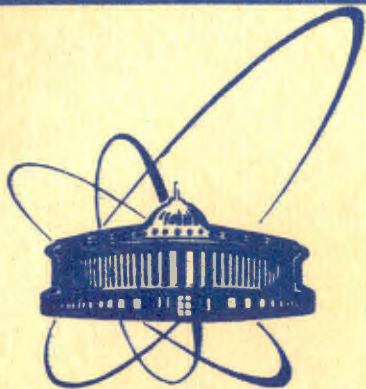


85-33



сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

13-85-33

Ю.В.Никитенко

ЭКРАНИРОВАНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ
СОЛЕНОИДА ЦИЛИНДРИЧЕСКИМ ЭКРАНОМ

1985

ВВЕДЕНИЕ

Задача вычисления коэффициента экранирования магнитного поля экраном с магнитной проницаемостью μ_0 была рассмотрена рядом авторов /1-4/. В /1/ эта задача решена для случая цилиндрического экрана бесконечной длины и перпендикулярного оси экрана внешнего однородного магнитного поля. В /2,3/ рассмотрен случай экранирования цилиндрическим экраном конечных размеров направленного вдоль оси однородного магнитного поля. В /4/ получены выражения для коэффициента экранирования магнитного поля прямой линии с током цилиндрическим и сферическим экранами. В настоящей работе рассмотрен случай цилиндрического экрана бесконечной длины и соосного экрану тонкого соленоида в качестве источника магнитного поля.

1. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ БЕСКОНЕЧНО ТОНКОГО СОЛЕНОИДА

Введем цилиндрическую систему координат с осью z вдоль оси соленоида. Из-за аксиальной симметрии источника магнитного поля отлична от нуля компонента $A_\phi(\rho, z)$ векторного потенциала /5/, удовлетворяющая следующему уравнению:

$$\rho^2 \frac{\partial^2 A_\phi}{\partial \rho^2} + \rho \frac{\partial A_\phi}{\partial \rho} + \rho^2 \frac{\partial^2 A_\phi}{\partial z^2} - A_\phi = 0. \quad /1/$$

Ищем решение уравнения /1/ в виде

$$A_\phi(\rho, z) = A(\rho) \cos kz. \quad /2/$$

Подставляя /2/ в /1/, получим уравнение для $A(\rho)$

$$\left[\rho^2 \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \rho \frac{\partial}{\partial \rho} - (1 + k^2 \rho^2) \right] A(\rho) = 0. \quad /3/$$

Решением /3/ являются модифицированные функции Бесселя первого порядка $I_1(k\rho)$ и $K_1(k\rho)$, поэтому имеем

$$A_\phi(\rho, z) = \int_0^\infty A(k) I_1(k\rho) \cos kz \, dk, \quad \rho < a, \quad /4/$$

$$A_\phi(\rho, z) = \int_0^\infty B(k) K_1(k\rho) \cos kz \, dk, \quad \rho > a,$$



где a - радиус соленоида. Используя соотношения $H_\rho = -\frac{\partial A}{\partial z}$ и $H_z = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho}(\rho A)$ между потенциалом и компонентами магнитного поля, получим

а/ $\rho < a$:

$$H_{z,1} = -\int_0^\infty k A(k) I_0(k\rho) \cos kz dk, \quad H_{\rho,1} = \int_0^\infty k A(k) I_1(k\rho) \sin kz dk; \quad /5/$$

б/ $\rho > a$:

$$H_{z,2} = -\int_0^\infty k B(k) K_0(k\rho) \cos kz dk, \quad H_{\rho,2} = \int_0^\infty k B(k) K_1(k\rho) \sin kz dk. \quad /6/$$

Для компонент магнитного поля в точке $\rho = a$ имеем соотношения

$$H_{z,1} - H_{z,2} = 0,4\pi J, \quad |z| < c, \quad H_{z,1} - H_{z,2} = 0, \quad |z| > c, \quad H_{\rho,1} = H_{\rho,2}, \quad /7/$$

где c - полудлина соленоида, J - ток на единицу длины соленоида. Подставив /5/ и /6/ в /7/, а также домножив на $\cos k'z$ и проинтегрировав по z , получим уравнение для определения $A(k)$:

$$\int_0^\infty k A(k) \left[I_0(ka) + \frac{I_1(ka) K_0(ka)}{K_1(ka)} \right] \int_{-\infty}^\infty \cos kz \cos k'z dz dk = 0,8\pi J \int_0^c \cos k'z dz. \quad /8/$$

Из уравнений /7/ и /8/ имеем

$$B(k) = A(k) \frac{I_1(ka)}{K_1(ka)}, \quad A(k) = \frac{0,8\pi J a K_1(ka) \sin kc}{k}. \quad /9/$$

2. КОЭФФИЦИЕНТ ЭКРАНИРОВАНИЯ ОДНОСЛОЙНОГО ЭКРАНА

При наличии экрана с магнитной проницаемостью μ_0 /рис.1/ магнитное поле представляется так:

а/ для области 1 между соленоидом и экраном

$$H_{z,1,\varepsilon} = \int_0^\infty k \cos kz (A(k) I_0(k\rho) - C(k) K_0(k\rho)) dk, \quad /10/$$

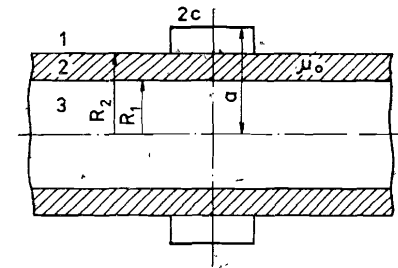
$$H_{\rho,1,\varepsilon} = \int_0^\infty k \sin kz (A(k) I_1(k\rho) + C(k) K_1(k\rho)) dk;$$

б/ для области 2, ограничиваемой поверхностями экрана

$$H_{z,2,\varepsilon} = \int_0^\infty k \cos kz (D(k) I_0(k\rho) - E(k) K_0(k\rho)) dk, \quad /11/$$

$$H_{\rho,2,\varepsilon} = \int_0^\infty k \sin kz (D(k) I_1(k\rho) + E(k) K_1(k\rho)) dk;$$

Рис.1. Цилиндрический экран в магнитном поле соленоида.



в/ для области 3 внутри экрана

$$H_{z,3,\varepsilon} = \int_0^\infty k \cos kz F(k) I_0(k\rho) dk, \quad H_{\rho,3,\varepsilon} = \int_0^\infty k \sin kz F(k) I_1(k\rho) dk. \quad /12/$$

На границах раздела сред R_1 и R_2 , являющихся внутренним и внешним радиусами экрана, имеем систему четырех уравнений для определения $C(k)$, $D(k)$, $E(k)$ и $F(k)$:

$$\begin{aligned} H_{z,1,\varepsilon}(R_1) &= H_{z,2,\varepsilon}(R_1), & H_{\rho,1,\varepsilon}(R_1) &= \mu_0 H_{\rho,2,\varepsilon}(R_1), \\ H_{z,2,\varepsilon}(R_2) &= H_{z,3,\varepsilon}(R_2), & \mu_0 H_{\rho,2,\varepsilon}(R_2) &= H_{\rho,3,\varepsilon}(R_2). \end{aligned} \quad /13/$$

Решая систему /13/, имеем, в частности, для $F(k)$

$$F(k) = \mu_0 \cdot A(k) \cdot \frac{G(kR_1) \cdot G(kR_2)}{P(kR_1) \cdot R(kR_2) - (1 - \mu_0)^2 S(kR_1, kR_2)}, \quad /14/$$

где $G(kR_i) = I_0(kR_i) K_1(kR_i) + I_1(kR_i) K_0(kR_i)$, $i = 1 \div 2$,

$$P(kR_1) = -\mu_0 I_0(kR_1) K_1(kR_1) + I_1(kR_1) K_0(kR_1),$$

$$R(kR_2) = \mu_0 I_1(kR_2) K_0(kR_2) + I_0(kR_2) K_1(kR_2),$$

$$S(kR_1, kR_2) = I_0(kR_1) I_1(kR_1) K_0(kR_2) K_1(kR_2).$$

Коэффициенты экранирования компонент магнитного поля определяются из соотношений

$$\eta_z(\rho, z) = \frac{H_{z,1}(\rho, z)}{H_{z,3,\text{э}}(\rho, z)}, \quad \eta_\rho(\rho, z) = \frac{H_{\rho,1}(\rho, z)}{H_{\rho,3,\text{э}}(\rho, z)} \quad /15/$$

3. РАСЧЕТ ДЛЯ ОДНОСЛОЙНОГО ЭКРАНА

На рис.2 представлены результаты расчетов $\eta(0, z)$ и $\eta(\rho, 0)$. Выбраны следующие параметры: $R_1 = 0,99$; $R_2 = 1$; $a = 1,001$ и $c = 0,1$; 1 ; 10 . Из приведенных зависимостей можно сделать вывод, что сильная зависимость коэффициентов экранирования от

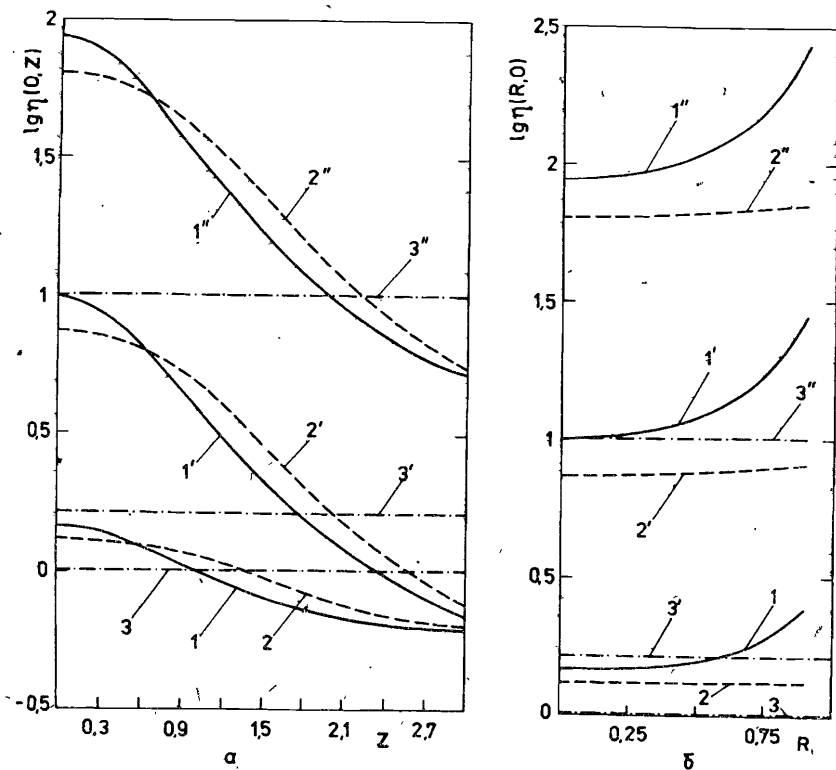


Рис.2. Зависимости коэффициентов экранирования $\eta(0, z)$ и $\eta(\rho, 0)$ магнитного поля соленоида с радиусом $a = 1,001$ и полудлиной c экраном с внутренним радиусом $R_1 = 0,99$, внешним радиусом $R_2 = 1$ и магнитной проницаемостью μ_0 : $1, 2, 3 - \mu_0 = 10^2$; $1', 2', 3' - \mu_0 = 10^4$; $1'', 2'', 3'' - \mu_0 = 10^6$. $1, 1', 1'' - c = 0,1$; $2, 2', 2'' - c = 1$; $3, 3', 3'' - c = 10$.

координат, то есть сильная перестройка конфигурации поля соленоида, наблюдается при условии $2c / (R_1 + R_2) < 1$. В пределе больших значений $\mu_0(R_2 - R_1) > 10^5$ см поведение коэффициентов экранирования описывается зависимостью $\eta = A\mu_0$, где A является функцией длины соленоида и координат.

На рис.3 показаны силовые линии магнитного поля соленоида с радиусом $a = 1,001$ и полушириной $c = 0,1$ без экрана и с экраном с $R_1 = 0,99$, $R_2 = 1$ и $\mu_0 = 100$. Из рисунка можно заключить, что магнитное поле соленоида в объеме внутри экрана становится более однородным.

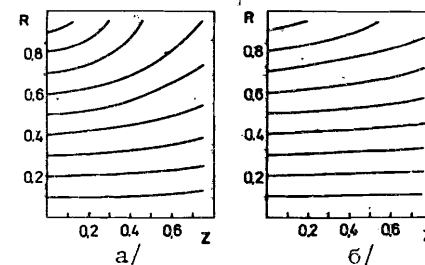


Рис.3. Силовые линии магнитного поля соленоида с $a = 1,001$ и $c = 1$ без экрана а/ и с экраном б/ с $\mu_0 = 100$, $R_1 = 0,99$ и $R_2 = 1$.

4. РАСЧЕТ ДЛЯ ПЯТИСЛОЙНОГО ЭКРАНА

Был выполнен расчет коэффициента экранирования $\eta(0, 0)$ для пятислойного экрана ^{/6/} с отношением длины экрана к его диаметру, равным $2,35$, магнитного поля соленоида длиной 4 см и радиусом 75 см. Магнитное поле в этом случае записывается в 11 областях пространства, разделяемых радиусами слоев экрана. Аналогично ^{/13/} записывается система из двадцати уравнений. В результате расчета на ЭВМ получено значение коэффициента экранирования $\eta(0, 0) = 18,2$ при магнитной проницаемости слоев экрана $\mu_0 = 17 \cdot 10^3$. Экспериментально измеренное значение $\eta(0, 0) = 51$. Такое большое различие расчетного значения коэффициента экранирования с экспериментальным подтверждает вывод авторов работ ^{/2,3/} о том, что коэффициент экранирования компоненты поля вдоль оси экрана конечной длины в значительной степени определяется отношением длины экрана к его диаметру.

Благодарю В.К.Игнатовича и В.В.Голикова за обсуждение этой работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стреттон Д.А. Теория магнетизма. ОГИЗ, М.-Л., 1948.
2. Mager A. J.Appl.Phys., 1968, 39, p.1914.
3. Mager A. ETZ-A, 1968, 89, p.11.
4. Никитенко Ю.В., Таран Ю.В. ОИЯИ, P13-10067, Дубна, 1976.
5. Hanson R.I., Pipkin F.M. Rev-Sci.Instr., 1965, 36, p.179.
6. Алексеев Н.А. и др. ОИЯИ, P13-9221, Дубна, 1975.

СООБЩЕНИЯ, КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ, ПРЕПРИНТЫ И СБОРНИКИ ТРУДОВ КОНФЕРЕНЦИЙ, ИЗДАВАЕМЫЕ ОБЪЕДИНЕННЫМ ИНСТИТУТОМ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ, ЯВЛЯЮТСЯ ОФИЦИАЛЬНЫМИ ПУБЛИКАЦИЯМИ.

Ссылки на СООБЩЕНИЯ и ПРЕПРИНТЫ ОИЯИ должны содержать следующие элементы:

- фамилии и инициалы авторов,
- сокращенное название Института /ОИЯИ/ и индекс публикации,
- место издания /Дубна/,
- год издания,
- номер страницы /при необходимости/.

Пример:

1. *Первушин В.Н. и др. ОИЯИ, P2-84-649, Дубна, 1984.*

Ссылки на конкретную СТАТЬЮ, помещенную в сборнике, должны содержать:

- фамилии и инициалы авторов,
- заглавие сборника, перед которым приводятся сокращенные слова: "В кн."
- сокращенное название Института /ОИЯИ/ и индекс издания,
- место издания /Дубна/,
- год издания,
- номер страницы.

Пример:

Колпаков И.Ф. В кн. XI Международный симпозиум по ядерной электронике, ОИЯИ, D13-84-53, Дубна, 1984, с.26.

Савин И.А., Смирнов Г.И. В сб. "Краткие сообщения ОИЯИ", № 2-84, Дубна, 1984, с.3.

Принимается подписка на препринты и сообщения Объединенного института ядерных исследований.

Установлена следующая стоимость подписки на 12 месяцев на издания ОИЯИ, включая пересылку, по отдельным тематическим категориям:

ИНДЕКС	ТЕМАТИКА	Цена подписки на год
1.	Экспериментальная физика высоких энергий	10 р. 80 коп.
2.	Теоретическая физика высоких энергий	17 р. 80 коп.
3.	Экспериментальная нейтронная физика	4 р. 80 коп.
4.	Теоретическая физика низких энергий	8 р. 80 коп.
5.	Математика	4 р. 80 коп.
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия	4 р. 80 коп.
7.	Физика тяжелых ионов	2 р. 85 коп.
8.	Криогеника	2 р. 85 коп.
9.	Ускорители	7 р. 80 коп.
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных	7 р. 80 коп.
11.	Вычислительная математика и техника	6 р. 80 коп.
12.	Химия	1 р. 70 коп.
13.	Техника физического эксперимента	8 р. 80 коп.
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами	1 р. 70 коп.
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях	1 р. 50 коп.
16.	Дозиметрия и физика защиты	1 р. 90 коп.
17.	Теория конденсированного состояния	6 р. 80 коп.
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники	2 р. 35 коп.
19.	Биофизика	1 р. 20 коп.

Подписка может быть оформлена с любого месяца текущего года.

По всем вопросам оформления подписки следует обращаться в издательский отдел ОИЯИ по адресу: 101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79.

Никитенко Ю.В.

13-85-33

Экранирование магнитного поля соленоида цилиндрическим экраном

Получено выражение для коэффициента экранирования магнитного поля тонкого соленоида цилиндрическим экраном бесконечной длины с произвольным значением магнитной проницаемости. Проведены расчеты коэффициента экранирования и топографии магнитного поля для конкретных параметров соленоида и экрана.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод О.С.Виноградовой

Nikitenko Yu.V.

13-85-33

Screening of Solenoid Magnetic Field by the Cylindrical Screen

Formula is obtained for the screening coefficient of the magnetic field created by a solenoid placed outside the cylindrical magnetic screen with arbitrary magnetic permeability. Calculations of the screening coefficient and magnetic field topography for specific parameters of the solenoid and screen are performed.

The investigation has been performed at the Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1985