

С 344.38

29/1-

0-67

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

421/2-73



13 - 6812

С.И.Орманджиев

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

КОМПЕНСАЦИЯ ПОЛЮСА НУЛЕМ В КАСКАДАХ
С RL И RLC ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕМ

1972

13 - 6812

С.И.Орманджиев

КОМПЕНСАЦИЯ ПОЛЮСА НУЛЕМ В КАСКАДАХ
С RL И RLC ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕМ

В электронном тракте, расположенном между полупроводниковым детектором и линейным импульсным услителем, всегда имеется цепь однократного дифференцирования с относительно большой константой времени. Это приводит к появлению биполярного импульса с большой длительностью "хвоста", что ведет к дополнительным искажениям при измерении амплитуд импульсов или к длительной блокировке усилителя. В работе /1/ была предложена схема для компенсации этого спада, получившая название "компенсатор полюса нулем". Компенсацию осуществляют цепью RC дифференцирования в сочетании с регулируемым сопротивлением параллельно конденсатору.

В данной работе рассмотрена возможность компенсации полюса нулем в RL и RLC дифференцирующих каскадах. Сделан анализ обеих схем и показаны условия компенсации. Дается сравнение с результатами, полученными на формирователях с RC цепями.

Дифференцирующий каскад с компенсацией полюса нулем на RL элементах

Схема каскада показана на рис. 1.

Дифференцирующая цепь предусилителя имеет константу времени τ_0 /рис. 1а/. При анализе принято, что коэффициент передачи буферного каскада равен 1 и на вход подается единичный скачок напряжения.

Операторное уравнение для коэффициента передачи имеет вид

$$K(p) = \frac{p^2 L + p R_k}{L(p + \frac{1}{\tau_0})(p + \frac{1}{\tau_d})} \quad /1/$$

где τ_0 - константа дифференцирования предусилителя

$$\tau_g = \frac{L}{R + R_k}.$$

Соответственно операторный вид выходного напряжения будет:

$$U(p) = \frac{P}{(p + \frac{1}{\tau_0})(p + \frac{1}{\tau_g})} + \frac{1}{\frac{L}{R_k}(p + \frac{1}{\tau_0})(p + \frac{1}{\tau_g})}. \quad /2/$$

Для оригинала получим:

$$U(t) = \frac{1}{t-1} \left(\frac{\tau_0 R_k}{L} - 1 \right) e^{-\frac{t}{\tau_0}} + \frac{1}{t-1} \left(1 - \frac{\tau_g R_k}{L} \right) e^{-\frac{t}{\tau_g}}, \quad /3/$$

где $t = \tau_0 / \tau_g$.

Условие компенсации экспоненциальной составляющей с константой τ_0 дает:

$$R_k = L / \tau_0. \quad /4/$$

При этом для выходного напряжения получим:

$$U(t) = e^{-\frac{t}{\tau_g}} = e^{-t \frac{R_0 + R_k}{L}}. \quad /5/$$

То есть после компенсации амплитуда импульса не изменяется, а только уменьшается константа времени, что не является существенным для качества формирования^{/2/}.

Для обеспечения независимости величины компенсационного сопротивления от константы формирования переключение констант формирования производится переключением R_0 , как показано на рис. 16. Решение для случая RC дифференцирования имеет вид:

$$U(t) = e^{-\frac{t(R_0 + R)}{C \cdot R_0 \cdot R}}, \quad /6/$$

а условие компенсации нулем -

$$R_k = \tau_0 / C. \quad /7/$$

То есть обе системы эквивалентны. Если в RC системе константу формирования выбираем тоже переключенном сопротивлении R_0 , то можем добиться независимости компенсационного сопротивления R_k от константы времени формирования. Переключение емкости C с целью изменения константы времени приводит к одновременному переключению двух цепей, что усложняет систему переключения.

Дифференцирующий каскад с компенсацией полюса нулем на RLC элементах

Схема показана на рис. 2а. При анализе полагаем, что дифференцирующая цепь предусилителя имеет константу времени τ_0 , коэффициент передачи буферного каскада равен 1, и на вход подается единичный скачок напряжения.

Операторное уравнение для коэффициента передачи дифференцирующей RLC цепи имеет вид

$$K(p) = \frac{p \cdot L + R_k}{RLC \left[p^2 + p \frac{L + R R_k C}{RLC} + \frac{1}{LC} \left(\frac{R + R_k}{R} \right) \right]}, \quad /8/$$

если положим

$$\frac{L + R R_k C}{RLC} = 2a.$$

Для корней уравнения получим:

$$p_{1,2} = -a \pm \sqrt{a^2 - \frac{1}{LC} \left(\frac{R + R_k}{R} \right)} = -a \pm \sqrt{\beta^2}. \quad /9/$$

Условия равенства корней уравнения запишем следующим образом:

$$\frac{(L + R R_k C)^2}{4RLC} = R + R_k.$$

Уравнение имеет вид

$$R^2 (R_k^2 C^2 - 4LC) - 2R R_k LC + L^2 = 0.$$

Корнями уравнения будут

$$R_{1,2} = \frac{L}{4LC - R_k^2 C^2} (\pm 2\sqrt{LC} - R_k C),$$

Реальный корень будет иметь выражение

$$R_0 = \frac{L}{4LC - R_k^2 C^2} (2\sqrt{LC} - R_k C). \quad /10/$$

Если положим $R_k = 0$, получим:

$$R_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Уравнение /8/ можно привести к виду

$$K(p) = \frac{p \cdot L + R_k}{RLC [(p + \alpha)^2 - \beta^2]}.$$

При выполнении условия равенства корней запишем:

$$K(p) = \frac{pL + R_k}{RLC (p + \alpha)^2}. \quad /11/$$

Операторный вид коэффициента передачи всей системы, если положим $\alpha = 1/\tau$, имеет вид

$$K(p) = \frac{p^2 L + p R_k}{(p + \frac{1}{\tau_0}) RLC (p + \frac{1}{\tau_\Theta})}. \quad /12/$$

Операторный вид выходного напряжения будет:

$$U(p) = \frac{p}{\tau_0 (p + \frac{1}{\tau_0}) (p + \frac{1}{\tau_\Theta})^2} + \frac{1}{\tau_\Phi^2 \cdot d (p + \frac{1}{\tau_0}) (p + \frac{1}{\tau_\Theta})^2}. \quad /13/$$

Если положить $R/R_k = d$, $CL = \tau_\Phi^2$, $R_0 C = \tau_g$, $f = \tau_0 / \tau_\Theta$,
 $\kappa = \tau_\Phi / \tau_\Theta$ $\gamma = \tau_g / \tau_\Theta$,

для оригинала получим:

$$U(t) = \frac{t}{(t-1)^2} \left(\frac{t}{\kappa^2 d} - \frac{1}{\gamma} \right) \left(e^{-\frac{t}{\tau_0}} - e^{-\frac{t}{\tau_0}} \right) + \frac{t}{t-1} \frac{t}{\tau_0} e^{-\frac{t}{\tau_0}} \left(\frac{1}{\gamma} - \frac{1}{\kappa^2 d} \right) / 14/$$

Условие компенсации экспоненциальной составляющей с константой времени τ_0 запишется как

$$R_k = L / \tau_0. \quad /15/$$

Видно, что условия компенсации аналогичны условиям компенсации в RL формирователе.

Для выходного напряжения получим:

$$U(t) = 2 \frac{t}{\sqrt{LC}} e^{-\frac{t}{\sqrt{LC}}} \sqrt{\frac{R_0 + R_k}{R_0}}. \quad /16/$$

Таким образом, после введения цепи компенсации константа формирования несколько уменьшается. Формирователь осуществляет однократное дифференцирование и однократное интегрирование сигналов. Для получения независимости величины компенсационного сопротивления при изменении констант формирования должны переключаться только R_0 и C , а L должна оставаться постоянной, как показано на рис. 26.

Выходное напряжение для случая RC дифференцирования с компенсацией полюса нулем и однократного RC интегрирования будет равно:

$$U(t) = \frac{R_0 + R_k}{R_0} \frac{t}{\tau_0} e^{-\frac{t(R_0 + R_k)}{\tau_0 R_0}}. \quad /17/$$

Из выражений /12/ и /13/ следует, что формирователь с RLC контуром имеет в 2 раза больший коэффициент передачи, чем $RC-RC$ формирователь.

Соотношение шум/сигнал для RLC формирователя /см. приложение 1/ при условии

$$R_k = 0; \quad R_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

имеет величину 1,36, т.е. величины соотношения шум/сигнал для обоих случаев равны.

**Влияние нестабильностей элементов RLC каскада
на параметры сформированного импульса**

При анализе нестабильности каскада примем, что относительное изменение величин отдельных элементов мало, поэтому можно использовать для выходного напряжения формулы 14 и 16. Примем также, что основной вклад в нестабильность дают L и C элементы.

Относительное изменение места максимума и величина амплитуды максимума при $\tau_0 = \infty$ имеют вид /см. приложение 2/

$$\frac{\Delta t_{\text{макс}}}{t_{\text{макс}}} \approx \sqrt{1 + \frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta L}{L}} - 1, \quad /18/$$

$$\frac{\Delta U_{\text{макс}}}{U_{\text{макс}}} \approx 2 \left(\sqrt{1 + \frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta L}{L}} - 1 \right). \quad /19/$$

Из формул /18,19/ видно, что нестабильность этих величин может быть сделана нулевой соответствующим подбором температурных коэффициентов L и C элементов.

Влияние нестабильности элементов на точность компенсации обратного выброса выражается формулой /см. приложение 3/:

$$\frac{U_n}{U_{\text{макс}}} = 1,37 \frac{R_k}{R_k + R_0} \frac{\Delta L}{L} \left(e^{-\frac{t}{\tau_0}} - e^{-\frac{t}{\tau}} \right), \quad /20/$$

где U_n - величина нескомпенсированного напряжения.

Величина нескомпенсированного напряжения пропорциональна относительному изменению индуктивности и зависит от τ_0/τ . При реальных соотношениях величин элементов она не превышает нескольких долей процента.

Выводы

Компенсатор полюса нулем с RL формированием равнозначен компенсатору полюса нулем с RC дифференцированием. Компенсатор с RLC дифференцирующей цепью имеет в 2 раза большее значе-

ние коэффициента передачи по сравнению с системой, содержащей компенсатор и интегратор с RC цепями, что дает возможность получить в 2 раза меньшее значение шума, приведенного к входу основного усилителя при однократном дифференцировании, или в 4 раза меньшее значение шума, если второе дифференцирование выполнено тоже на RLC дифференцирующем элементе, хотя отношение сигнала к шуму всего спектрометрического тракта может не улучшиться существенно, если шумы зарядочувствительного предусилителя и детектора являются преобладающими. Нестабильность L и C элементов может быть скомпенсирована подходящим подбором их температурных коэффициентов. Результаты анализа могут быть полезны при конструировании спектрометрических усилителей.

Приложение 1

Комплексный коэффициент передачи системы при $R_k = 0$ будет равен:

$$K(j\omega) = \frac{L}{R} \frac{j\omega}{1 + j\omega \frac{L}{R} - \omega^2 LC}$$

Из условия $R_0 = \frac{1}{2} \sqrt{L/C}$ получим:

$$\sqrt{LC} = L/2R_0 = 2R_0C = \tau.$$

Квадрат модуля коэффициента передачи будет:

$$|K(j\omega)|^2 = \frac{A}{\tau^2} \frac{\omega^2}{(\omega^2 + \frac{1}{\tau^2})^2}.$$

Для среднеквадратического напряжения шума запишем:

$$\overline{U_{ш}^2} = \int_0^{\infty} |K(j\omega)|^2 (A + \frac{B}{\omega^2}) d\omega = \frac{1}{2} (\frac{A}{\tau} - B\tau).$$

Оптимальная величина τ будет: $\tau = \sqrt{A/B}$, соответственно для минимума шумового напряжения получим:

$$\overline{U_{ш, \min}^2} = \sqrt{A \cdot B}.$$

Для максимума выходного напряжения по формуле /16/ будем иметь:

$$U_{\text{макс}} = 2 \cdot e^{-1} = 0,736.$$

Для соотношения шум/сигнал получим:

$$\frac{N}{S} = \frac{\sqrt[4]{AB}}{0,736} = 1,36 \sqrt[4]{AB}.$$

Приложение 2

Используя выражение /16/ для выходного напряжения, если $r_0 = \infty$, для времени достижения максимума импульса напишем:

$$t_{\text{макс}} = \sqrt{LC},$$

соответственно для величины амплитуды импульса в точке максимума:

$$U_{\text{макс}} = 2 \cdot e^{-1}.$$

Относительное изменение времени достижения максимума при изменении величины индуктивности и емкости на ΔL и соответственно ΔC при условии $\Delta L \ll L$ и $\Delta C \ll C$ будет равняться:

$$\frac{\Delta t_{\text{макс}}}{t_{\text{макс}}} = \frac{t_{\Delta} - t_{\text{макс}}}{t_{\text{макс}}} \approx \sqrt{1 + \frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta L}{L}} - 1,$$

где $\Delta t_{\text{макс}}$ - абсолютная величина изменения времени достижения максимума, t_{Δ} - время достижения максимума при одновременном изменении C на ΔC и L на ΔL .

Очевидно, что влияние одновременного изменения L и C /на-пример, при изменении температуры окружающей среды/ может быть скомпенсировано соответствующим выбором температурных коэффициентов элементов.

Относительное изменение величины амплитуды импульса в случае $r_0 = \infty$ при изменении параметров формирующего контура на ΔL и ΔC будет равно:

$$\frac{\Delta U_{\text{макс}}}{U_{\text{макс}}} = \frac{U_{\Delta} - U_{\text{макс}}}{U_{\text{макс}}} = \frac{2\sqrt{1 - \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta C}{C}} e^{-(\sqrt{1 + \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta C}{C}} - 1)} - 2 \cdot e^{-1}}{2 \cdot e^{-1}},$$

поскольку показатель экспоненты намного меньше единицы, можно произвести замену:

$$e^{-\left(\sqrt{1 + \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta C}{C}} - 1\right)} \approx 2 - \sqrt{1 + \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta C}{C}}$$

Тогда получим:

$$\frac{\Delta U_{\text{макс}}}{U_{\text{макс}}} \approx 2 \left[\sqrt{1 + \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta C}{C}} - \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta L}{L} + \frac{1}{2} \frac{\Delta C}{C}\right) \right] \approx 2 \frac{\Delta t_{\text{макс}}}{t_{\text{макс}}},$$

где U_{Δ} - величина максимума при одновременном изменении L и C .

Приложение 3

Для определения влияния нестабильности L и C на компенсацию полюса нулем используем формулу /14/. Заменяя коэффициенты, связанные с составляющими, подлежащими компенсированию, и имея в виду, что $\tau_0 \gg \tau_{\phi}$, $L \gg \Delta L$ и $R_k = L/\tau_0$, получим:

$$\begin{aligned} U_n &= \frac{t}{(t-1)^2} \left(\frac{t}{\kappa^2 d} - \frac{1}{\gamma} \right) \left(e^{-\frac{t}{\tau_{\Theta}}} - e^{-\frac{t}{\tau_0}} \right) \approx \frac{1}{t} \frac{\tau_{\phi} \tau_g}{\kappa^2 d \gamma \tau_{\Theta}^2} \times \\ &\times \left(\frac{1}{2} - \tau_{\phi} \frac{R_0}{L} \right) \left(e^{-\frac{t}{\tau_{\Theta}}} - e^{-\frac{t}{\tau_0}} \right) \approx \frac{2R_k}{R_0 + R_k} \left[\frac{L - 2\tau_{\phi} R_0}{2(L + \Delta L)} + \right. \\ &\left. + \frac{\Delta L}{2(L + \Delta L)} \right] \left(e^{-\frac{t}{\tau_{\Theta}}} - e^{-\frac{t}{\tau_0}} \right) \approx \\ &\approx \frac{R_k}{R_0 + R_k} \frac{\Delta L}{L} \left(e^{-\frac{t}{\tau_{\Theta}}} - e^{-\frac{t}{\tau_0}} \right), \end{aligned}$$

соответственно для соотношения выходных напряжений:

$$U_n / U_{\text{макс}} = U_n / 2e^{-1} = 1,37 \cdot U_n.$$

Литература

1. J.L.Blankenship, C.H.Nowlin. *IEEE Trans.*, NS-13, No. 3, 495 (1966).

2. С.Р.Аврамов, С.И.Орманджиев. *Сообщения ОИЯИ*, 6-6603, Дубна, 1972.

Рукопись поступила в издательский отдел
24 ноября 1972 года.

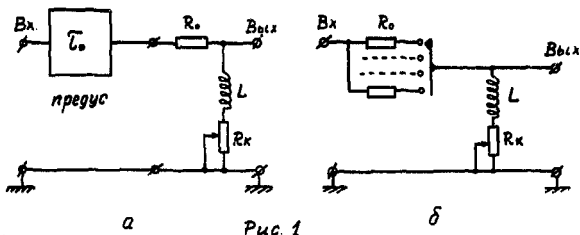


Рис. 1

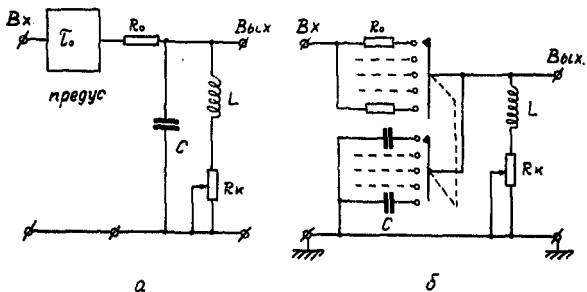


Рис. 2