2]^{3/2}. \quad /19/$$

Тогда соотношение /18/ с учетом /14/, /19/ примет вид

$$\psi = \frac{1}{4\pi} \cdot e \cdot 2b \cdot (1 - \beta^2) \cdot \int_{-\ell}^{\ell} \frac{z}{[(x - Vt - s)^2 + (1 - \beta^2) z^2]^{3/2}} \cdot dx. \quad /20/$$

Вычислив интеграл и перейдя к угловым координатам, в которых

$$\ell = r \cdot a_0; \quad Vt = r \cdot \omega \cdot t = r \cdot \phi; \quad s = r \cdot \epsilon, \quad /21/$$

получим для потока

$$\psi = \frac{1}{4\pi} \cdot e \cdot 2b \cdot k(\phi, \epsilon), \quad /22/$$

$$k(\phi, \epsilon) = \frac{\epsilon + \phi + a_0}{[(\epsilon + \phi + a_0)^2 + (1 - \beta^2)(z/r)^2]^{1/2}} - \frac{\epsilon + \phi - a_0}{[(\epsilon + \phi - a_0)^2 + (1 - \beta^2)(z/r)^2]^{1/2}}. \quad /23/$$

Соотношения /22/, /23/ определяют поток вектора электрической индукции от одиночного заряда. Для протяженного по ϵ пучка получим

$$\psi = \frac{1}{4\pi} \cdot 2b \cdot \frac{1}{z} \cdot \int k(\phi, \epsilon) \cdot \sigma(\epsilon) \cdot d\epsilon. \quad /24/$$

Преобразуем соотношение /12/ с учетом /24/:

$$U(\phi) = \frac{1}{4\pi} \cdot 2b \cdot \frac{1}{z} \cdot R_H \cdot \omega \cdot K_{yc} \cdot \int k(\phi, \epsilon) \cdot \sigma(\epsilon) \cdot d\epsilon, \quad /25/$$

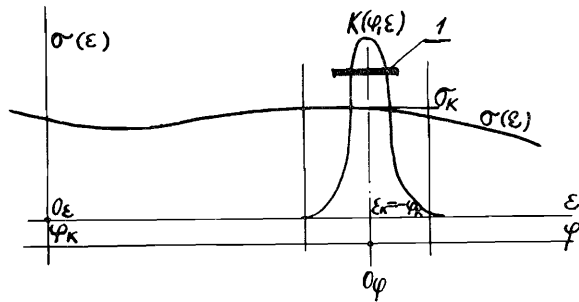


Рис. 7. Аппаратная функция датчика.

или

$$U(\phi) = \int K(\phi, \epsilon) \cdot \sigma(\epsilon) \cdot d\epsilon. \quad /26/$$

/26/ - интегральное уравнение для нахождения $\sigma(\epsilon)$ с аппаратной функцией

$$K(\phi, \epsilon) = \frac{1}{4\pi} \cdot 2b \cdot \frac{1}{z} \cdot R_H \cdot \omega \cdot K_{yc} \cdot k(\phi, \epsilon), \quad /27/$$

$k(\phi, \epsilon)$ дается соотношением /23/.

5. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ

Выше отмечались трудности решения уравнения /26/ в общем виде. Однако в нашем случае функция $K(\phi, \epsilon)$ отлична от нуля существенно лишь в узкой области углов, удовлетворяющих условию /рис.7/:

$$-2a_0 \leq \epsilon_k + \phi_k \leq 2a_0. \quad /28/$$

Тогда уравнение /26/ можно записать в виде

$$U(\phi_k) = \int_{-\phi_k - 2a_0}^{-\phi_k + 2a_0} K(\phi, \epsilon) \cdot \sigma(\epsilon) \cdot d\epsilon. \quad /29/$$

При условии

$$\frac{2\pi}{\pi} \gg 4a_0, \quad /30/$$

справедливым в нашем случае, в диапазоне углов $4a_0$ можем положить

$$\sigma(\epsilon) = \sigma(\epsilon_k) = \text{const} \quad /31/$$

и записать /29/ в виде

$$U(\phi_k) = \sigma(\epsilon_k) \cdot \int_{-\phi_k - 2a_0}^{-\phi_k + 2a_0} K(\phi, \epsilon) \cdot d\epsilon. \quad /32/$$

Подставив в /32/ соотношение /27/ и вычислив интеграл, получим

$$U(\phi_k) = \frac{1}{4\pi} \cdot 2b \cdot \frac{1}{z} \cdot R_H \cdot \omega \cdot K_{yc} \cdot 4a_0 \cdot \sigma(\epsilon_k). \quad /33/$$

Отсюда

$$\sigma(\epsilon_k) = \frac{4\pi z}{2b \cdot R_H \cdot \omega \cdot 4a_0 \cdot K_{yc}} \cdot U(\phi_k). \quad /34/$$

Напомним, что z - вертикальная компонента радиус-вектора от заряда к точке наблюдения на поверхности датчика, следовательно, необходимо определить вертикальное положение пучка относительно средней плоскости, чем и обусловлена необходимость использования двух датчиков. Для верхнего и нижнего датчиков, соответственно,

$$z_B = a - z_p; \quad z_H = a + z_p. \quad /35/$$

$$U_B = u \cdot \frac{1}{a - z_p}; \quad U_H = u \cdot \frac{1}{a + z_p}, \quad /36/$$

коэффициент

$$u = \frac{1}{4\pi} \cdot 2b \cdot R_H \cdot \omega \cdot 4a_0 \cdot K_{yc} \cdot \sigma(\epsilon_k). \quad /37/$$

Из /36/ имеем

$$z_p = a \cdot \frac{U_B - U_H}{U_B + U_H}, \quad /38/$$

U_B, U_H - сигналы с верхнего и нижнего датчиков.

Для определения плотности заряда целесообразно использовать сумму сигналов с верхнего и нижнего датчиков, поскольку она менее чувствительна к вертикальному размеру Δz_p пучка:

$$S = U_B + U_H = u \cdot \frac{2a}{a^2 - z_p^2}. \quad /39/$$

Используя соотношения /37/, /39/, получим для плотности заряда

$$\sigma(\epsilon_k) = \frac{2\pi}{K_{yc} \cdot 2b \cdot R_H \cdot \omega \cdot 2a_0} \cdot \frac{a^2 - z_p^2}{2a} \cdot S(\phi_k). \quad /40/$$

Все входящие в /40/ величины были определены ранее, а

$$S(\phi_k) = K_{yc} \cdot \int_0^{\phi_k} [u_B(\phi) + u_H(\phi)] \cdot d\phi$$

- результат численного интегрирования суммарного сигнала с верхнего и нижнего датчиков.

Зная плотность заряда, нетрудно получить заряд пучка

$$q = \int_0^{2\pi} \sigma(\epsilon) \cdot d\epsilon$$

и средний ток

$$\bar{I} = q \cdot F,$$

где F - частота циклов ускорения.

6. УСЛОВИЯ ИЗМЕРЕНИЙ

Измерения проводились на внутреннем пучке фазотрона ОИЯИ в диапазоне зарядов пучка $10^{-9} - 10^{-8}$ Кл при угловой частоте обращения пучка $\omega = 8 \cdot 10^8 - 10^9$ рад·с⁻¹ и угловой протяженности $90^\circ - 150^\circ$. Внутри камеры установлены пять пар датчиков, на радиусе первого из них /102 см/ с помощью пробника мог быть измерен средний ток пучка. Сравнивались величины заряда пучка, полученные при измерениях с помощью пробника:

$$q_{\text{изм}} = \bar{I} / F,$$

и найденные по предлагаемой методике:

$$q = \int_0^{2\pi} \sigma(\epsilon) \cdot d\epsilon.$$

В пределах ошибок измерений эти величины совпали для различных режимов ускорения.

7. ОШИБКА ИЗМЕРЕНИЯ

Соотношение /40/ для плотности заряда пучка получено в предположении, что его вертикальный и радиальный размеры равны нулю. Оценка методической ошибки, обусловленной конечным радиальным размером пучка, выполнена для заряда, равномерно распределенного на $\Delta r_p = 2b$. Для датчика с $2b = 2$ см, $\alpha_0 = 2,5^\circ$, $a = 5$ см, $r = 262$ см получено

$$\left(\frac{\Delta\sigma}{\sigma}\right) \Delta r_p \approx -5\%.$$

Ошибка, обусловленная конечным вертикальным размером пучка Δz_p , в нашем случае составляет

$$\left(\frac{\Delta\sigma}{\sigma}\right) \Delta z_p \approx +3\%.$$

Среднеквадратичная погрешность измерений

$$\delta = \left[\left(\frac{\Delta K_{yc}}{K_{yc}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \alpha_0}{\alpha_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta R_H}{R_H}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \omega}{\omega}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta S}{S}\right)^2 \right]^{1/2} \leq 5\%.$$

Решение уравнения /26/ проводилось как на основе приближенного соотношения /32/, так и с использованием регуляризирующего алгоритма РТІКР из работы /3/. В пределах точности алгоритма результаты совпадают.

Учет приведенных источников погрешностей дает в нашем случае максимальную ошибку $\Delta\sigma/\sigma \leq 10\%$.

8. ВЫВОДЫ

А. Показано, что плотность заряда, а следовательно, заряд и ток циркулирующего пучка, может быть измерена с помощью дифференцирующих индукционных датчиков. Предложена методика измерения.

Б. Точность измерения растет по мере более строгого выполнения следующих условий: $2b < a$, где $2b$ - радиальный размер датчика, a - расстояние от датчика до средней плоскости, $\Delta r_p < 2b$; $\Delta z_p \ll a$, где $\Delta r_p, \Delta z_p$ - соответственно радиальный и вертикальный размеры пучка.

В. Способ решения уравнения /26/ с применением приближенного соотношения /32/ верен при выполнении условия $2\pi/n \gg 4\alpha_0$, n - номер высшей гармоники частоты ускоряющего напряжения в спектре сигнала, $2\alpha_0$ - угловая протяженность датчика.

В заключение автор приносит благодарность В.П.Дмитриевскому и Л.М.Онищенко за постановку задачи и постоянное внимание к работе, С.Б.Ворожцову за полезные обсуждения, В.А.Саенко за постановку на ЭВМ алгоритма РТІКР, В.В.Калиниченко за прочтение рукописи и критические замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Москалев В.А., Шестаков В.Г. Контроль и измерение параметров пучков заряженных частиц. Атомиздат, М., 1973.
2. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. "Наука", М., 1979.
3. Тихонов А.Н. и др. Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация. "Наука", М., 1983.

4. Денисов Ю.Н. и др. ОИЯИ, 9-86-295, Дубна, 1986.
 5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. "Наука", М., 1967.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

Д2-82-568	Труды совещания по исследованиям в области релятивистской ядерной физики. Дубна, 1982.	1 р. 75 к.
Д9-82-664	Труды совещания по коллективным методам ускорения. Дубна, 1982.	3 р. 30 к.
Д3,4-82-704	Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.	5 р. 00 к.
Д11-83-511	Труды совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1982.	2 р. 50 к.
Д7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике глжельных ионов. Алушта, 1983.	6 р. 55 к.
Д2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р. 00 к.
Д13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р. 50 к.
Д2-84-366	Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.	4 р. 30 к.
Д1,2-84-599	Труды VII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1984.	5 р. 50 к.
Д17-84-850	Труды III Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1984. /2 тома/	7 р. 75 к.
Д10,11-84-818	Труды V Международного совещания по проблемам математического моделирования, программированию и математическим методам решения физических задач. Дубна, 1983	3 р. 50 к.
	Труды IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1984 /2 тома/	13 р. 50 к.
Д4-85-851	Труды Международной школы по структуре ядра, Алушта, 1985.	3 р. 75 к.
Д11-85-791	Труды Международного совещания по аналитическим вычислениям на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1985.	4 р.
Д13-85-793	Труды XII Международного симпозиума по ядерной электронике. Дубна 1985.	4 р. 80 к.

Рукопись поступила в издательский отдел
6 мая 1986 года.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

**ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ
ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ**

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

Шабашов М.Ф.

13-86-296

Измерение плотности заряда пучка релятивистских частиц индукционным датчиком

Приводится методика измерения плотности заряда пучка релятивистских частиц с помощью индукционных датчиков. Проведен расчет аппаратной функции датчика с радиальным размером, существенно меньшим, чем его апертура. При условии протяженности пучка, значительно превышающей протяженность датчика, решается интегральное уравнение, связывающее плотность пучка и сигнал с датчика. Выполнена оценка влияния принятых приближений на точность измерения. На основе предлагаемой методики создана система измерения плотности и среднего тока ускоряемого пучка фазотрона ОИЯИ. Точность измерения в данном случае составила около 10%. Проведено сравнение результатов измерения заряда пучка с помощью предлагаемой методики и прямого измерения с помощью пробника. Результаты измерений совпадают в пределах приведенной погрешности.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Перевод О.С.Виноградовой

Shabashov M.F.

13-86-296

Measurement of Charge Density of Relativistic Particle Beam by Pick-Up Sensors

A method for measuring the relativistic particle beam charge density by means of pick-up sensors is described. Apparatus function is calculated for a sensor with radial dimension essentially less than its aperture. For a beam extension considerably exceeding sensor extent, integral equation is solved connecting the beam density and sensor signal. The effect of taken approximations on the measurement precision is estimated. On the basis of the proposed method a system for density and middle current of JINR synchrotron accelerated beam measurement has been created. Precision of measurement was about 10%. The results of beam charge measurement by means of the proposed method and those on direct measuring using a probe are compared. The measurement results within the error are presented.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.
Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1986