

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



СЗУУ,1Р

Б-254

16/14

13 - 6929

1433/2-73

В.В.Бармин, В.Б.Виноградов, Г.В.Давиденко,
А.Г.Долголенко, В.А.Максименко

КИНЕМАТИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ РАСПАДОВ
 K^0 -МЕЗОНОВ С ОБРАЗОВАНИЕМ π^0 -МЕЗОНОВ
И γ -КВАНТОВ

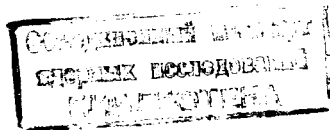
1973

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

В.В.Бармин*, В.Б.Виноградов, Г.В.Давиденко*,
А.Г.Долголенко*, В.А.Максименко

КИНЕМАТИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ РАСПАДОВ
 K^0 -МЕЗОНОВ С ОБРАЗОВАНИЕМ π^0 -МЕЗОНОВ
И γ -КВАНТОВ

* Сотрудники Института теоретической и
экспериментальной физики, г. Москва



1. Введение

Одним из важных этапов обработки данных, получаемых с помощью трековых приборов, является кинематическая идентификация событий /1/, которая позволяет вычислить вероятность предполагаемой гипотезы, улучшить отношение эффект/фон, выяснить правильность определения погрешностей кинематических параметров частиц.

В настоящей работе описана система программ, которая была разработана для кинематической идентификации распадов K^0 -мезонов:

$$K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0, \quad \pi^0 \rightarrow 2\gamma \quad /1/$$

$$K^0 \rightarrow 2\pi^0, \quad \pi_1^0 \rightarrow 2\gamma, \quad \pi_2^0 \rightarrow 2\gamma \quad /2/$$

$$K^0 \rightarrow 3\pi^0, \quad \pi_1^0 \rightarrow 2\gamma, \quad \pi_2^0 \rightarrow 2\gamma, \quad \pi_3^0 \rightarrow 3\gamma \quad /3/$$

$$K^0 \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma, \quad \pi^0 \rightarrow 2\gamma \quad /4/$$

$$K^0 \rightarrow 2\gamma \quad /5/$$

Данная система программ разработана для анализа указанных распадов в условиях эксперимента, выполняемого с помощью 180-литровой ксеноновой пузырьковой камеры /2/, экспонировавшейся в нейтральном пучке протонного синхротрона ИТЭФ. Распады K^0 -мезонов происходили внутри вакуумной трубки, расположенной вдоль оси камеры. Гамма-кванты от распада K^0 -мезонов и π^0 -мезонов регистрировались в камере с ≈ 95 -процентной эффективностью по электрон-позитронным ливням конверсии. Углы вылета γ -квантов и π^\pm -мезонов, а также полные длины электрон-позитронных ливней и пробеги π^\pm -мезонов измерялись с помощью стереопроектора /3/.

Входной информацией в программу служат измерения кинематических параметров /импульса P , азимутального угла ϕ и глубинного угла λ / * π^\pm - мезонов и γ - квантов и величин азимутального (ϕ_k) и глубинного (λ_k) углов направления движения K^0 - мезонов, а также погрешности измерения указанных величин. Поскольку входная информация имеет довольно общий характер, то созданные программы могут использоваться для кинематической идентификации распадов K^0 - мезонов /1/- /5/, регистрируемых с помощью различных трековых детекторов.

2. Метод кинематической идентификации

Для кинематической идентификации распадов K^0 - мезонов нами был использован обобщенный метод наименьших квадратов с неопределенными множителями Лагранжа в виде, предложенном в работе /4/.

В этом методе минимизируется функционал:

$$\chi^2(m, x, a) = (m - m^0)^T G_m (m - m^0) + 2a^T f(m, x), \quad /6/$$

где $m = (m_1, \dots, m_l)$ - вектор измеренных переменных,
 $x = (x_1, \dots, x_j)$ - вектор неизвестных переменных,
 $f(m, x) = (f_1, \dots, f_k)$ - вектор уравнений связи /законов сохранения энергии - импульса/,
 $a = (a_1, \dots, a_k)$ - вектор неопределенных множителей Лагранжа,

G_m^{-1} - матрица ошибок, $(G_m^{-1})_{ii} = (\Delta m_i)^2$, индексы "0", "T" и "-1" показывают экспериментальные значения, транспонирование и обращение матриц.

Минимум χ^2 находится из решения системы уравнений /7/ - /9/ относительно m, x, a :

$$\partial \chi^2 / \partial m = 2 \{ (m - m^0)^T G_m + a^T f_m(m, x) \} = 0 \quad /7/$$

$$\partial \chi^2 / \partial x = 2 a^T f_x(m, x) = 0 \quad /8/$$

* В описанном выше эксперименте азимутальный угол ϕ отсчитывается от оси X в горизонтальной плоскости XOY /пучок падающих K^0 - мезонов направлен вдоль трубки - ось Y / и изменяется в пределах $0 \leq \phi \leq 360^\circ$, а глубинный угол λ отсчитывается от плоскости XOY и изменяется в пределах $-90^\circ \leq \lambda \leq +90^\circ$.

$$\partial \chi / \partial a = 2 f(m, x) = 0. \quad /9/$$

Здесь $f_m(f_x)$ - матрица производных от уравнений связи по измеренным /неизвестным/ переменным $(f_m)_{ki} = \frac{\partial f_k}{\partial m_i}, (f_x)_{kj} = \frac{\partial f_k}{\partial x_j}$.

Уравнения /7/ - /9/ решаются методом последовательных приближений. Для этого уравнения связи разлагаются в ряд / ν - номер итерации /:

$$f_x^\nu + f_x^{\nu+1} (x^{\nu+1} - x^\nu) + f_m^\nu (m^{\nu+1} - m^\nu) = 0.$$

Векторы m, x, a и величина χ^2 на $(\nu+1)$ итерации равны:

$$x^{\nu+1} = x^\nu - (f_x^\nu S^{-1} f_x^\nu)^{-1} (f_x^\nu S^{-1} R)$$

$$a^{\nu+1} = S^{-1} \{ R + f_x^\nu (x^{\nu+1} - x^\nu) \}$$

$$m^{\nu+1} = m^0 - G_m^{-1} f_m^T a^{\nu+1}$$

$$\chi^2 = (a^{\nu+1})^T \{ R + f_x^\nu (x^{\nu+1} - x^\nu) \},$$

где матрицы R и S определяются выражениями:

$$R = f_x^\nu + f_x^\nu (m^0 - m^\nu) \quad \text{и} \quad S = f_m^\nu G_m^{-1} f_m^T.$$

С помощью так называемой процедуры "обрезания шага" /5/ за итерационным процессом осуществляется контроль, который заключается в следующем. Если на $(\nu+1)$ - итерации величина

$A^{\nu+1} = \sum |f_k|$ станет больше, чем A^ν , или какая-либо из переменных $m_i^{\nu+1}$ или $x_j^{\nu+1}$ выйдет за заданные границы, то выполняется преобразование

$$(m^\nu + m^{\nu+1})/2 \rightarrow m^{\nu+1} \quad \text{и} \quad (x^\nu + x^{\nu+1})/2 \rightarrow x^{\nu+1}.$$

$$A^{\nu+1} < C \text{ и } B_a = (\sum_i |m_{ia}^{\nu+1} - m_{ia}^{\nu}| + \sum_j |x_{ja}^{\nu+1} - x_{ja}^{\nu}|) < C_a \quad /10/$$

или если количество итераций превысит заданное число n_{max} . Здесь индекс a имеет значения 1 и 2 и относится к двум типам переменным - импульсам и углам. Выполнение условий /10/ обеспечивает равенство нулю в заданных пределах уравнений связи и производных /7/ - /9/, т.е. достижение минимума χ^2 .

Величины C, C_1, C_2 были подобраны исходя из достаточной точности вычислений и равняются 0,1 Мэв, 0,1 Мэв/с и 0,05° соответственно. Было установлено /рис. 1а/, что итерационный процесс в случае правильной гипотезы сходится в среднем за 5 итераций. Поэтому величина n_{max} была установлена равной 15.

После того как итерационный процесс завершен, вычисляют матрицы ошибок подобранных измеренных величин и неизвестных переменных по формулам:

$$G_m^{-1} = G_{m_0}^{-1} - G_{m_0}^{-1} f_m^T S^{-1} f_m G_{m_0}^{-1} +$$

$$+ G_{m_0}^{-1} f_m^T S^{-1} f_x (f_x^T S^{-1} f_x)^{-1} f_x^T S^{-1} f_m G_{m_0}^{-1},$$

$$G_x^{-1} = (f_x^T S^{-1} f_x)^{-1}.$$

3. Применение метода кинематической идентификации к распадам K^0 -мезонов

С целью идентификации распадов K^0 -мезонов /1/ - /5/ были составлены программы для ЭВМ. Основные характеристики этих программ приведены в таблице, в которой введены следующие обозначения:

- n_f - количество уравнений связи,
- n_i - количество измеренных переменных,
- n_m - количество неизвестных переменных,
- n_x - число степеней свободы,
- n_{Γ} - количество проверяемых гипотез,

- m - структура вектора измеренных переменных,
- x - структура вектора неизвестных переменных.

Измеренными величинами являются кинематические параметры π^+, π^-, π^0 -мезонов и γ -квантов - P, ϕ, λ^* . Поэтому структура вектора измеренных переменных, например, для распада $K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$, имеет вид: $m = (\pi^+, \pi^-, \gamma_1, \gamma_2)$.

Средние погрешности измерения указанных величин в условиях данного эксперимента таковы $(\Delta P/P)_{\pi^\pm} = 5\%$, $(\Delta P/P)_\gamma = 20\%$, $\Delta \phi = 2^\circ$, $\Delta \lambda = 6^\circ$.

В качестве начальных значений измеренных переменных (m^0) берутся их экспериментальные значения.

Неизвестными переменными являются импульс K^0 -мезона /вариант а / или импульс и масса распадающейся частицы /вариант б /.

Вектор уравнений связи содержит следующие элементы: законы сохранения энергии-импульса, связанные с распадом K^0 -мезона, и законы сохранения, связанные с π^0 -мезонами /в случае распадов /1/ - /4// и, например, для распада /1/, имеет вид:

$$f_1 = \sum_i P_{x_i} = P_+ l_+ + P_- l_- + P_0 l_0 - P_k l_k$$

$$f_2 = \sum_i P_{y_i} = P_+ m_+ + P_- m_- + P_0 m_0 - P_k m_k$$

$$f_3 = \sum_i P_{z_i} = P_+ n_+ + P_- n_- + P_0 n_0 - P_k n_k$$

$$f_4 = \sum_i E_i = E_+ + E_- + E_0 - E_k$$

$$f_5 = M_\pi^2 - 2P_1 P_2 (1 - \cos \theta_{12}), \quad \cos \theta_{12} = l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2$$

Здесь индексами "+", "-", "0", "k" обозначены величины, относящиеся к π^+, π^-, π^0, K^0 -мезонам, индексы "1" и "2" относятся к γ -квантам, величины l, m, n и E обозначают направляющие косинусы и энергию:

* Азимутальный и глубинный углы (ϕ_k, λ_k) направления движения K^0 -мезонов известны с хорошей точностью $\Delta \phi_k, \Delta \lambda_k < 0,04^\circ$ / и не варьируются.

$$l = \cos \lambda \cos \phi, \quad m = \cos \lambda \sin \phi, \quad n = \sin \lambda,$$

$$E = [P^2 + M^2]^{1/2}.$$

Уравнение связи f_5 относится к распаду $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$. Кинематические параметры π^0 -мезона (P_0, ϕ_0, λ_0) вычисляются согласно следующим формулам: $P_0 = [P_x^2 + P_y^2 + P_z^2]^{1/2}$,

$$P_x = P_1 l_1 + P_2 l_2, \quad P_y = P_1 m_1 + P_2 m_2, \quad P_z = P_1 n_1 + P_2 n_2,$$

$$\lambda = \arcsin(P_z / P_0), \quad \phi_0 = \arctg(P_y / P_x).$$

В случае распадов /2/ - /4/ возможны несколько способов объединения γ -квантов в π^0 -мезоны. Это приводит к необходимости проверки нескольких гипотез, количество которых колеблется от 3 для распада /2/ до 15 для распада /3/.

4. Структура программы

Программы были написаны для распадов /1/ - /4/ на языке АЛГОЛ для ЭВМ класса БЭСМ-4 и для распада /5/ на языке ФОРТРАН для ЭВМ БЭСМ-6 и состоят из следующих основных блоков: INIT, INXV, FAF, FAM, FAX, FIT, PIO, INVERS, OUTPUT.

В блоках INIT и INXV вычисляются начальные значения векторов m^0 и x^0 и элементы матрицы ошибок G_m^{-1} . Блоки FAF, FAM, FAX предназначены для вычисления значений уравнений связи и элементов матриц производных f_m и f_x . Основным блоком является блок FIT, в котором реализован метод наименьших квадратов и итерационная процедура. В блоке PIO вычисляются кинематические параметры π^0 -мезонов. Блок INVERS предназначен для формирования гипотез в случае распадов K^0 -мезонов /2/ - /4/. Блок OUTPUT формирует массив результатов, выдаваемых на печать: число итераций, χ , m , Δm , x , Δx .

Время обсчета одной гипотезы на ЭВМ БЭСМ-4 составляет 1,5-2 мин.

5. Анализ работы программ

Целью анализа работы созданных программ являлось следующее: 1/ проверка отсутствия систематических ошибок, 2/ проверка правильности оценок погрешностей в подобранных переменных, 3/ оценка преимуществ, получаемых в результате

кинематической идентификации распадов K^0 -мезонов в условиях эксперимента, выполняемого с помощью ксеноновой пузырьковой камеры.

Этот анализ был осуществлен на основе как смоделированных, так и реальных событий.

Моделирование событий производилось с помощью программ ФОРС /6/ и FOWL /7/ методом Монте-Карло. При этом учитывались следующие особенности эксперимента: а/ импульсный спектр K^0 -мезонов, б/ критерии отбора заряженных π -мезонов, в/ порог обрезания по энергии для электронно-позитронных ливней, возникающих от конверсии γ -квантов, г/ погрешности измерения кинематических параметров π^\pm -мезонов и γ -квантов.

Проверка отсутствия систематических ошибок и правильности вычисления погрешностей величин производилась путем анализа распределений величин

$$S(m_i) = (m_i^n - m_i^v) / \Delta m_i^v \quad \text{и} \quad S(x_i) = (x_i^n - x_i^v) / \Delta x_i^v.$$

Здесь индексом "и" обозначены "истинные" значения величин, удовлетворяющие законам сохранения энергии-импульса, а индексом "v" - подобранные программой величины. Если в программе отсутствуют систематические ошибки и погрешности вычисляются правильно, то распределения величин S должны иметь гауссовский характер со средними значениями, равными 0, и дисперсиями, равными 1.

Для каждого распада K^0 -мезонов /1/ - /5/ было смоделировано по несколько сотен событий. Результаты обработки этих событий по программам кинематической идентификации представлены на рис. 1-2 вместе с ожидаемыми теоретическими кривыми.

На рис. 1 приведены данные о характеристиках распада /1/, распределения: по числу итераций, по величине χ^2 и по величинам S для π -мезонов и γ -квантов. Как видно из этого рисунка, "экспериментальные" распределения в пределах погрешностей согласуются с теоретическими. Аналогичные выводы были получены при анализе распадов /2/ - /5/. Это свидетельствует об отсутствии в программах систематических ошибок и правильности определения погрешностей.

На рис. 2а и 2б пунктирной линией показаны распределения смоделированных событий, соответствующих распадам /2/-/3/ /варианты 2б и 3б таблицы/, по эффективной массе γ -квантов,

а сплошной линией - распределение эффективных масс для тех же событий, обработанных по данным программ*. В результате применения программ кинематической идентификации погрешность измерения массы уменьшается в 1,4 раза.

На рис. 2в и 2г приведены относительные погрешности измерения импульсов в событиях, соответствующих распадам /1/ и /3/ /варианты 1а и 3а/. Пунктиром показаны погрешности "измеренных" импульсов γ -квантов, а сплошной линией - подобранных. В результате обработки событий по программам кинематической идентификации погрешность измерения импульсов γ -квантов уменьшается в $\approx 1,6$ раза.

6. Результаты обработки событий

Описанные выше программы использовались в экспериментальном исследовании /з.в.9/ распадов K^0 -мезонов /1/ - /5/, которое было выполнено с помощью 180-литровой ксеноновой пузырьковой камеры. Некоторые результаты этого исследования представлены на рис. 3.

На рис. 3а и 3б приведены данные, на основе которых была определена вероятность распада $K_L^0 \rightarrow 2\pi^0$. Этот распад обнаруживается по наличию на снимке четырех γ -квантов. Фоновым является распад $K_L^0 \rightarrow 3\pi^0$, когда два γ -кванта не регистрируются в камере. Даже в условиях данного эксперимента /95-процентная эффективность регистрации γ -квантов/ фон примерно на порядок превышает эффект. Приведенные рисунки демонстрируют, что использование программы идентификации /вариант 2б/ дало возможность надежно установить факт распада $K_L \rightarrow 2\pi^0$. При этом величина эффекта, с учетом поправок, остается неизменной при различных критериях обрезания по χ^2 . Необходимо отметить, что фоновая кривая также является результатом обработки событий /смоделированных/ по данной программе.

На рис. 3в приведены результаты обработки событий с двумя γ -квантами. Наблюдается четкое разделение событий на две группы: $K_L \rightarrow 2\gamma$ и $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ /фоновые события от распада $K_L \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ с незарегистрированными π^\pm -мезонами/. Эти данные позволили определить вероятность распада $K_L \rightarrow 2\gamma$ /8/.

Рис. 3 демонстрирует существенное улучшение /в 1,5 раза/ разрешения в спектре эффективных масс шести γ -квантов, образованных при распаде $K^0 \rightarrow 3\pi^0$. Этот результат получен на

* Распределения содержат величины, соответствующие гипотезам с минимальным χ^2 .

основе анализа измеренных событий и согласуется с соответствующей величиной, определенной путем моделирования /рис. 2в/.

Заключение

Основные результаты, полученные в настоящей работе, могут быть сформулированы следующим образом: 1/ создан комплекс программ кинематической идентификации распадов K^0 -мезонов /1/ - /5/; 2/ обработка данных с помощью этих программ и анализ полученных результатов показали, что: а/ программы обеспечивают определение кинематических параметров частиц и величин χ^2 без существенных систематических ошибок; б/ погрешности подобранных параметров оцениваются правильно; в/ применение программ позволяет /в условиях рассмотренных экспериментов/ улучшить разрешение в импульсных спектрах γ -квантов и спектров эффективных масс в среднем в 1,5 раза.

Созданный комплекс программ является достаточно общим и может быть применен в исследованиях распадов K^0 -мезонов с помощью других трековых детекторов.

Авторы выражают благодарность В.А.Шебанову, А.Г.Мешковскому за постоянное внимание в работе, Ю.А.Будагову за полезные обсуждения, Н.К.Замбковской, Н.Н.Славушевой, Л.А.Фатеевой за техническую помощь, В.С.Демидову, В.Г.Барылову, Г.С.Миросиди - за помощь в измерениях.

Литература

1. B.Ronne. Preprint CERN 64-13.
2. E.В.Кузнецов и др. ПТЭ, 2, 56, 1970.
3. V.V.Barmin et al. Phys.Letters, 33B, 377, 1970.
4. R.Bock. Preprint CERN 60-30.
5. J.Berge et al. Rev.Sci.Instr. 32, 538, 1961.
6. В.Е.Комолова, Г.И.Копылов. Препринт ОИЯИ, P-2027, Дубна, 1965.
7. F.James. FOWL. CERN Program Library, W505.
8. V.V.Barmin et al. Phys.Letters 35B, 604, 1971.
9. В.В.Бармин и др. ЯФ, 15, 1149, 1972 г.

Рукопись поступила в издательский отдел
31 января 1973 года.

Таблица

		ТИП РАСПАДА	n_f	n_m	m	n_x	x	n_c	n_r
1	а	$K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$	5	12	$\pi^+, \pi^-, \gamma_1, \gamma_2$	1	P_K	4	1
	б	$\pi^0 \rightarrow \gamma_1, \gamma_2$				2	P_K, M_K	3	
2	а	$K^0 \rightarrow \pi_1^+ \pi_2^0 \pi_3^0$	6	12	$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$	1	P_K	5	3
	б	$\pi_2^0 \rightarrow \gamma_3, \gamma_4$				2	P_K, M_K	4	
3	а	$K^0 \rightarrow \pi_1^+ \pi_2^0 \pi_3^0$	7	18	$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5, \gamma_6$	1	P_K	6	15
	б	$\pi_2^0 \rightarrow \gamma_3, \gamma_4$				2	P_K, M_K	5	
4	а	$K^0 \rightarrow \pi^0 \gamma_1 \gamma_2$	5	12	$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$	1	P_K	4	6
	б	$\pi^0 \rightarrow \gamma_3, \gamma_4$				2	P_K, M_K	3	
5	а	$K^0 \rightarrow \gamma_1 \gamma_2$	4	6	γ_1, γ_2	1	P_K	3	1
	б					2	P_K, M_K	2	

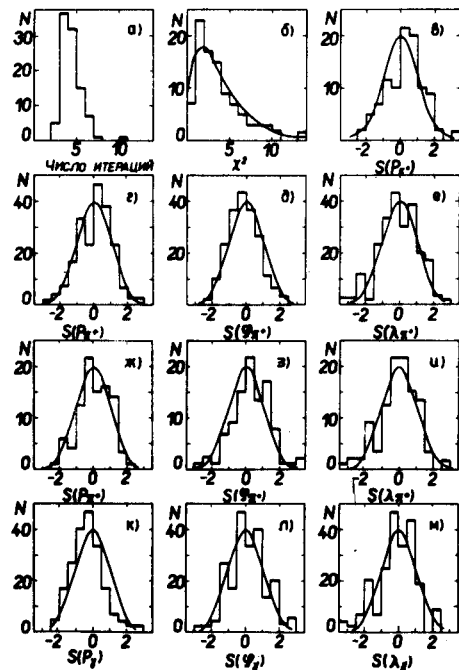


Рис. 1. Распад $K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$. Результаты обработки смоделированных событий по программе идентификации. Распределения: а/ по числу итераций, б/ по величине χ^2 , в/ - м/ по величинам $S(P)$, $S(\phi)$, $S(\lambda)$ для π -мезонов и γ -квантов.

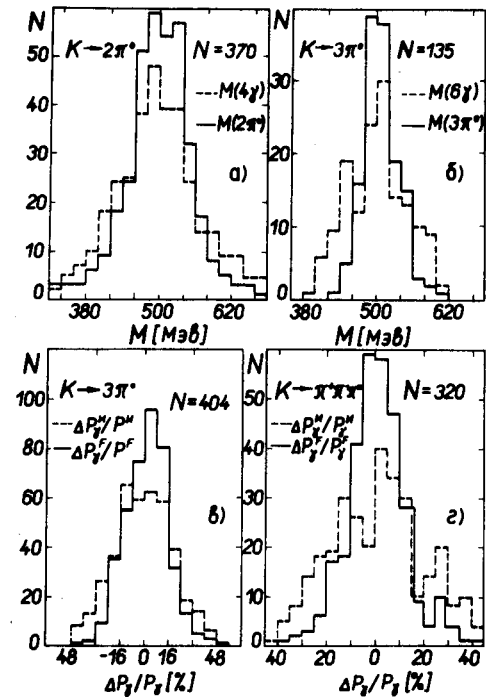


Рис. 2. Распределения смоделированных событий по эффективной массе системы γ -квантов M и по относительным погрешностям импульсов γ -квантов $(\Delta P_\gamma / P_\gamma)$ до /пунктирная линия/ и после /сплошная линия/ обработки по программам идентификации: а/ распад $K^0 \rightarrow 2\pi^0$, $M(4\gamma)$, б/ распад $K^0 \rightarrow 3\pi^0$, $M(6\gamma)$, в/ распад $K^0 \rightarrow 3\pi^0$, $\Delta P_\gamma / P_\gamma$, г/ распад $K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$, $\Delta P_\gamma / P_\gamma$

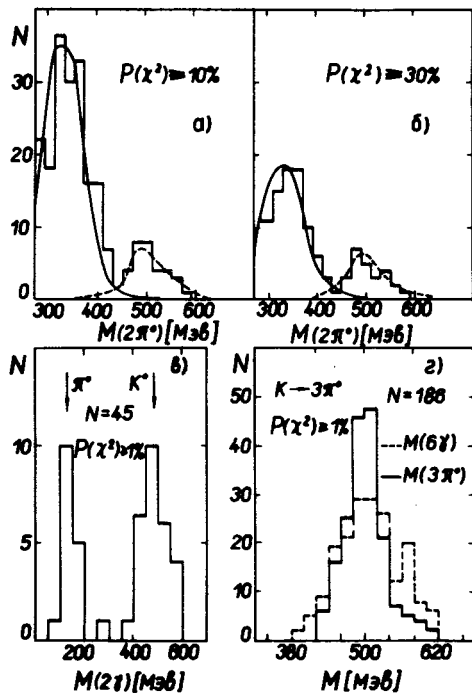


Рис. 3. Распределения по эффективным массам систем γ -квантов событий, полученных с помощью ксеноновой пузырьковой камеры. а/ распад $X^0 \rightarrow 2\pi^0$, $P(\chi^2) \geq 10\%$; б/ распад $X^0 \rightarrow 2\pi^0$, $P(\chi^2) \geq 30\%$; в/ распад $X^0 \rightarrow 2\gamma$; з/ распад $K^0 \rightarrow 3\pi^0$.