ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
Дубна

13 - 3461

С.В. Мухин, П.А. Полубоярова, И.Н. Семенюшкин

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМЫ ИЗ МАГНИТНЫХ КВАДРУПОЛЬНЫХ ЛИНЗ С ПОМОЩЬЮ Э.В.М.

1967.

13 - 3461

С.В. Мухин, П.А. Полубоярова, И.Н. Семенюшкин

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМЫ ИЗ МАГНИТНЫХ КВАДРУПОЛЬНЫХ ЛИНЗ С ПОМОЩЬЮ Э.В.М.

При проектировании каналов заряженных частиц необходимо выбрать такой вариант канала, который в максимальной степени удовлетворял бы требованиям эксперимента. Для этого, если нет оптимизирующей программы, проводятся расчёты нескольких вариантов оптики канала для выбора наиболее оптимального.

Фокусировку заряженных частиц в большинстве случаев осуществляют с помощью магнитных квадрупольных линз, каждая из которых, фокусируя частицы в одной плоскости, дефокусирует их в другой, перпендикулярной к первой. Поэтому объективы, фокусирующие частицы в обеих плоскостях, составляются либо из двух квадрупольных линз – дублет, либо из трех – триплет.

На практике при расчётах фокусирующих систем /1/, как правило, пользуются представлениями об и д е а л ь н о й линзе. При этом предполагается:

а) градиент поля в линзе не меняется по длине и не зависит от радиуса и азимута;

б) движение частиц в магнитном поле описывается уравнением

$$\frac{d^2x}{dz^2} + kx = 0 \qquad k = \sqrt{\frac{300\Gamma}{pc}}, \qquad (1)$$

где z –текущая координата вдоль оси линзы;

x – поперечное отклонение частицы от оси линзы;

Γ – градиент поля линзы;

pc – импульс фокусируемых частиц;

в) эффективная длина линзы определяется выражением[2,3]

$$\ell(r) = \frac{1}{B_0(r)} \int_{-\infty}^{\infty} B(z,r)\,dz \tag{2}$$

или[1]

$$\ell(r) = \frac{1}{\Gamma_0(r)} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(z,r)\,dz\,, \tag{3}$$

где $B(z,r)$ и $\Gamma(z,r)$ –реальное распределение поля и градиента в линзе на радиусе r, а $B_0(r)$ и $\Gamma_0(r)$ –значение поля и градиента в центре линзы на том же радиусе.

Основываясь на приведенных выше предположениях об идеальности линзы, трансформацию источника в изображение для фокусирующей системы из квадрупольных линз можно записать аналогично[4,5] следующим образом:

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} 1 & T_0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ j & n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & S_0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix} \tag{4}$$

где S_0 и T_0 –расстояния до источника и изображения от границ эффективного магнитного поля первой и последней по пучку линз, соответственно; A, j, a, n, b – коэффициенты, связанные с параметрами системы. При этом

$$T_0 = -\frac{S_0 a + b}{S_0 j + n}\,. \tag{5}$$

Для объектива, состоящего из трех линз – несимметричный триплет (рис. 1), коэффициенты трансформационной матрицы выражаются через параметры системы следующим образом:

$$j = -\phi_1 - \phi_2 - \phi_3 + d_1\phi_1\phi_2 + (d_1 + d_2)\phi_1\phi_3 + d_2\phi_2\phi_3 + \left(\frac{1}{k_2^2} - d_1 d_2\right)\phi_1\phi_2\phi_3 \tag{6}$$

$$n = 1 - d_1\phi_2 - (d_1 + d_2)\phi_3 - \frac{\phi_1\phi_2}{k_1^2} - \frac{\phi_1\phi_3}{k_1^2} - \left(\frac{1}{k_2^2} - d_1 d_2\right)\phi_2\phi_3 + \frac{d_2}{k_1^2}\phi_1\phi_2\phi_3 \qquad (7)$$

$$a = 1 - (d_1 + d_2)\phi_1 - d_2\phi_2 - \left(\frac{1}{k_2^2} - d_1 d_2\right)\phi_1\phi_2 - \frac{\phi_1\phi_3}{k_3^2} - \frac{\phi_2\phi_3}{k_3^2} + \frac{d_2}{k_3^2}\phi_1\phi_2\phi_3 \qquad (8)$$

$$b = d_1 + d_2 + \frac{\phi_1}{k_1^2} + \left(\frac{1}{k_2^2} - d_1 d_2\right)\phi_2 + \frac{\phi_3}{k_3^2} - d_2\frac{\phi_1\phi_2}{k_1^2} - d_1\frac{\phi_2\phi_3}{k_3^2} - \frac{\phi_1\phi_2\phi_3}{k_1^2 k_3^2}, \qquad (9)$$

где

$$k_m = \sqrt{\frac{300\,\Gamma_m}{pc}}\,; \quad \phi_m = k_m \operatorname{tg} k_m \ell_m \qquad (m = 1,2,3)$$

$\ell_1;\ \ell_2;\ \ell_3$ – эффективные длины первой, второй и третьей линз по пучку соответственно;

$d_1;\ d_2$ – расстояния между эффективными длинами первой – второй и второй – третьей линз соответственно.

Очевидно, что для линзы, имеющей отрицательный знак градиента,

$$\sqrt{\frac{-300\,\Gamma}{pc}} = i\sqrt{\frac{300\,\Gamma}{pc}} = ik\,; \quad \phi = ik \operatorname{tg} ik\ell = -k \operatorname{th} k\ell$$

$$\cos ik\ell = \operatorname{ch} k\ell\,; \ (ik)^2 = -k^2 .$$

Приведенные выше формулы описывают фокусировку как в горизонтальной плоскости, так и в вертикальной при любом чередовании знаков градиентов в линзах. При переходе от одной плоскости к другой знаки градиентов во всех линзах меняются на обратные.

Естественно, что и симметричный триплет, при $k_1 = k_3;\ \ell_1 = \ell_3;\ d_1 = d_2$ и дублет, при $k_3 = 0$ и $d_2 = 0$, являются частными случаями несимметричного триплета.

Заметим, что выражения, подобные (6–9), используются в геометрической оптике для описания толстых линз [6]. Поэтому рассмотренный выше объектив можно представить в виде толстой линзы (рис. 2) с оптическими характеристиками: фокусное расстояние

$$F = -\frac{1}{A\,j}\,, \qquad (11)$$

положение главной плоскости со стороны источника относительно границы эффективного поля первой по пучку линзы

$$\Lambda = -\left(F + \frac{n}{j}\right), \qquad (12)$$

положение главной плоскости со стороны изображения относительно границы эффективного поля последней по пучку линзы

$$\Lambda' = -\left(F + \frac{a}{j}\right), \qquad (13)$$

коэффициент линейного увеличения

$$\beta = \frac{F}{F - S_0 - \Lambda}\,, \qquad (14)$$

коэффициент углового увеличения

$$\gamma = \frac{1}{\beta}\,. \qquad (15)$$

При положительном значении величин F, Λ, Λ' отсчёт ведется наружу от границ линз, т.е. вправо от правого среза линзы для величин F и Λ' и влево от левого среза линзы для F и Λ.

На этой основе была создана программа (№ 789) для определения значений k_1; k_2; k_3, т.е. градиентов в линзах и оптических характеристик объектива при этих градиентах.

В начальных условиях задаются геометрические параметры объектива ℓ_1; ℓ_2; ℓ_3; d_1; d_2, условия фокусировки $S_Г$; $S_В$; $T_Г$; $T_В$, ориентировочные значения k_1; k_2; k_3 со знаками соответствующих им градиентов. При этом учитывается способ включения линз в объективе, т.е. в случае триплета при последовательном включении крайних линз $k_1 = k_3$, при раздельном включении линз k_1 или k_3 берется постоянным, в случае дублета $k_3 = 0$ ($\ell_3 = 0$; $d_2 = 0$).

В первой части программы при заданных начальных условиях находятся величины k_1; k_2; k_3 путем совместного решения системы из двух уравнений (5), записанных для вертикальной и горизонтальной плоскостей. Решение находится методом наименьших квадратов СП 123 с заданной точностью $\frac{dk}{k}$.

Во второй части программы, используя найденные в первой части значения k_1; k_2; k_3, определяют по формулам (11-15) оптические характеристики F, Δ, Δ', β, γ толстой линзы, эквивалентной объективу. Здесь же для оценки хроматических аберраций объектива для заданного в начальных условиях интервал импульсов $\pm\left(\frac{\Delta k}{k} = -\frac{1}{2}\frac{\Delta pc}{pc}\right)$ находят значения $F^{\pm}$; $\Delta^{\pm}$; $\Delta'^{\pm}$; $\beta^{\pm}$; $\gamma^{\pm}$.

Время, необходимое для расчёта одного объектива, составляет 10-15 секунд.

В геометрической оптике связь между S и T можно записать в виде:

$$T = \frac{FS}{S - F}. \tag{16}$$

Вычислив по (16) значения T, T^+ и T^- легко определить коэффициенты линейной хроматической аберрации

$$r^{\pm} = T^{\pm} - T^{\circ} \tag{17}$$

и поперечной хроматической аберрации

$$\delta^{\pm} = \gamma^{\pm} r^{\pm}. \tag{18}$$

Заметим, что полученные оптические характеристики объектива не зависят от импульса фокусируемых частиц, т.к.

$$k = \sqrt{\frac{300\,\Gamma}{pc}}.$$

В приложении приводится образец заполнения начальных условий и выдачи результатов.

Вычисленные по программе значения k хорошо согласуются с экспериментальными. Например, для триплета при $S_{\Gamma} = S_{B} =$ 35 м

$\ell_1 = \ell_3 = 0{,}718$ м; $\ell_2 = 1{,}116$ м; $d_1 = 1{,}067$ м

$d_2 = 1{,}084$ м; $T_{\Gamma} = \infty$; $T_{B} = 15{,}564$ м

из расчёта получено $k_1 = k_3 = 0{,}47297$; $k_2 = 0{,}49724$. Экспериментально найдено $k_1 = k_3 = 0{,}46719$; $k_2 = 0{,}49623$.

С помощью программы можно производить расчёты ионно-оптических систем, состоящих из большого числа линз. Для этого сложная система разбивается на отдельные объективы и по программе находятся оптические характеристики этих объективов.

Затем производится последовательное объединение двух объективов в один (двух толстых линз в одну) путем использования формул геометрической оптики.

При этом:

$$F = -\frac{F_1 F_2}{L - F_1 - F_2}, \qquad (19)$$

$$\Lambda = \frac{F_1 L}{L - F_1 - F_2}, \qquad (20)$$

$$\Lambda' = \frac{F_2 L}{L - F_1 - F_2}, \qquad (21)$$

где L -расстояние между внутренними главными плоскостями объективов; Λ и Λ' отсчитываются от внешних главных плоскостей первого и второго объективов соответственно. Индексы 1 и 2 относятся к величинам первого и второго объективов соответственно.

Таким образом, всю фокусирующую систему можно заменить одной эквивалентной ей толстой линзой. Зная ее фокусное расстояние F и положение главных плоскостей Λ и Λ' , легко по формулам (14-18) определить оптические характеристики системы в целом.

В программе предусмотрена возможность определения оптических характеристик объектива при заранее известных градиентах, например, из эксперимента.

Литература

1. N.M.King. Progr. in. Nucl. Phys. 9, 73, 1963.
2. В.В.Миллер. Препринт ОИЯИ, Р-1590, 1964.
3. O. Chamberlain. Ann. Rev. Nucl. Sceince. 10, 161, 1960.
4. L.C. Teng. Rev. Sci. Inst. 25, 264, 1954.
5. В.С.Кладницкий. Препринт ОИЯИ, 1477, 1963.
6. М.Герцбергер, Современная геометрическая оптика, 98, И.Л.Москва 1963.
7. С.Э.Фриш,А.В. Тиморева. Курс общей физики, т. 3, 304, ГИ ТТЛ 1959.

Рукопись поступила в издательский отдел
25 июля 1967 года.

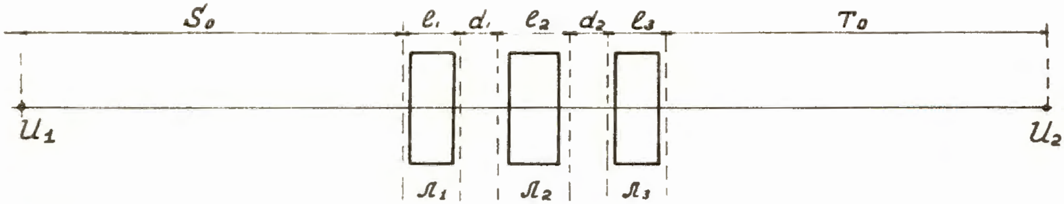

Рис. 1.

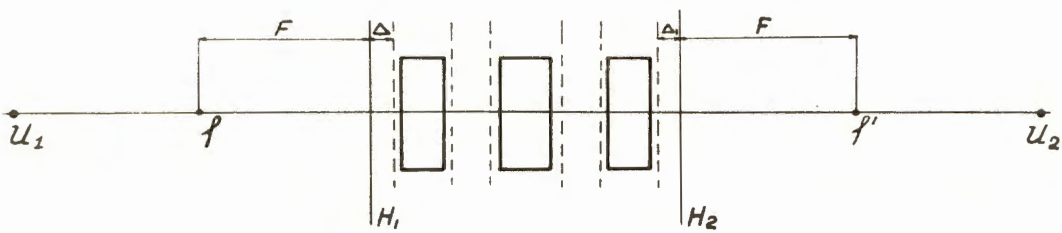

Рис. 2.

Начальные условия

Признаки	
	l_1
	l_2
	l_3
	d_1
	d_2
	S_r
	S_b
4	K_1
4	K_2
4	K_3
	$1/T_r$
	$1/T_b$
	dK/K
	$\Delta K/K$

Признак суммы (на отдельной перфокарте)

Примечания:

1. При подборе К признаки 4 пробиваются только для тех К, которые не подбираются т.е. постоянны или равны нулю.
2. Программа расчитана на последовательный счет нескольких случаев. Для останова машины перед признаком суммы последнего случая вкладывается дополнительная перфокарта „конец счета".
3. Когда значения К не требуется подбирать, вместо предпологаемых значений К в начальных условиях ставятся известные, а перед признаком суммы первого случая вкладывается дополнительная перфокарта „константы". Все последующие за этим случаем будут считаться без подбора К.

Выдача

K_1		
K_2		2
K_3		3
$1/T_r$		4
$1/T_b$		5
F	для горизонтальной плоскости	6
F^+		7
F^-		8
Δ'		9
Δ'^+		10
Δ'^-		11
Δ		12
Δ^+		
Δ^-		2
β		3
β^+		4
β^-		5
γ		6
γ^+		7
γ^-		8
F		9
F^+		10
F^-		11
Δ'		12

$\Delta'+$
$\Delta'-$
Δ
Δ^{+}
Δ^{-}
β
β^{+}
β^{-}
γ
γ^{+}
γ^{-}

для вертикальной плоскости

Примечание:
Перед выдачей печатаются начальные условия.