

8296

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



8296

Экз. чит. зала

13 - 8296

С.Г.Басиладзе

МЕТОД
ВЫЧИСЛЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНОЙ ЛИНЕЙНОСТИ
АНАЛОГОВЫХ СХЕМ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

13 - 8296

С.Г.Басиладзе

МЕТОД
ВЫЧИСЛЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНОЙ ЛИНЕЙНОСТИ
АНАЛОГОВЫХ СХЕМ

**Научно-техническая
библиотека
ОИЯИ**

Басиладзе С.Г.

13 - 8296

Метод вычисления интегральной линейности аналоговых схем.

Предложен аналитический метод вычисления интегральной линейности монотонно изменяющихся, а также N- и S-образных характеристик аналоговых схем. Отдельно рассмотрена методика нахождения интегральной линейности цифроаналоговых преобразователей.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований
Дубна, 1974

Линейность является одной из важнейших характеристик аналоговых схем. В основе понятия интегральной линейности лежит замена реальной передаточной характеристики схемы /прибора/ прямой линией /шкалой/ ^{/1-4/} в целях упрощения считывания результатов измерений. Подобная аппроксимация приводит к появлению систематической ошибки в результатах измерений. Мерой этой ошибки обычно принято считать ее максимальную величину в рабочем диапазоне схемы ^{/1,2,4,5-7/}. Очевидно, что аппроксимация должна быть проведена таким образом, чтобы наибольшее отклонение реальной передаточной характеристики от аппроксимирующей прямой было минимально возможным. Эквивалентным этому является условие заключения реальной передающей характеристики блока между двумя ограничительными параллельными прямыми таким образом /рис. 1/, чтобы расстояние между ними было минимальным. Тогда средняя линия и будет являться аппроксимирующей прямой, а расстояние от нее до внешних прямых - мерой систематической ошибки /точности/ измерений. Численно интегральная линейность определяется как отношение этой величины к максимальной величине отсчета * и совпадает с классом точности измерительных приборов ^{/4/}. Другие способы аппроксимации ^{/3/}, и, в частности, метод наименьших квадратов ^{/8,9/}, приводят к большей величине максимальной ошибки, так как основаны на минимизации сумм погрешностей.

* За вычетом пьедестала.

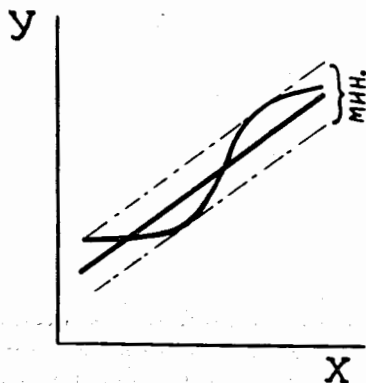


Рис. 1. Графический способ определения интегральной линейности передаточной характеристики.

Целью работы являлось нахождение простых приемов, позволяющих производить вычисления интегральной линейности схем на основании данных калибровочных измерений. Анализируются случаи монотонно изменяющихся, а также N- и S-образных передаточных характеристик, наиболее часто встречающихся в практике. Отдельно рассмотрен способ вычисления линейности цифро-аналоговых преобразователей.

Предположим, что в результате калибровочных измерений получен некоторый набор данных, отражающих реальную передаточную характеристику схемы:

$$X_1 \quad X_2 \quad X_3 \quad \dots \quad X_i \quad \dots \quad X_n \quad /1/$$

$$Y_1 \quad Y_2 \quad Y_3 \quad \dots \quad Y_i \quad \dots \quad Y_n$$

Обозначим коэффициенты наклона прямых, проходящих через первую точку и все последующие, через:

$$K_{1,2}; K_{1,3}; K_{1,4}; \dots; K_{1,i}; \dots; K_{1,n} \quad /2/$$

где

$$K_{1,i} = \frac{Y_i - Y_1}{X_i - X_1}$$

Рассмотрим вначале простейший случай, т.е. когда произведено всего три измерения:

$$\begin{matrix} X_1 & X_2 & X_3 \\ Y_1 & Y_2 & Y_3 \end{matrix}$$

/3/

Легко представить, как относительно этих трех точек провести прямую с тем, чтобы отклонение было минимальным. Искомая прямая должна пройти так, чтобы расстояния вдоль оси Y от каждой точки до этой прямой были равны /рис. 2/. Любая другая прямая будет иметь большее максимальное отклонение. Это соответствует случаю, когда ограничительные параллельные проходят одна через точки 1 и 3, а другая - через точку 2. Из этого следует, что аппроксимирующая прямая имеет коэффициент наклона, равный $K_{1,3}$, ее уравнение выражено функцией

$$Y = K_{1,3} \cdot (X - X_1) + 0,5 [Y_2 + Y_1 - K_{1,3} (X_2 - X_1)], \quad /4a/$$

а интегральная линейность равна:

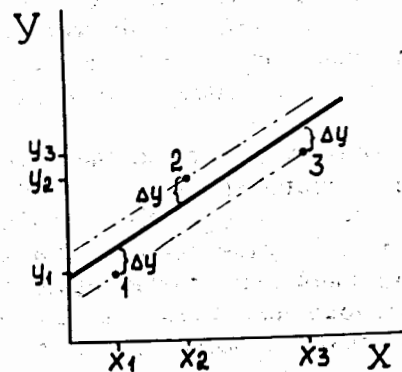


Рис. 2. Проведение аппроксимирующей прямой по трем точкам калибровочных измерений.

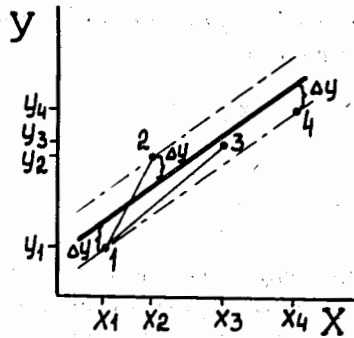


Рис. 3. Проведение аппроксимирующей прямой по четырем точкам, лежащим по одну сторону от прямой "1-4".

$$\delta = \frac{|[Y_2 - Y_1 - K_{1,3} (X_2 - X_1)]|}{2[Y_3 - Y_1 + K_{1,3} \cdot X_1]} \quad /46/$$

Перейдем теперь к случаю четырех точек измерений. Как и прежде, нам надо найти три опорные точки, жестко определяющие положение ограничительных параллельных. Одна из точек измерений должна попасть внутрь "коридора ошибок". Очевидно, что случай, когда две внутренние точки лежат по одну сторону от прямой, проходящей через крайние точки "1-4", сводится к предыдущему /рис. 3/. В качестве третьей, определяющей, из средних надо взять ту точку, отклонение которой от этой прямой максимально.

Более интересен вариант, когда внутренние точки лежат по разные стороны от прямой "1-4" /рис. 4/, т.е. когда $K_{1,2} > K_{1,4}$ и $K_{1,3} < K_{1,4}$, либо $K_{1,2} < K_{1,4}$ и $K_{1,3} > K_{1,4}$. В этом случае процедуру нахождения ограничительных параллельных можно представить следующим образом. Необходимо провести произвольным образом две параллельные прямые через точки 2 и 3 и поворачивать их в сторону уменьшения расстояния /на рис. 4 - по часовой стрелке/ до тех пор, пока одна из

точек, 1 или 4, не окажется на границе выхода из "коридора ошибок". Таким образом, видно, что в зависимости от конкретного расположения точек коэффициент наклона аппроксимирующей прямой равен $K_{1,3}$, если расстояние от точки 2 до прямой "1-3" больше, чем расстояние до нее точки 4, в противном случае аппроксимирующая прямая параллельна прямой "2-4" /рис. 4/. При первом соотношении из опорных исключается точка 4, а при обратном - точка 1, т.к. ее расстояние до прямой "2-4" будет заведомо меньше, чем у точки 3. Порядок численного нахождения параметров аппроксимирующей прямой такой же, как для случая трех точек, только за опорные берутся либо точки 1-2-3, либо точки 2-3-4.

Рассмотренных нами примеров достаточно для того, чтобы построить общую методику вычисления интегральной линейности монотонно изменяющихся, а также N- и S-образных кривых при большом числе точек измерения.

Набор результатов калибровочных измерений /1/, представляющих монотонно изменяющуюся кривую, обсчитывается по способу трех точек. Первой и третьей являются крайние точки кривой, а промежуточная нахо-

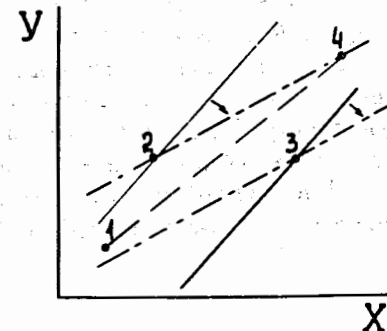


Рис. 4. Нахождение ограничивающих параллельных по четырем точкам в случае N-образной передаточной характеристики.

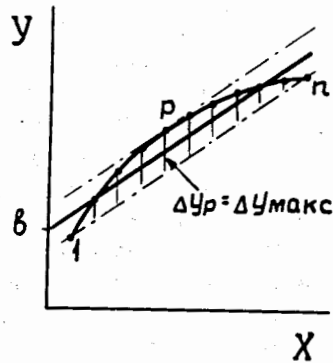


Рис. 5. Нахождение трех опорных точек для монотонно изменяющейся кривой при большом числе точек измерения.

дится поиском "пиковой" точки Р /рис. 5/, у которой отклонение от прямой, проходящей через крайние точки ("1-n"), максимально.

Аналогичным образом обсчитываются N-, S-образные и более сложные кривые /рис. 6, рис. 3/, находящиеся по одну сторону от прямой "1-n".

Для N- и S-образных кривых, находящихся по обе стороны от указанной прямой, данные обсчитываются по способу четырех точек. Находится точка m /рис. 7а/ с экстремальным коэффициентом $K_{1,i}$. Затем находится относительная пиковая точка R для участка "1-m", имеющая максимальную величину отклонения от прямой "1-m". Величина этого отклонения сравнивается с отклонением от этой прямой точки n, и в случае, если $|\Delta Y_R| \geq |\Delta Y_n|$, то характеристики интегральной линейности вычисляются по точкам 1-R-m. Если $|\Delta Y_R| < |\Delta Y_n|$, то за первую опорную точку берется точка n, повторяется процедура нахождения точек m' и R' относительно точки n /рис. 7б/* и вычисляются характеристики интегральной линейности по точкам n-R'-m'.

* Естественно, что точки m' и R' находятся в окрестности точек R и m либо совпадают с ними.

Методика вычисления интегральной линейности. Исходя из вышесказанного можно предложить следующую общую последовательность вычисления интегральной линейности. Для набора точек /1/ вычисляются коэффициенты /2/. На основании закона изменения $K_{1,i}$ выносится заключение о типе кривой.

1. Если

$$K_{1,n} \leq \{ K_{1,i} \} \quad /5a/$$

либо

$$K_{1,n} \geq \{ K_{1,i} \}, \quad /5б/$$

то находится максимальная величина отклонения точек калибровки от прямой "1-n":

$$\Delta Y_p = \max \{ (K_{1,i} - K_{1,n})(X_i - X_1) \}, \quad /6/$$

где $2 \leq i \leq (n-1)$.

Формулы для определения аппроксимирующей прямой и вычисления коэффициента нелинейности будут иметь следующий вид:

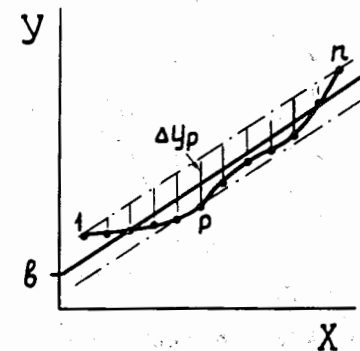


Рис. 6. Нахождение трех опорных точек для кривой, находящейся по одну сторону от прямой "1-n".

$$Y = K_{1,n} \cdot X + (Y_1 - K_{1,n} \cdot X_1 + 0,5 \Delta Y_p), \quad /7a/$$

$$\delta = \frac{|\Delta Y_p|}{2(Y_n - Y_1 + K_{1,n} \cdot X_1)} \approx \frac{|\Delta Y_p|}{2K_{1,n} \cdot X_n}. \quad /7b/$$

2. Если в распределении $K_{1,i}$ имеется экстремум, т.е.

$$K_{1,m} < \{K_{1,i}\} \quad /N\text{-образная кривая}/ \quad /8a/$$

либо

$$K_{1,m} > \{K_{1,i}\} \quad /S\text{-образная кривая}/, \quad /8b/$$

то находится точка R, такая, что

$$\Delta Y_R = \max \{ (K_{1,i} - K_{1,m}) \cdot (X_i - X_1) \}, \quad /9/$$

где

$$2 \leq i \leq (m-1);$$

а/ если $K_{1,m} < \{K_{1,i}\}$ и выполняется условие

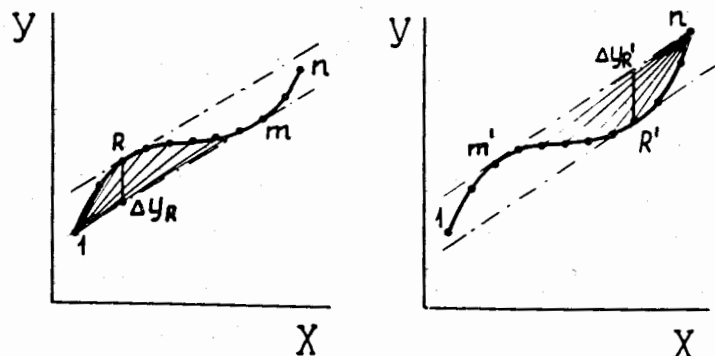


Рис. 7. Нахождение трех опорных точек для N-образной кривой а/ в случае, когда точка n лежит внутри "коридора ошибок"; б/ в случае, когда точка 1 лежит внутри коридора ошибок.

$$\Delta Y_n = (K_{1,n} - K_{1,m})(X_n - X_1) \leq \Delta Y_R, \quad /10a/$$

либо если $K_{1,m} > \{K_{1,i}\}$ и выполняется условие /с учетом знаков/

$$\Delta Y_n \geq \Delta Y_R, \quad /10b/$$

то формулы для определения интегральной линейности имеют вид

$$Y = K_{1,m} \cdot X + (Y_1 - K_{1,m} \cdot X_1 + 0,5 \Delta Y_R), \quad /11a/$$

$$\delta = \frac{|\Delta Y_R|}{2K_{1,m} \cdot X_n}; \quad /11b/$$

б/ если условие /10a/ и /10b/ не выполняется, то находится точка m', у которой

$$K_{m',n} < \{K_{i,n}\},$$

либо

$$K_{m',n} > \{K_{i,n}\}.$$

Определяется точка R', у которой

$$\Delta Y_{R'} = \max \{ (K_{m',n} - K_{i,n}) (X_n - X_i) \}, \quad /12/$$

где $(m'+1) \leq i \leq (n-1)$.

В этом случае

$$Y = K_{m',n} \cdot X + (Y_n - K_{m',n} \cdot X_n + 0,5 \Delta Y_{R'}), \quad /13a/$$

$$\delta = \frac{|\Delta Y_{R'}|}{2K_{m',n} \cdot X_n}. \quad /13b/$$

3. Для сложных кривых, имеющих несколько экстремумов в распределении $K_{1,i}$, например, с числом пересечений прямой "1-n", большим единицы, рассматриваемый метод применим, если:

а/ выполняются условия /10а/ или /10б/ для точки n' , имеющей максимальное отклонение от прямой "1- m' " на участке "1- n' "; тогда вычисление интегральной линейности ведется по формулам /11/;

б/ условия /10а/ или /10б/ не выполняются, но после нахождения точки m' оказалось, что в случае $K_{m',n} < \{K_{i,n}\}$ выполняется соотношение:

$$\Delta Y_{1'} = (K_{m',n} - K_{1',n})(X_n - X_{1'}) \geq \Delta Y_{R'} \quad /14а/$$

либо для $K_{m',n} > \{K_{i,n}\}$ выполняется соотношение

$$\Delta Y_{1'} \leq \Delta Y_{R'} \quad /14б/$$

для точки 1', имеющей максимальное отклонение от прямой "1- m' " на участке "1- m' ", то результат находится по формулам /13/.

Если одновременно не выполняются условия /10/ и /14/, то, следовательно, ограничительные параллельные не будут проходить ни через точку 1, ни через точку n , например, при очень большом числе пересечений прямой "1- n ". Рассмотренный метод вычислений в этом случае непосредственно не применим. Подобные кривые, однако, редко встречаются на практике.

Вычисление линейности ЦАП. В цифроаналоговых преобразователях основной вклад в нелинейность /погрешность/ передаточной характеристики дает обычно несоответствие весов отдельных разрядов ряду 1, 2, 4, 8, ... Схема суммирования уровней, задаваемых отдельными разрядами, вносит существенно меньшую нелинейность. Поэтому в большинстве случаев заключение о линейности ЦАП можно сделать только на основании измерения уровней сигналов, даваемых каждым из разрядов в отдельности. Однако число возможных комбинаций уровней, т.е. число точек на передаточной характеристике, все равно велико: 2^ℓ , где ℓ - число разрядов ЦАП. Поэтому нахождение аппроксимирующей прямой методом, изложенным выше, представляет собой достаточно трудоемкую задачу.

Ситуация существенно упрощает тот факт, что рас-

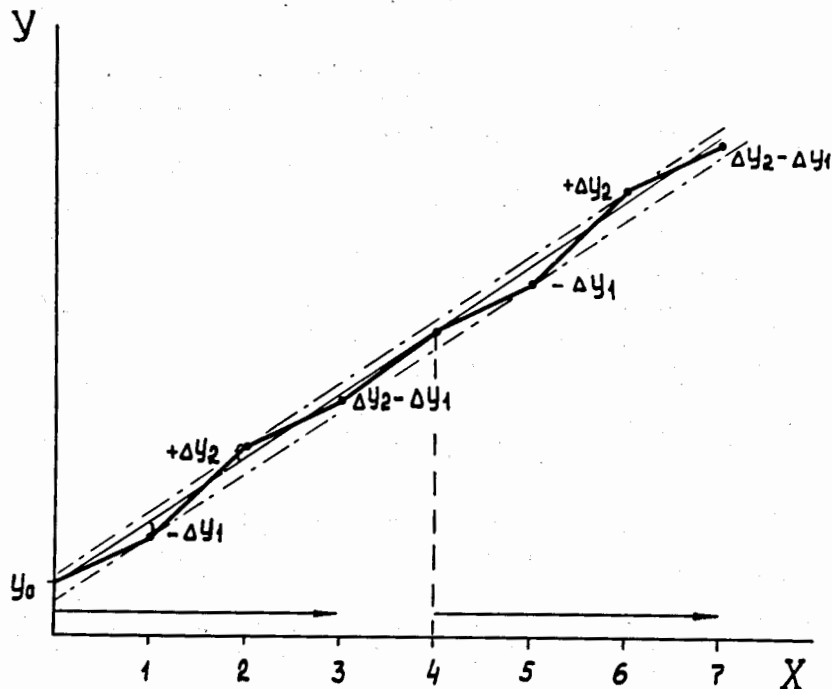


Рис. 8. Нахождение ограничительных параллельных для трехразрядного ЦАП.

пределение на передаточной характеристике точек, расположенных выше старшего разряда

$$Y_\ell; Y_\ell + Y_1 - Y_0; Y_\ell + Y_2 - Y_0; Y_\ell + Y_2 + Y_1 - 2Y_0; \dots \quad /15а/$$

повторяет распределение точек на участке $Y_0 \div Y_{\ell-1}$ /рис. 8/:

$$Y_0; Y_1; Y_2; Y_2 + Y_1 - Y_0; \dots \quad /15б/$$

Здесь Y_0 - начальный уровень на выходе ЦАП, $Y_1 \dots Y_\ell$ - выходные уровни отдельных разрядов.

Симметрия расположения точек относительно пря-

мой $(0, Y_0) \div (2^{(\ell-1)}, Y_\ell)$ позволяет сделать вывод, что аппроксимирующая прямая должна быть параллельна ей. Следовательно, "коридор ошибок" задается суммой отклонений весов $(1 \div (\ell-1))$ разрядов от теоретического ряда 1, 2, 4, 8, ... /рис. 8/, т.е.:

$$\delta = \frac{\sum_{i=1}^{\ell} |Y_i - Y_0 - (Y_\ell - Y_0) / 2^{(\ell-i)}|}{2 \sum_{i=1}^{\ell} (Y_i - Y_0)}, \quad /16a/$$

$$Y = (Y_\ell - Y_0) X / 2^{(\ell-1)} + Y_0 + 0,5(\Sigma \Delta Y^+ - \Sigma \Delta Y^-), \quad /16b/$$

где $\Sigma \Delta Y^+$, $\Sigma \Delta Y^-$ есть суммы положительных и отрицательных отклонений величин $(Y_i - Y_0) / 2^{(\ell-i)}$.

Проверку линейности выходного сумматора можно провести по крайней точке, соответствующей сумме весов, т.е. с абсциссой $(2^\ell - 1)$ на передаточной характеристике. Величина Y_Σ не должна выходить из "коридора ошибок":

$$\frac{(Y_\ell - Y_0)(2^\ell - 1)}{2^{(\ell-1)}} + Y_0 - \Sigma \Delta Y^- \leq Y_\Sigma \leq \frac{(Y_\ell - Y_0)(2^\ell - 1)}{2^{(\ell-1)}} + Y_0 + \Sigma \Delta Y^+ \quad /17/$$

Приложение

Проиллюстрируем порядок вычислений двумя реальными примерами.

Вычисление интегральной линейности ряд-цифрового преобразователя. Для определения интегральной линейности были измерены 16 точек на передаточной характеристике.

№: 1	2	3	4	5	6	7	8
X: 0	6	12	18	24	30	60	90
Y: 10	13	16	19	22	25	41	58
№: 9	10	11	12	13	14	15	16
X: 120	150	180	186	192	198	204	210
Y: 74	90	107	110	113	116	120	123

Вычисляем коэффициенты $K_{1,i}$:

№: 1	2	3	4	5	6	7	8
	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5166	0,5333
№: 9	10	11	12	13	14	15	16
	0,5333	0,5333	0,5388	0,5376	0,5364	0,5353	0,5392
						↑	макс

Убеждаемся, что кривая имеет два пересечения с прямой "1-п": в интервалах 10 - 11 и 14 - 15.

Как видим, точке m соответствует т. №15. Вычисляем величины $(\Delta Y_i)_{1-m}$ в целях нахождения $\Delta Y_{\text{макс}}$. Из анализа конкретных величин $K_{1,i}$ видно, что достаточно проверить точки 6, 7, 10, 14 и 15 ($n' = n$).

№:671014,	15.	
$(\Delta Y_i)_{1-m}$	-1,1760	1,356	-0,8850	-0,7722	-0,2448
	↑				R

Убеждаемся, что точка №6 удовлетворяет условию /10б/, тогда $Y = 0,5392 \cdot X + 9,4120$;

$$\delta = 0,52\%.$$

Для сравнения отметим, что по методу наименьших квадратов получаются следующие величины:

$$Y = 0,5406 \cdot X + 9,3007;$$

$$\delta = 0,65\%.$$

Вычисление линейности 8-разрядного ЦАП. В результате измерений получены величины уровней для каждого из разрядов и для их суммы:

№:	0	1	2	3	4
X:	0	1	2	4	8
Y:	0,0034	0,0169	0,0319	0,0622	0,1219
№:	5	6	7	8	Σ
X:	16	32	64	128	255
Y:	0,2415	0,4811	0,9603	1,9199	3,8121

Находим величины: $\Delta Y_i = Y_i - Y_0 - (Y_\ell - Y_0) / 2^{(\ell-i)}$:

№:	1	2	3	4	5
	-0,0014	-0,0014	-0,0010	-0,0013	-0,0014
№:	6	7	8		
	-0,0014	-0,0014	0,0000,		

по которым вычисляем:

$$\delta = 0,12\%;$$

$$Y = 0,014972 \cdot X + 0,0090.$$

Находим допустимые положения границы крайней точки передаточной характеристики: верхняя граница - 3,8212, нижняя граница - 3,8120, и убеждаемся в линей-

ности схемы суммирования во всем диапазоне выходных сигналов.

В заключение автор хочет поблагодарить В.Л.Пахомова и Нгуена Вьет Зунга за содействие в работе.

Литература

1. A.N.Shell. *Nuclear Instruments and Their Uses*, John Wiley and Sons, 1962.
2. А.А.Санин. *Электронные приборы ядерной физики*. Наука, М., 1964.
3. Р.С.Гуттер, Б.В.Овчинский. *Элементы численного анализа и математической обработки результатов опыта*. Физматгиз, М., 1962.
4. В.О.Арутюнов. *Электрические измерительные приборы и измерения*. ГЭИ, М.-Л., 1958.
5. Р.Байер, М.Надаховски. *Материалы I Симпозиума по ядерной электронике, 14 - 19 октября, Будапешт, 1963*. Издание ОИЯИ, 1677, Дубна, 1964.
6. Х.Фаульших. *Материалы I Симпозиума по ядерной электронике, 14 - 19 октября, Будапешт, 1963*. Издание ОИЯИ, 1677, Дубна, 1964.
7. Б.Кралчек. *Материалы I Симпозиума по ядерной электронике, 14 - 19 октября, Будапешт, 1963*. Издание ОИЯИ, 1677, Дубна, 1964.
8. Т.В.Беспалова и др. *Труды VII Международного симпозиума по ядерной электронике, Будапешт 17 - 23 сентября, 1973*. Издание ОИЯИ, Д13-7616, Дубна, 1974.
9. R.Lefevre, H.Roguefort. *Note CEA-N-1633, Saclay 1973*.

Рукопись поступила в издательский отдел
1 октября 1974 года.