ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

13 - 4201

Э.В.Козубский, Нго Куанг Зуй

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОПРАВОК К КООРДИНАТАМ ГЛАВНЫХ ТОЧЕК МНОГОКАМЕРНОЙ СТЕРЕОФОТОГРАММЕТРИЧЕСКОЙ УСТАНОВКИ

1968

13 - 4201

Э.В.Козубский, Нго Куанг Зуй

СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОПРАВОК К КООРДИНАТАМ ГЛАВНЫХ ТОЧЕК МНОГОКАМЕРНОЙ СТЕРЕОФОТОГРАММЕТРИЧЕСКОЙ УСТАНОВКИ

Стереоскопическое фотографирование пузырьковых камер принято осуществлять посредством трех или четырех фотокамер с тем, чтобы для восстановления геометрии следа использовать благоприятно расположенную относительно следа стереопару снимков. Координаты точки объекта, определенные по различным стереопарам снимков, могут заметно отличаться между собой. Одна из причин этого - неточное знание положения главных точек снимков[x/].

Уточнить положение главных точек можно по методу обратной засечки, используя переопределение координат точки объекта при съемке более чем двумя фотокамерами. Решение этой задачи далее проводится при следующих предположениях:

а) оптические оси всех фотокамер взаимопараллельны и ортогональны предметной плоскости;

б) границы раздела сред в пространстве объекта плоские, взаимопараллельные и ортогональны оптическим осям фотокамер.

В этих предположениях главный луч от точки объекта до точки изображения находится в одной меридиональной плоскости, проходящей через ось фотокамеры. Таким образом, схема хода лучей от точки объекта до точки изображения в проекции на предметную плоскость имеет простой вид, представленный на рис. 1а.

[x/] *Основание перпендикуляра из центра выходного зрачка объектива на плоскость фотоснимка.*

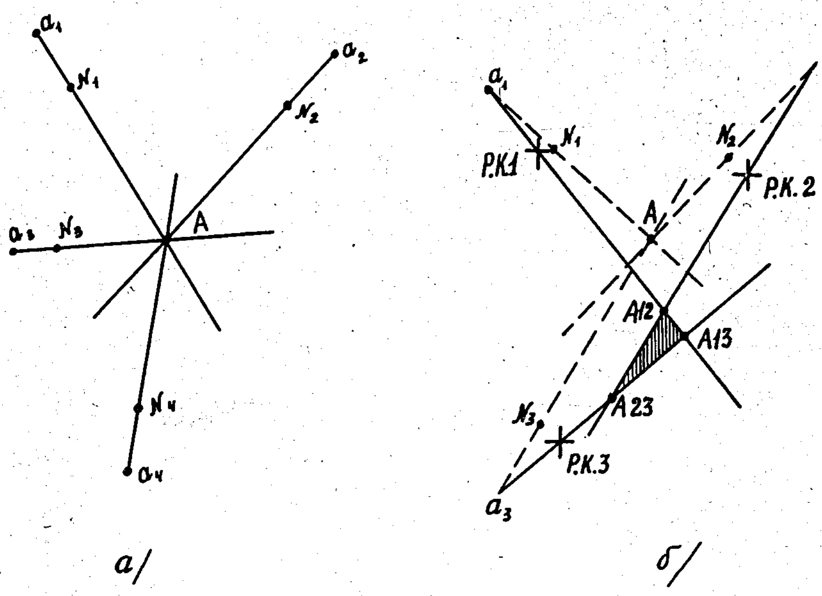

Рис. 1. Проекция меридиональных плоскостей на предметную плоскость. A – точка объекта, a_1, a_2 и a_3 – изображения точки объекта, построенные тремя фотокамерами, N_1, N_2, N_3 – совмещенные точки надира и главные точки трех фотокамер, РК1, РК2 и РК3 – центральные реперные кресты трех фотокамер, A12 – точка объекта, восстановленная по стереопаре 12, A13 – по стереопаре 13 и A23 – по стереопаре 23.

Вследствие несовпадения главных точек снимков с центральными реперными крестами, которые обычно принимаются за местоположение главных точек снимков на основании юстировки, или вследствие неточностей координат этих точек, меридиональные плоскости, проведенные через точки изображений и центральные реперные кресты (или точки, принимаемые за главные), пересекутся попарно между собой, но не в одной точке, как это показано на рис. 1б.

Для определения поправок к координатам центральных реперных крестов, уточняющих местоположение главных точек снимков, естественно применить предписание: наиболее правдоподобное положение главных точек снимков будет то, при котором суммарная площадь треугольников с вершинами в точках пересечения проекций меридиональных плоскостей на предметную плоскость, воспроизведенных для множества точек объекта, будет минимальна. Необходимым условием пересечения трех прямых

$$A_j x + B_j y + C_j = 0, \qquad \text{где} \quad j = 1,2,3, \tag{1}$$

в одной точке, является равенство нулю определителя

$$D_{123} = \begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix} = 0. \tag{2}$$

Используя это свойство определителя (2), можно сформулировать несколько ~~иное~~ предписание для определения поправок, а именно: наиболее правдоподобное положение главных точек снимков будет то, при котором сумма квадратов определителей третьего порядка, элементы которых суть коэффициенты уравнений проекций меридиональных плоскостей на предметную плоскость, воспроизведенных для множества точек объекта, будет минимальна.

Оба эти предписания близки, так как квадрат определителя (2) входит в числитель выражения для площади треугольника, образованного попарным пересечением трех прямых линий, а знаменатель выражения для площади треугольника может обратиться в нуль в случае параллельности двух прямых из трех. На практике не представляет труда выбрать точки объекта так, чтобы они не лежали на линии базиса, и тем самым исключить возможность обращения в нуль знаменателя в выражении для площади треугольника. При выполнении этой оговорки оба предписания эквивалентны, но применение второго проще.

Для трех фотокамер

Для проекций меридиональных плоскостей на предметную плоскость имеют место уравнения трех прямых линий (1), определение коэффициентов в которых можно выполнить следующим образом (рис. 2): прямая проходит через точку изображения $\{X_j, Y_j\}$ и главную точку снимка $\{X_{j0}+\alpha_j; Y_{j0}+\beta_j\}$, где $\{X_{j0}, Y_{j0}\}$ – координаты центрального реперного креста, а α_j и β_j – искомые поправки на положение главной точки. На рис. 2 главная точка снимка и точка надира совмещены[x/].

Необходимо подчеркнуть, что если поправка α_j или β_j уменьшает величину проекции интервала от точки объекта до точки надира на соответствующую ось, то эта же поправка увеличивает величину проекции интервала от точки изображения до главной точки снимка на ту же ось.

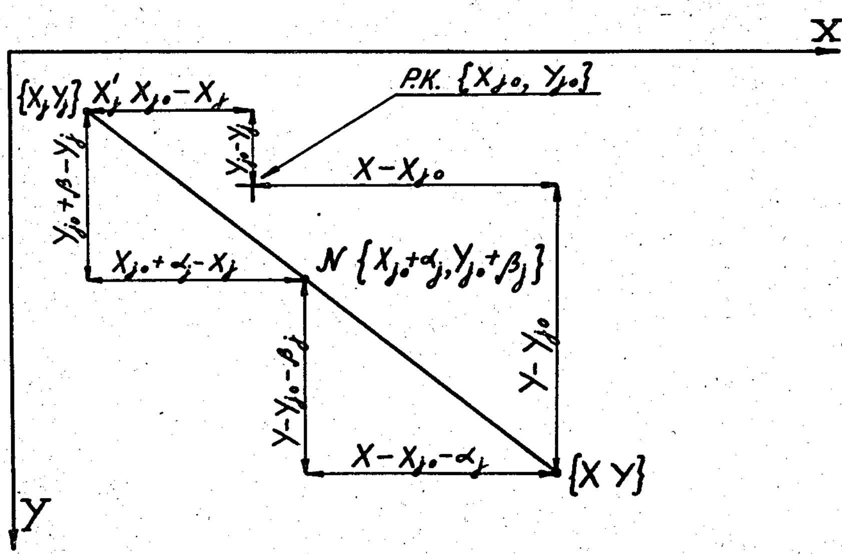

Рис. 2.

[x/] *Надир – основание перпендикуляра из центра входного зрачка объектива на предметную плоскость.*

В плоскости изображения начало отсчёта обычно совмещают с центральным реперным крестом, а поэтому

$$X_j - X_{j0} = x_j \qquad Y_j - Y_{j0} = y_j .$$

Таким образом, для прямой (1), согласно рис. 2, имеем уравнение:

$$\frac{Y - Y_{j0} - \beta_j}{Y_j - \beta_j} = \frac{X - X_{j0} - \alpha_j}{x_j - \alpha_j} . \tag{3}$$

Определитель (2) для прямых в форме (3) соответственно принимает вид:

$$\begin{vmatrix} y_i - \beta_i & x_i - \alpha_i & X_{i0} y_i - Y_{i0} x_i + \alpha_i (Y_{i0} + y_i) - \beta_i (X_{i0} + x_i) \\ y_j - \beta_j & x_j - \alpha_j & X_{j0} y_j - Y_{j0} x_j + \alpha_j (Y_{j0} + y_j) - \beta_j (X_{j0} + x_j) \\ y_k - \beta_k & x_k - \alpha_k & X_{k0} y_k - Y_{k0} x_k + \alpha_k (Y_{k0} + y_k) - \beta_k (X_{k0} + x_k) \end{vmatrix} . \tag{4}$$

Для нахождения поправок применяем предписание:

$$\sum_{m=1}^{N} D^2_{ijkm} = \min , \tag{5}$$

где i, j, k – номера фотокамер, а N – число точек объекта, например, реперов внешнего ориентирования. Необходимые условия выполнения предписания (5) суть:

$$\frac{\partial \Sigma D^2}{\partial \alpha_i} = \frac{\partial \Sigma D^2}{\partial \alpha_j} = \frac{\partial \Sigma D^2}{\partial \alpha_k} = \frac{\partial \Sigma D^2}{\partial \beta_i} = \frac{\partial \Sigma D^2}{\partial \beta_j} = \frac{\partial \Sigma D^2}{\partial \beta_k} = 0 . \tag{6}$$

Раскрывая определитель (4) и полагая, что искомые поправки – величины малые, пренебрегаем членами второго порядка малости, содержащие α^2, β^2 и $\alpha\beta$, и находим:

$$D_{ijk} = a_i \alpha_i + a_j \alpha_j + a_k \alpha_k + b_i \beta_i + b_j \beta_j + b_k \beta_k + c_{ik}, \tag{7}$$

условное уравнение относительно поправок, в котором

$$a_i = y_j y_k (X_{k0} - X_{j0}) + x_j y_k (Y_{j0} - Y_{i0}) +$$

$$+ y_j x_k (Y_{i0} - Y_{k0}) + y_i (y_j x_k - x_j y_k);$$

$$a_j = y_k y_i (X_{i0} - X_{k0}) + x_k y_i (Y_{k0} - Y_{j0}) +$$

$$+ y_k x_i (Y_{j0} - Y_{i0}) + y_j (y_k x_i - x_k y_i);$$

$$a_k = y_i y_j (X_{j0} - X_{i0}) + y_j x_i (Y_{i0} - Y_{k0}) +$$

$$+ y_i x_j (Y_{k0} - Y_{j0}) + y_k (y_i x_j - x_i y_j);$$

$$b_i = y_j x_k (X_{j0} - X_{i0}) + x_j y_k (X_{i0} - X_{k0}) +$$

$$+ x_j x_k (Y_{k0} - Y_{j0}) + x_i (x_j y_k - y_j x_k);$$

$$b_j = y_k x_i (X_{k0} - X_{j0}) + x_k y_i (X_{j0} - X_{i0}) +$$

$$+ x_k x_i (Y_{i0} - Y_{k0}) + x_j (x_k y_i - y_k x_i);$$

$$b_k = y_i x_j (X_{i0} - X_{k0}) + x_i y_j (X_{k0} - X_{j0}) +$$

$$+ x_i x_j (Y_{j0} - Y_{i0}) + x_k (y_j x_i - y_i x_j);$$

$$c_{ijk} = x_i y_j y_k (X_{j0} - X_{k0}) + x_j y_k y_i (X_{k0} - X_{i0}) +$$

$$+ x_k y_i y_j (X_{i0} - X_{j0}) + y_i x_j x_k (Y_{j0} - Y_{k0}) +$$

$$+ y_j x_k x_i (Y_{k0} - Y_{i0}) + y_k x_i x_j (Y_{i0} - Y_{j0}).$$

Из условий (6), выполняя дифференцирование выражения (7), находим шесть нормальных линейных уравнений для определения шести неизвестных поправок:

$$[a_i a_i]\alpha_i + [a_i a_j]\alpha_j + [a_i a_k]\alpha_k + [a_i b_i]\beta_i +$$

$$+ [a_i b_j]\beta_j + [a_i b_k]\beta_k + [a_i c_{ijk}] = 0;$$

$$[a_j a_i]\alpha_i + [a_j a_j]\alpha_j + [a_j a_k]\alpha_k + [a_j b_i]\beta_i + \tag{8}$$

$$+ [a_j b_j]\beta_j + [a_j b_k]\beta_k + [a_j c_{ijk}] = 0;$$

. . . .

$$[b_k a_i]\alpha_i + [b_k a_j]\alpha_j + [b_k a_k]\alpha_k + [b_k b_i]\beta_i +$$

$$+ [b_k b_j]\beta_j + [b_k b_k]\beta_k + [b_k c_{ijk}] = 0,$$

в которых для обозначения коэффициентов при неизвестных α, β применены обозначения Гаусса:

$$[a_i a_i] = \sum_{m=1}^{N} (a_{im})^2$$

$$[a_i a_j] = \sum_{m=1}^{N} (a_{im} a_{jm})$$

. . . .

. . . .

$$[b_k c_{ijk}] = \sum_{m=1}^{N} (b_{km} c_{ijkm}).$$

Для четырех фотокамер

В этом случае для каждой точки объекта имеются четыре прямых – проекции меридиональных плоскостей на предметную плоскость. В идеальном случае все эти четыре прямые, восстанавливаемые по координатам изображения точки объекта, должны иметь одну точку пересечения, а в реальном – могут иметь шесть точек попарного пересечения.

По аналогии со случаем с тремя фотокамерами для определения поправок к координатам главных точек может быть применено следующее предписание:

$$E = \sum_{m=1}^{N} (D^2_{ijkm} + D^2_{jk\ell m} + D^2_{k\ell im} + D^2_{\ell ijm}) = \min, \qquad (9)$$

где i, j, k, ℓ – номера фотокамер, а m – номер точки объекта, например, репера внешнего ориентирования.

Необходимые условия для выполнения предписания (9) суть:

$$\frac{\partial E}{\partial a_i} = \frac{\partial E}{\partial a_j} = \frac{\partial E}{\partial a_k} = \frac{\partial E}{\partial a_\ell} =$$

$$= \frac{\partial E}{\partial \beta_i} = \frac{\partial E}{\partial \beta_j} = \frac{\partial E}{\partial \beta_k} = \frac{\partial E}{\partial \beta_\ell} = 0. \qquad (10)$$

Производя дифференцирование E по каждому из восьми неизвестных (поправки α и β) и приравнивая полученные выражения нулю, согласно (10), аналогично случаю с тремя фотокамерами, получаем 8 линейных уравнений с 8-ю неизвестными.

Результаты

По только что изложенной методике были определены поправки на координаты главных точек четырехкамерной установки метровой водородной пузырьковой камеры ЛВЭ ОИЯИ /1/. Для этого производилась съемка реперов внешнего ориентирования (14 крестов на стекле-иллюминаторе камеры) на фотопластинки, на которых также регистрировались и реперы внутреннего ориентирования. Измерение координат крестов на фотопластинках производилось на микроскопе УИМ-21 (величины x_1, y_1, x_2, ... y_4). Координаты реперов внутреннего ориентирования, нанесенных на выравнивающие стекла фотокамер, были измерены на координатно-расточном станке с единой установки (величины X_{10}, Y_{10} ... Y_{40}) (рис. 3). Затем данные измерений на микроскопе были преобразованы в систему отсчёта, связанную с фотокамерами. После этого следовало вычисление поправок. Таким образом были найдены следующие поправки:

α_1 = -0,058 мм, α_2 = 0,005 мм, α_3 = -0,027 мм,
α_4 = 0,049 мм, β_1 = -0,013 мм, β_2 = -0,027 мм,
β_3 = - 0,023 мм, β_4 = 0,008 мм.

Для проверки правильности найденных поправок были вычислены координаты 14 реперов внешнего ориентирования по всем шести стереопарам как с учётом поправок, так и без них. Разброс в координатах, в случае применения поправок, оказался значительно меньше. Кроме этого, было произведено сравнение полученных значений координат реперов внешнего ориентирования, а именно:

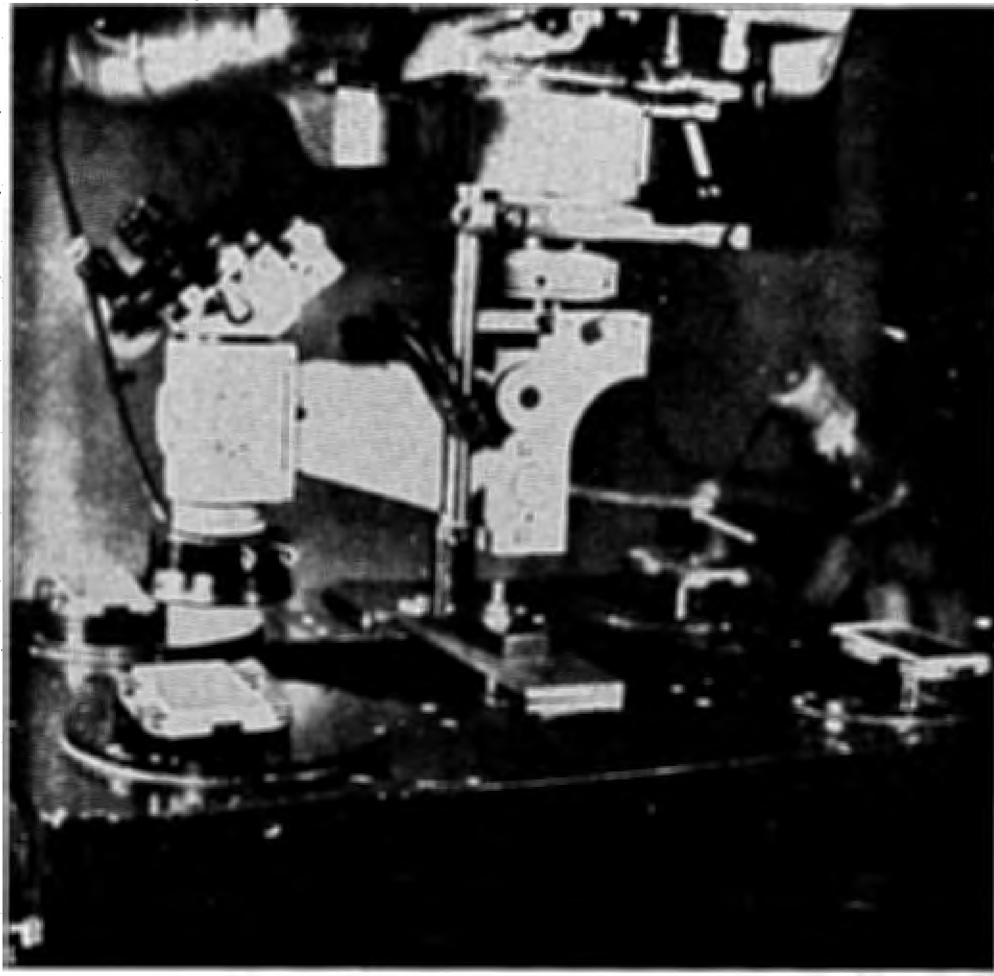

Рис. 3. Плита с четырьмя фотограмметрическими камерами на координатно-расточном станке в момент обмера координат реперных крестов внутреннего ориентирования. К шпинделю станка прикреплен главный микроскоп от УИМ-21.

$$X_{\phi m} = 1/6\,(X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{23} + X_{24} + X_{34})$$

$$Y_{\phi m} = 1/6\,(Y_{12} + Y_{13} + Y_{14} + Y_{23} + Y_{24} + Y_{34}), \tag{11}$$

где $m = 1,2,\ldots\ldots\ldots14,$

т.е. средних значений, полученных по всем шести стереопарам, с координатами этих же крестов, полученных в результате их непосредственного замера с единой установки на координатно-расточном станке (X_{em}, Y_{em}), где $m = 1,2,\ldots\ldots\ldots14)$.

С целью сравнения к координатам X_c, Y_c были применены операции поворота и переноса для приведения их к системе отсчёта, связанной с фотокамерами, и операция "сжатия" для учёта сокращения размеров стекла вследствие охлаждения его до температуры жидкого водорода. Коэффициенты для этих преобразований были определены по методу наименьших квадратов, а именно:

параллельный перенос

$$\xi = \frac{1}{N}\sum_{m=1}^{N}(X_{\phi m} - X_{em}); \quad \eta = \frac{1}{N}\sum_{m=1}^{N}(Y_{\phi m} - Y_{em}); \tag{12}$$

угол поворота

$$\operatorname{tg}\phi = \frac{\sum_m^N (Y_{\phi m}X_{em} - X_{\phi m}Y_{em})}{\sum_m^N (X_{\phi m}X_{em} + Y_{\phi m}Y_{em})}; \tag{13}$$

коэффициент "сжатия"

$$\delta = \frac{\sum_m^N (X_{\phi m}X_{em} + Y_{\phi m}Y_{em})}{\sum_m^N (X_{em}^2 + Y_{em}^2)}. \tag{14}$$

После этих операций были вычислены отклонения

$$\Delta X_m = X_{\phi m} - X_{cm} \qquad \Delta Y_m = Y_{\phi m} - Y_{cm} \tag{15}$$

Результаты такого сравнения приведены в таблице 1. Из этой таблицы видно, что применение поправок приводит к существенному сокращению суммы квадратов отклонений вычисленных значений координат реперных крестов от измеренных значений координат тех же крестов. Сравнительно большие значения отклонений для крестов 4,5,7,9 и 10 обусловлены их близким расположением к одному из шести базисов съемки. Данные сравнения без этих крестов представлены в таблице 2. В этом случае поправки также приводят к сокращению отклонений.

Из данных, приведенных в таблице 1, можно сделать вывод о том, что введение поправок на координаты главных точек фотограмметрических камер, предназначенных для фотографирования метровой водородной пузырьковой камеры ЛВЭ ОИЯИ, в 2,5 раза уменьшило ошибку в определении плановых координат точки объекта при переходе от одной стереопары снимков к другой, и что с введением поправок среднее отклонение восстанавливаемой по стереоснимкам точки от заданного по результатам съемки теста составляет менее 0,3 мм.

В заключение авторы считают приятным долгом выразить свою глубокую благодарность за полезные обсуждения И.В.Чувило и Р.М.Лебедеву и за выполнение измерений и вычислений В.Н.Алмазову, Л.С.Бойцовой, В.Н. Глущенко, И.А.Миролюбовой и В.И.Молоствовой.

Литература

1. *В.В.Глаголев, А.А.Гулюгин, Э.В.Козубский, Р.М.Лебедев , Э.М.Лившиц, М.Малы, М.М.Русинов, В.П.Сергеев, В.Ф.Сиколенко, В.В.Хваловский. Препринт ОИЯИ 13-3633, Дубна, 1967.*

Рукопись поступила в издательский отдел
16 декабря 1968 года.

ТАБЛИЦА I

Номер креста	без поправок		с поправками	
	ΔX	ΔY	ΔX	ΔY
I	0,I83	0,38I	-0,05I	0,I23
2	0,082	0,224	-0,08I	0,059
3	0,265	0,I27	-0,0I0	0,099
4	0,255	-0,I83	-0,022	-0,055
5	0,392	-0,I20	0,I35	-0,0I8
6	-0,390	-0,I95	-0,I3I	-0,I06
7	-I,030	I,629	0,230	0,438
8	0,5I9	-0,220	0,II8	-0,04I
9	0,526	-0,I62	0,443	-0,053
I0	-0,282	-0,I27	-0,578	-0,02I
II	-0,2I5	-0,246	-0,06I	-0,II2
I2	-0,003	-0,33I	0,032	-0,038
I3	-0,I96	-0,339	-0,029	-0,I43
I4	-0,I08	-0,446	0,000	-0,I29
	$\Sigma\Delta X^2 = 2,264$		$\Sigma\Delta X^2 = 0,648$	
	$\Sigma\Delta Y^2 = 3,526$		$\Sigma\Delta Y^2 = 0,29I$	
	$\Sigma(\Delta X^2+\Delta Y^2) = 5,790$		$\Sigma(\Delta X^2+\Delta Y^2) = 0,939$	
	$\Delta\bar{r} = 0,643$ мм.		$\Delta\bar{r} = 0,259$ мм.	

Здесь $\Delta\bar{r} = \sqrt{\dfrac{\Sigma(\Delta X^2+\Delta Y^2)}{14}}$

ТАБЛИЦА 2

Номер креста	без поправок		с поправками	
	ΔX	ΔY	ΔX	ΔY
I	0,I68	0,497	-0,027	0,I55
2	0,067	0,340	-0,057	0,09I
3	0,250	0,243	0,0I4	0,I3I
6	-0,405	-0,079	-0,I07	-0,074
8	0,504	-0,I04	0,I42	-0,009
II	-0,230	-0,I30	-0,037	-0,080
I2	-0,0I8	-0,2I5	0,056	-0,006
I3	-0,2II	-0,223	-0,005	-0,III
I4	-0,I23	-0,330	0,024	-0,097

$\Delta X^2 = 0,626$ $\qquad$ $\Delta X^2 = 0,04I$

$\Delta Y^2 = 0,660$ $\qquad$ $\Delta Y^2 = 0,083$

$\Sigma(\Delta X^2 + D\Delta Y^2) = I,287$ $\qquad$ $\Sigma(\Delta X^2 + \Delta Y^2) = 0,I24$

$\Delta\bar{r} = 0,378$ мм. $\qquad$ $\Delta\bar{r} = 0,II7$ мм.

Здесь $\Delta\bar{r} = [\sqrt{\dfrac{\Sigma(\Delta X^2 + \Delta Y^2)}{9}}$;