

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

13-85-839

А.К. Попов

ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ  
ИМПУЛЬСНОГО РЕАКТОРА  
ПЕРИОДИЧЕСКОГО ДЕЙСТВИЯ

1985

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В импульсном реакторе периодического действия модулятор реактивности создает периодические импульсы реактивности. Благодаря этому реактор периодически на короткое время переводится из состояния глубокой подкритичности в состояние надкритичности по мгновенным нейтронам. В результате создаются периодические импульсы мощности, в течение которых выделяется почти вся энергия, в то время как на долю пауз приходится лишь несколько процентов энергии, выделяемой в реакторе. Длительность импульсов мощности на несколько порядков меньше периода их следования. Это позволяет каждый импульс мощности математически представить в виде дельта-функции, помноженной на энергию, выделяемую в течение импульса.

В настоящей работе выводится передаточная функция импульсного реактора с учетом этих его особенностей. В отличие от импульсной модели реактора, рассматриваемой ниже, общепринятая непрерывная модель '1', получающаяся при усреднении переменных по периоду следования импульсов мощности, дает приемлемые результаты лишь при достаточно высокой частоте импульсов мощности.

## УРАВНЕНИЯ ДИНАМИКИ

В качестве исходных использовались известные уравнения кинетики:

$$\begin{aligned} \frac{dn}{dt} &= \frac{\rho - \beta}{\ell^*} n - \sum_i \lambda_i C_i, \\ \frac{dC_i}{dt} &= \frac{\beta_i}{\ell^*} n - \lambda_i C_i. \end{aligned} \quad /1/$$

Здесь  $i = 1, \dots, 6$  - номера групп запаздывающих нейтронов;  $n$  - плотность нейтронов,  $\rho$  - реактивность,  $\beta_i$ ,  $\beta = \sum \beta_i$  - соответственно доля запаздывающих нейтронов группы  $i$  и суммарная;  $C_i$ ,  $\lambda_i$  - соответственно концентрация и постоянная распада источников запаздывающих нейтронов группы  $i$ ;  $\ell^*$  - эффективное время жизни мгновенных нейтронов.

От уравнений /1/ путем нормирования переменных удобно перейти к системе:

$$T_0 \frac{dP(t)}{dt} = \frac{\epsilon(t)}{\beta} P(t) + S(t),$$

$$T_i \frac{dS_i(t)}{dt} + S_i(t) = \mu_i P(t), \quad /2/$$

$$S(t) = \sum S_i(t),$$

где  $P$  - мощность реактора,  $S_i, S$  - соответственно мощность источников запаздывающих нейтронов группы  $i$  и суммарная;  $\epsilon = \rho - \beta$  - реактивность по мгновенным нейтронам;  $T_0 = \rho^*/\beta$ ,  $T_i = 1/\lambda_i$  - соответственно постоянная времени мгновенных и  $i$ -той группы запаздывающих нейтронов;  $\mu_i = \beta_i/\beta$  - относительная доля запаздывающих нейтронов группы  $i$ .

Уравнения /2/, рассматриваемые отдельно для интервалов времени, соответствующих импульсам и промежуткам между ними, позволяют получить уравнения, описывающие кинетику импульсного реактора. Период следования импульсов будем обозначать буквой  $T$ .

Энергия, выделяемая в течение  $n$ -го импульса мощности  $E_n = M_n S_n$ , /3/

где  $S_n = S(t - nT - 0)$  - мощность источников запаздывающих нейтронов перед началом развития  $n$ -го импульса мощности;  $M_n$  - фактор умножения в  $n$ -м импульсе, зависящий от максимального значения реактивности  $\epsilon_{mn}$ , которое достигается в  $n$ -м импульсе. Зависимость фактора умножения от реактивности близка к экспоненциальной, в результате чего энергия импульса очень чувствительна к изменению реактивности.

Мощность импульсов\* представляется суммой членов, пропорциональных дельта-функциям:

$$P_n(t) = \sum_{n=0}^{\infty} E_n \delta(t - nT). \quad /4/$$

В промежутке между импульсами реактивность равна реактивности фона  $\epsilon_\phi$ . Она отрицательна и по модулю равна нескольким  $\beta$ . Возможные изменения реактивности в рабочем режиме на несколько порядков меньше  $|\epsilon_\phi|$ , вследствие чего реактивность фона можно считать константой. Постоянная времени  $T_0$  близка к нулю /она составляет величину порядка  $10^{-6}$  с/ и мощность фона, как следует из первого уравнения системы /2/, получается равной

$$P_\phi(t) = k_\phi S(t), \quad /5/$$

где  $k_\phi = \beta/\epsilon_\phi$  - коэффициент, равный доле энергии фона от всей энергии, выделяемой в течение периода  $T$ .

В результате мощность импульсного реактора представляется суммой:

$$P(t) = P_n(t) + P_\phi(t). \quad /6/$$

Таким образом, уравнения кинетики для импульсного реактора приводятся к следующей системе:

\*Под мощностью импульса понимается энергия, выделяемая в течение импульса, поделенная на период  $T$ .

$$P(t) = \sum_{n=0}^{\infty} E_n \delta(t - nT) + k_\phi S(t),$$

$$E_n = M_n(\epsilon_{mn}) S_n,$$

$$T_i \frac{dS_i(t)}{dt} + S_i(t) = \mu_i P(t),$$

$$S(t) = \sum_i S_i(t).$$

Изменение некоторых переменных, входящих в систему /7/, условно показано на рис. 1.

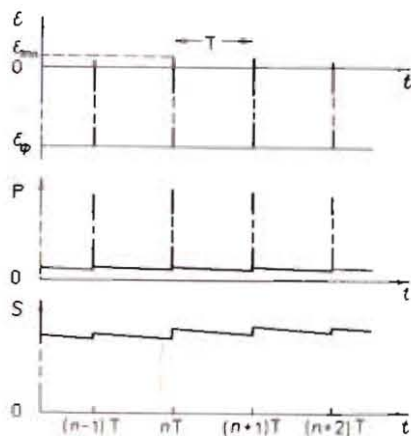


Рис. 1. Изменения реактивности  $\epsilon$ , мощности реактора  $P$  и мощности источников запаздывающих нейтронов  $S$  в импульсном реакторе.  $t$  - время.

Линеаризуем систему уравнений /7/, переходя от полных переменных к малым отклонениям их от базовых значений. В качестве базовых примем значения переменных, которые соответствуют базовому режиму работы реактора - режиму со стабильными импульсами мощности. В результате получим следующие уравнения, в которых для удобства отклонения переменных выражены в относительных единицах.

$$y(t) = y_n(t) - y_\phi(t),$$

$$y_n(t) = T e^*(t),$$

$$e^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} e(t) \delta(t - nT) = \sum_{n=0}^{\infty} e_n \delta(t - nT),$$

$$y_\phi(t) = \frac{\beta}{\epsilon_\phi} \cdot \frac{1}{k_{sy}} s(t), \quad /8/$$

$$e^*(t) = x^*(t) - s^*(t),$$

$$x^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x(t) \delta(t - nT) = \sum_{n=0}^{\infty} x_n \delta(t - nT),$$

$$s^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} s(t) \delta(t - nT) = \sum_{n=0}^{\infty} s_n \delta(t - nT),$$

$$T_i \frac{ds_i(t)}{dt} + s_i(t) = \mu_i k_{sy} y(t),$$

$$s(t) = \sum_i s_i(t),$$

где  $x_n = x(t = nT)$ ,  $v_n = v(t = nT)$ ,  $e_n = e(t = nT)$ .

При выводе уравнений /8/ были использованы следующие обозначения констант и переменных.

Константы:  $\epsilon_{mn}^0, M_n^0, E_n^0, S_n^0$  - базовые значения соответственно  $\epsilon_{mn}, M_n, E_n, S_n$ ;  $P_{ин}^0 = E_n^0/T$  - обусловленная импульсом доля мощности реактора за период для базового режима /базовая мощность импульса/;  $k_{ay} = P_{ин}^0 / S_n^0$  - коэффициент передачи;

$$\beta_n = [M_n \cdot (\frac{dM_n}{d\epsilon_{mn}})] \epsilon_{mn}^0 - \epsilon_{mn}^0 \quad - \text{импульсная доля запаздывающих нейтронов}^*$$

Переменные:  $x_n = (\epsilon_{mn} - \epsilon_{mn}^0) / \beta_n$ ,  $x(t)$  - соответственно отклонение реактивности в  $n$ -м импульсе и ее огибающая, выраженные в долях  $\beta_n$ ;  $e_n = (E_n - E_n^0) / E_n^0$ ,  $s_n = (S_n - S_n^0) / S_n^0$  - соответственно относительное отклонение энергии  $n$ -го импульса и мощности источников запаздывающих нейтронов перед развитием  $n$ -го импульса;

$S_i^0(t), S^0(t), P_{ин}^0(t), P^0(t)$  - значения  $S_i(t), S(t), P_{ин}(t), P(t)$ , соответствующие базовому режиму;

$$s_i(t) = \frac{S_i(t) - S_i^0(t)}{S_n^0}, \quad s(t) = \frac{S(t) - S^0(t)}{S_n^0} \quad - \text{соответствен-}$$

но отклонение мощности источников запаздывающих нейтронов  $i$ -той группы и суммарное в относительных единицах;

$$y_n(t) = \frac{P_n(t) - P_{ин}^0}{P_{ин}^0}, \quad y_{\phi}(t) = \frac{P_{\phi}(t) - P_{\phi}^0(t)}{P_{ин}^0}, \quad y(t) = \frac{P(t) - P^0(t)}{P_{ин}^0} -$$

- соответственно отклонение мощности импульса, фона и реактора в долях базовой мощности импульса.

Реактивность  $x$  есть реактивность реактора нулевой мощности. Она образуется как разность между задающей реактивностью  $x_3$ , обусловленной органами управления, и реактивностью мощностной обратной связи  $x_P$ , обусловленной разогревом реактора. Зависимость последней от мощности можно описать уравнением инерционного звена <sup>2,3</sup>. Таким образом, для описания динамики реактора к уравнениям кинетики /8/ необходимо добавить уравнения /9/, описывающие влияние мощностной обратной связи:

$$x^*(t) = x_3^*(t) - x_P^*(t),$$

$$x_3^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x_3(t) \delta(t - nT) = \sum_{n=0}^{\infty} x_3 \delta(t - nT), \quad /9/$$

$$x_P^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x_P(t) \delta(t - nT) = \sum_{n=0}^{\infty} x_{Pn} \delta(t - nT),$$

\* Понятие импульсной доли запаздывающих нейтронов введено в работе <sup>1</sup>.

$$T_{xP} \frac{dx_P(t)}{dt} + x_P(t) = k_{xP} P_{ин}^0 y(t),$$

где  $x_{3n} = x_3(t = nT)$ ,  $x_{Pn} = x_P(t = nT)$ ;

$x_{3n} = (\epsilon_{3n} - \epsilon_{3n}^0) / \beta_n$ ,  $x_{Pn} = (\epsilon_{Pn} - \epsilon_{Pn}^0) / \beta_n$  - выраженные в долях  $\beta_n$  отклонение для  $n$ -го импульса соответственно задающей реактивности и реактивности мощностной обратной связи от их значений, соответствующих базовому режиму;  $k_{xP}, T_{xP}$  - соответственно коэффициент передачи и постоянная времени мощностной обратной связи.

### ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ

В теории автоматического управления хорошо развит аппарат исследования линейных импульсных систем автоматического управления <sup>4</sup> с импульсным элементом, который преобразует непрерывную величину в периодическую последовательность импульсов. При идеальном импульсном элементе каждый импульс пропорционален дельта-функции, а его интеграл равен входной величине в момент генерации импульса, т.е. непрерывная функция на входе, например,  $x(t)$ , преобразуется в дискретную функцию  $x^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x_n \delta(t - nT)$ , где  $x_n = x(t = nT)$ .

Уравнения /8/ и /9/ соответствуют системе с идеальным импульсным элементом. Структурную схему импульсного реактора можно представить как с одним идеальным импульсным элементом /рис.2а/, так и с тремя, работающими синфазно /рис.2б/. Последняя схема более удобна для получения выражения импульсной передаточной функции реактора  $W^*(p)$ , поскольку и в прямой и в обеих обратных цепях как входными, так и выходными величинами являются дискретные переменные. Импульсный элемент изображен условно в виде ключа, помеченного буквой Т, обозначающей период его замыкания.

Передаточные функции, обозначенные на рис.2,  $W_s(p)$  и  $W_{xP}(p)$ , равны:

$$W_s(p) = \frac{s(p)}{y_n(p)} = k_{sy} \frac{\sum_i \frac{\mu_i}{T_i p + 1}}{1 - k_{\phi} \sum_i \frac{\mu_i}{T_i p + 1}} \quad /10/$$

$$W_{xP}(p) = \frac{x_P(p)}{y_n(p)} = \frac{k_{xP} P_{ин}^0}{(T_{xP} p + 1) (1 - k_{\phi} \sum_i \frac{\mu_i}{T_i p + 1})} \quad /11/$$

где  $p$  - переменная преобразования Лапласа.

Чтобы написать выражения помеченных там же импульсных передаточных функций  $W_s^*(p)$  и  $W_{xP}^*(p)$ , необходимо знать корни характеристического уравнения, которое, как следует из /10/, имеет шестую степень:

$$\prod_{i=1}^6 (T_i p + 1) - k_{\Phi} \sum_{i=1}^6 \frac{\mu_i}{T_i p + 1} \prod_{k=1}^6 (T_k p + 1) = 0. \quad /12/$$

Аналитически вычислить корни нельзя. В связи с этим удобно вместо шести групп запаздывающих нейтронов рассматривать две эквивалентные и перейти таким образом к уравнению второй степени. Удачная аппроксимация шести групп двумя проделана в работе /5/. Так, для случая скачка мощности наибольшая погрешность аппроксимации, приведенная к реактивности, в течение всего переходного процесса не превысила 3,6%. Следует отметить, что как для исходных, так и для эквивалентных групп  $\sum \mu_i = 1$ .

В результате упрощенные выражения  $W_s(p)$  и  $W_{xP}(p)$  можно привести к следующему виду:

$$W_s(p) = \frac{s(p)}{y_n(p)} = \frac{k_{\Phi y}}{k_n} \sum_{i=1}^2 \frac{\mu_{ni}}{T_{ni} p + 1}, \quad /13/$$

$$W_{xP}(p) = \frac{x(p)}{y_n(p)} = \frac{k_{xP} P^{\circ T}}{k_n} \sum_{i=1}^3 \frac{\nu_i}{T_{ni} p + 1}. \quad /14/$$

Здесь  $k_n = 1 - k_{\Phi}$  - доля энергии импульса от всей энергии, выделяемой за период  $T$  в режиме стабильных импульсов. Другие новые параметры, входящие в /13/ и /14/, зависят, помимо прочего, от параметров двух эквивалентных групп  $T_1, T_2, \mu_1, \mu_2$ , а также от их комбинации  $T_3 = \mu_1 T_2 + \mu_2 T_1$ :

$$T_{n1} = \frac{b}{2} + \sqrt{\frac{b^2}{4} - a}, \quad T_{n2} = b - T_{n1},$$

где  $a = T_1 T_2 k_n$ ,  $b = (T_1 + T_2 - k_{\Phi} T_3) / k_n$ ;  $T_{n3} = T_{xP}$  /это обозначение введено для большей компактности записи формулы /14//;

$$\mu_{n1} = (T_{n1} - T_3) (T_{n1} - T_{n2}), \quad \mu_{n2} = 1 - \mu_{n1}.$$

$$\nu_1 = \frac{T_1 T_2 - T_{n1} (T_1 + T_2 - T_{n1})}{(T_{n1} - T_{n2}) (T_{n1} - T_{n3})}$$

$$\nu_2 = \frac{T_1 T_2 - T_{n2} (T_1 + T_2 - T_{n2})}{(T_{n1} - T_{n2}) (T_{n3} - T_{n2})}$$

$$\nu_3 = 1 - \nu_1 - \nu_2.$$

Передаточные функции /13/ и /14/ приведены к сумме соответственно двух и трех передаточных функций инерционных звеньев. Это позволяет достаточно просто получить выражения импульсных передаточных функций цепей обратной связи:

$$W_s^*(p) = \frac{s^*(p)}{e^*(p)} = \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^2 \frac{\mu_{ni}}{T_{ni}} \cdot \frac{\exp(-T/T_{ni})}{\exp(pT) - \exp(-T/T_{ni})}, \quad /15/$$

$$W_{xP}^*(p) = \frac{x_P^*(p)}{e^*(p)} = k_{xP} P^{\circ T} \sum_{i=1}^3 \frac{\nu_i}{T_{ni}} \cdot \frac{\exp(-T/T_{ni})}{\exp(pT) - \exp(-T/T_{ni})}. \quad /16/$$

Наконец, воспользовавшись структурной схемой /рис.2б/, запишем импульсную передаточную функцию реактора

$$W_R^*(p) = \frac{e^*(p)}{x_3^*(p)} = \frac{1}{1 + W_{xP}^*(p) - W_s^*(p)} = \quad /17/$$

$$1 + k_{xP} P^{\circ T} \sum_{i=1}^3 \frac{\nu_i}{T_{ni}} \frac{\exp(-T/T_{ni})}{\exp(pT) - \exp(-T/T_{ni})} - \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^2 \frac{\mu_{ni}}{T_{ni}} \frac{\exp(-T/T_{ni})}{\exp(pT) - \exp(-T/T_{ni})}$$

Здесь  $s^*(p), e^*(p), x_3^*(p), x_P^*(p)$  - соответственно изображения по Лапласу дискретных функций  $s^*(t), e^*(t), x_3^*(t), x_P^*(t)$ ;

$$\sigma = \frac{k_n}{T k_{\Phi y}} - \sum_{i=1}^2 \frac{\mu_{ni}}{T_{ni}} \frac{1}{\exp(T/T_{ni}) - 1};$$

$P^{\circ} = P_{ин}^{\circ} / k_n$  - мощность реактора в базовом режиме.

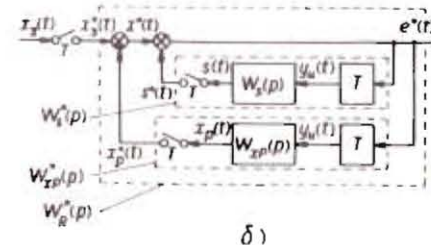
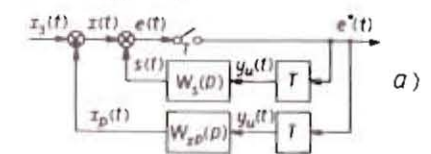


Рис.2. Эквивалентные структурные схемы импульсного реактора.

## ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Частотная импульсная передаточная функция  $W_R^*(j\omega)$  получается из выражения /17/ заменой  $p = j\omega$

$$W_R^*(j\omega) = \frac{e^*(j\omega)}{x_3^*(j\omega)} = |W_R^*(j\omega)| \exp(j\phi_R^*(\omega)) \quad /18/$$

и показывает, какова на разных частотах связь между огибающими дискретных входного и выходного сигналов, когда эти огибающие - синусоидальные. Удобно рассматривать отдельно модуль  $|W_R^*(j\omega)|$  и фазу  $\phi_R^*(\omega) = \arg W_R^*(j\omega)$  комплексной функции  $W_R^*(j\omega)$ , описывающие соответственно отношение амплитуд выходной синусоидальной огибающей к входной и сдвиг по фазе между этими огибающими. Функция /18/ периодическая. Модуль ее - четная функция частоты в интервале  $\omega$  от  $-\pi/T$  до  $\pi/T$  а фаза - нечетная. В связи с этим частотные характеристики рассматриваются в диапазоне частот от 0 до  $\pi/T$ .

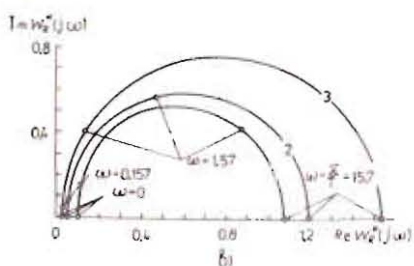
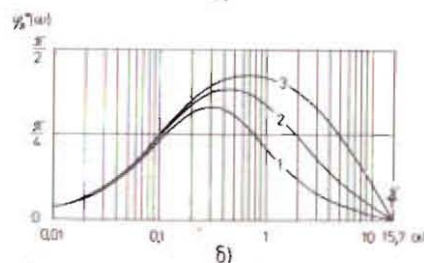
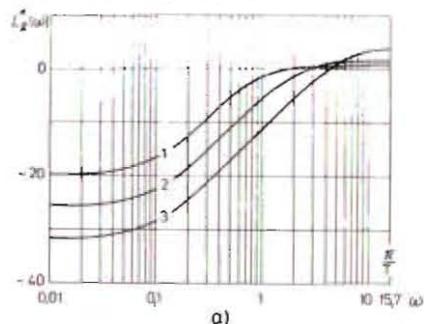


Рис.3. Частотные характеристики импульсного реактора ИБР-2: а - логарифмические амплитудно-частотные, б - логарифмические фазо-частотные, в - амплитудно-фазовые. Кривые 1,2,3 соответствуют различным значениям средней мощности реактора  $P^0 = 1,2,4$  МВт.

На рис.3 показаны логарифмические амплитудные  $L_R^*(\omega) = 20 \lg |W_R^*(j\omega)|$ , логарифмические фазовые  $\phi_R^*(\omega)$  и амплитудно-фазовые  $W_R^*(j\omega)$  частотные характеристики для реактора ИБР-2. Характеристики рассчитаны для трех значений средней мощности реактора  $P^0 / 1,2,4$  МВт/, частоты следования импульсов мощности 5 имп./с  $T = 0,2$  с/ и соответствующей этой частоте шестипроцентной доле фоновой мощности  $K_{\phi} = 0,06$ /. Значения параметров двух эквивалентных групп запаздывающих нейтронов согласно  $\beta'$  приняты равными  $\mu_1 = 0,364$ ,  $\mu_2 = 0,636$ ,  $T_1 = 35,5$  с,  $T_2 = 2,72$  с. Параметры мощностной обратной связи согласно  $\beta'$  приняты равными  $k_{xp} = 0,01$  Б<sub>и</sub>/кВт.  $T_{xp} = 10$  с.

Влияние периодического изменения реактивности /с периодом, кратным периоду импульсов мощности/ на колебания мощности не частотным, а временным методом, рассмотрено в работе [7].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В целях аналитического исследования импульсный реактор периодического действия, для которого допустимо описание импульсов мощности дельта-функциями, представлен как импульсная система с идеальным импульсным элементом. С помощью развитого в теории автоматического управления аппарата исследования импульсных систем получена импульсная передаточная функция, связывающая огибающие отклонений реактивности и относительных отклонений энергии импульсов мощности от их базовых значений. В качестве базовых приняты значения переменных, соответствующие работе реактора со стабильными импульсами мощности. В отличие от общепринятой упрощенной непрерывной модели импульсная модель применима и при низких частотах импульсов мощности. Исходя из полученной импульсной передаточной функции вычислены частотные характеристики реактора ИБР-2.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бондаренко И.И., Стависский Ю.Я. АЭ, 1959, т.7, вып.5, с.417.
2. Денисов В.Д., Попов А.К., Руденко В.Т. ОИЯИ, Р13-81-656, Дубна, 1981.
3. Пепельшев Ю.Н., Попов А.К., Рогов А.Д. ОИЯИ, Р13-83-471, Дубна, 1983.
4. Теория автоматического управления, ч.1 /под ред.А.В.Нетушила/, "Высшая школа", М., 1968.
5. Попов А.К. ОИЯИ, Р5-84-282, Дубна, 1984.
6. Попов А.К. ОИЯИ, Р13-84-338, Дубна, 1984.
7. Шабалин Е.П. ОИЯИ, Р11-85-52, Дубна, 1985.

Рукопись поступила в издательский отдел  
21 ноября 1985 года.

Попов А.К.

13-85-839

Передаточная функция импульсного реактора  
периодического действия

В целях аналитического исследования динамики импульсный реактор периодического действия представлен как импульсная система с идеальным импульсным элементом. С помощью методов теории автоматического управления получена импульсная передаточная функция, связывающая огибающие дискретных переменных - реактивности и энергии импульсов мощности. В отличие от общепринятой упрощенной непрерывной модели импульсная модель применима и при низких частотах импульсов мощности. Приведены вычисленные для импульсной модели частотные характеристики реактора ИБР-2.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод О.С.Виноградовой

Popov A.K.

13-85-839

The Transfer Function of a Periodically  
Pulsed Reactor

For dynamic analysis a pulsed reactor is considered as a pulsed system with an ideal pulsed element. The reactivity power transfer function is obtained by control theory methods. It connects the curves of discrete functions - reactivity and power pulse energy. Unlike a generally accepted simple mean-value reactor model, a pulsed reactor model is applicable to low frequency of power pulsed too. The calculated frequency characteristics of the IBR-2 pulsed reactor model are given.

The investigation has been performed at the Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1985